目 录

第一章 天然地震 …… (1)
1.1 概述 …… (1)
1.1.1 地震学的基本名词 …… (1)
1.1.2 地震的分类 …… (2)
1.1.3 地震的地理分布 …… (2)
1.1.4 地震活动性与板块构造 …… (5)
1.2 地震理论基础 …… (6)
1.2.1 弹性介质,应力和形变 …… (6)
1.2.2 波动方程及地震体波 …… (7)
1.3 地震波的反射和折射 …… (9)
1.3.1 平面波在自由表面的反射 …… (9)
1.3.2 平面波在平界面的反射和折射 …… (9)
1.3.3 近震射线及走时理论 …… (10)
1.4 球对称介质中的地震射线及远震地震波 …… (13)
1.4.1 球对称介质中的地震射线 …… (13)
1.4.2 给定速度变化时的走时关系 …… (15)
1.4.3 确定地球内部地震波传播速度的公式 …… (17)
1.5 地震面波 …… (18)
1.5.1 自由表面的瑞利面波(L_R) …… (18)
1.5.2 勒夫面波(L_Q) …… (19)
1.5.3 面波的频散特性 …… (19)
1.6 地震波和地球内部构造 …… (21)
1.6.1 地球内部的速度分布与主要间断面 …… (21)
1.6.2 地壳和地核 …… (23)
1.6.3 地球介质的Q值 …… (25)
1.7 测定震源参数 …… (26)
1.7.1 震源模型 …… (27)
1.7.2 用P波初动解求震源参数 …… (28)
1.8 地震仪及天然地震资料的处理 …… (29)
1.8.1 地震仪简介 …… (29)
1.8.2 地震震相分析 …… (33)
1.8.3 地震基本参数的测定 …… (40)
第二章 人工地震 …… (45)
2.1 地震勘探的基本方法 …… (45)

2.1.1 反射波法…… (45)
2.1.2 共反射点(共深度点)时距曲线 …… (48)
2.1.3 折射波法…… (49)
2.2 地震探测的野外工作方法…… (52)
2.2.1 测线布置和观测系统 …… (52)
2.2.2 反射波观测系统 …… (54)
2.2.3 折射波观测系统 …… (56)
2.3 地震波的激发和接收…… (56)
2.3.1 地震波的激发 …… (56)
2.3.2 地震波的接收 …… (57)
第三章 重力学和固体潮 …… (59)
3.1 地球的重力场…… (59)
3.1.1 重力场和重力位 …… (59)
3.1.2 地球形状和正常重力场 …… (64)
3.2 重力校正和重力异常…… (68)
3.2.1 自由空气校正和自由空气重力异常 …… (68)
3.2.2 布格校正和布格重力异常…… (69)
3.2.3 地壳均衡模型、均衡校正和均衡重力异常 …… (71)
3.3 重力异常场的正反演问题…… (74)
3.3.1 几种规则均匀密度异常体重力异常的正反演…… (74)
3.3.2 任意横截面的二维均匀水平柱体的正反演…… (77)
3.4 异常的划分…… (77)
3.4.1 局部重力异常和区域重力异常 …… (77)
3.4.2 重力场的解析延拓 …… (78)
3.4.3 高阶导数法…… (78)
3.5 重力测量和重力仪…… (79)
3.5.1 绝对重力测量 …… (79)
3.5.2 相对重力测量 …… (80)
3.5.3 微重力测量 …… (85)
3.5.4 重力测量的野外工作方法和重力异常图示…… (85)
3.6 重力资料的地质解释及应用实例…… (85)
3.6.1 重力资料在研究地壳深部构造及地壳均衡中的应用 …… (86)
3.6.2 重力资料在地震预报中的应用 …… (91)
3.7 固体潮…… (91)
3.7.1 固体潮现象 …… (91)
3.7.2 起潮力 …… (91)
3.7.3 起潮力位…… (94)
3.7.4 重力固体潮与地倾斜固体潮…… (95)
3.7.5 勒夫数与潮汐因子 …… (96)

第四章 地磁学 …… (98)
4.1 地磁场的基本概念 …… (98)
4.1.1 磁场强度和磁势 …… (98)
4.1.2 地磁场组成 …… (100)
4.1.3 地磁要素 …… (101)
4.1.4 地磁图 …… (102)
4.1.5 区域及局部地磁异常 …… (109)
4.2 基本磁场 …… (110)
4.2.1 地心偶极子磁场 …… (110)
4.2.2 地磁场的球谐分析 …… (114)
4.2.3 地磁场的长期变化 …… (115)
4.2.4 地磁场的成因 …… (118)
4.3 变化磁场 …… (119)
4.3.1 平静变化 …… (120)
4.3.2 干扰变化 …… (122)
4.4 磁法勘探 …… (124)
4.4.1 岩石、矿石的磁性 …… (125)
4.4.2 磁法勘探仪器 …… (125)
4.4.3 地面磁测方法和磁异常图示 …… (129)
4.4.4 磁性体的磁场 …… (133)
第五章 古地磁学 …… (140)
5.1 岩石的剩余磁性 …… (140)
5.1.1 理论基础 …… (140)
5.1.2 岩石剩余磁性的类型 …… (144)
5.2 古地磁学的基本原理和工作方法 …… (146)
5.2.1 基本原理 …… (146)
5.2.2 工作方法 …… (146)
5.3 古地磁的应用 …… (155)
5.3.1 地磁学方面的应用 …… (155)
5.3.2 地质学方面的应用 …… (159)
第六章 地电学 …… (162)
6.1 大地电场 …… (162)
6.1.1 大地电场的一般特征 …… (162)
6.1.2 大地电场的分类和变化 …… (163)
6.2 局部电场(自然电场) …… (165)
6.2.1 矿体的氧化还原电场 …… (166)
6.2.2 吸附作用——过滤电场 …… (166)
6.2.3 扩散电场 …… (167)
6.2.4 工业游散电流 …… (167)

6.3 有源直流电场 …… (167)
6.3.1 岩石和矿物的电阻率 …… (167)
6.3.2 电阻率法的基本原理(人工电场法) …… (169)
6.3.3 电阻率测深法 …… (171)
6.3.4 电阻率剖面法(电剖面法) …… (179)
6.4 大地电磁测深 …… (181)
6.4.1 大地电磁测深法原理 …… (181)
6.4.2 大地电磁测深资料的解释 …… (184)
6.4.3 大地电磁测深法的应用研究 …… (185)
6.5 频率域电磁测深和瞬变时间域电磁测深 …… (186)
6.5.1 频率域电磁测深 …… (186)
6.5.2 瞬变时间域电磁测深 …… (187)
第七章 地热学 …… (188)
7.1 热传递的物理基础 …… (188)
7.1.1 温度与温度场 …… (188)
7.1.2 热流密度、热导率、生热率 …… (188)
7.1.3 热传导方程 …… (189)
7.2 地球内部的热源 …… (190)
7.2.1 地球形成时的能量 …… (191)
7.2.2 放射性元素产生的热能 …… (191)
7.2.3 地核的形成 …… (193)
7.2.4 地球的旋转能及其他能量 …… (193)
7.3 地球内部的热传输机制 …… (193)
7.3.1 金属电子导热 …… (193)
7.3.2 声子传热 …… (193)
7.3.3 热辐射 …… (194)
7.3.4 激子传热 …… (194)
7.3.5 物质迁移 …… (194)
7.4 大地热流密度 …… (195)
7.4.1 热流密度的区域变化及与地质年代的关系 …… (196)
7.4.2 热流省 …… (198)
7.4.3 大陆和海洋热流密度的相似性 …… (199)
7.4.4 地面热流密度与板块构造 …… (200)
7.5 地球内部的温度分布 …… (201)
7.5.1 地壳的温度 …… (201)
7.5.2 地幔的温度 …… (202)
7.5.3 地核的温度 …… (203)
7.6 地热能 …… (204)
7.6.1 地热系统的类型 …… (204)

7.6.2 中国地热资源 …………………………………………………………………… (205)

附录…………………………………………………………………………………………… (209)
附录一 物理常量 常用地球参量 单位换算………………………………………… (209)
附录二 场的知识……………………………………………………………………… (212)
附录三 $\delta(r)$函数 ……………………………………………………………………… (215)
附录四 拉普拉斯方程的解…………………………………………………………… (216)

第一章 天 然 地 震

1.1 概 述

地震是短暂的，一瞬即逝。一次大地震释放出大量的能量，并伴随有强烈的地面变形和断层错动，在很短的时间内造成巨大的灾害。因此，地震首先是作为自然灾害而引起人们的重视。我国是记录和研究地震现象最早的国家。远在公元前780年，我国就有了关于地震的历史记载。公元132年，东汉张衡创制了世界上第一架地动仪，并于公元138年在洛阳记录到陇西的一次地震。19世纪末20世纪初格雷(T. Grag)等人研制成功了地震仪，获得了地震记录图。此后伽利津(B. Galitzin)又制成了提高地震仪灵敏度的电流计记录地震仪。1935年里希特(C. F. Richter)、古登保(B. Gutenberg)制作了震级表，使地震标度定量化。1938年古登堡和里希特，1935年杰弗里斯(H. Jeffreys)和布伦(K. E. Bullen)根据全球大量的地震观测资料，用最小二乘等数理统计方法给出了全球平均观测走时，并反演求得地球内部的地震波速度分布情况。此后，有关地球内部的分层、物理特性以及物质组成等问题都直接或间接运用了地球内部速度分布的资料。随着观测资料的积累，全球的地震活动性分布调查研究得更加仔细。20世纪60年代发展起来的板块学说使地震的地理分布和全球板块构造联系起来，推动了地震震源机制与板块机制结合进行研究，加深了对地震成因的认识。

地震学主要是根据天然地震或人工地震资料，运用物理学、数学及地质学的知识，来研究地震的发生、地震波传播的规律、地壳和地球内部的分层构造、物质组成及介质物理特性，以达到预测地震、减少灾害及勘探和透析地球内部构造的目的。

1.1.1 地震学的基本名词

震源：地球内部发生地震而破裂的地方。在理论上将它抽象为一个点，实际上是一个区域(图1-1)。

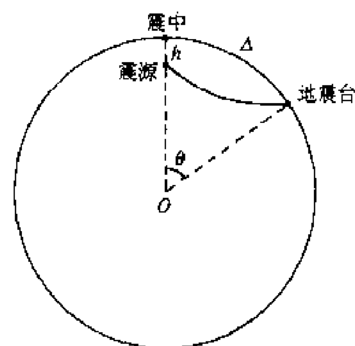


图1-1 震源和震中图示

震源深度：将震源看做一点，作点到地面的垂直距离，用 h 表示。

震中（或震中区）：震源在地面上的垂直投影。与震中相对的地球直径的另一端称为对震中。

极震区：地震发生时地面上受破坏最严重的地区。由于地表局部地质条件的影响，极震区不一定是震中区。

震中距离：在地面上，从震中到观测点的距离，用字母 Δ 表示，也可用此距离对地心所张的角距离 θ 表示。

发震时刻：发生地震的时刻，用字母"O"或"t_0"表示。

地震波及地震射线：发生于震源并在地球介质传播的弹性波称地震波。地震波波阵面的法线方向的联线称为地震射线。

地震烈度及烈度表：按一定的宏观(即野外场地调查)标准，地震对地面影响和破坏程度

的一种量度，是一种定性的描述，用字母“I”表示。按烈度值的大小排列成表，称为烈度表。国际上采用12度的烈度表。

等震线：地面上等烈度的点的联线。

震级：按一定的微观标准(仪器观测)表示地震波能量大小的一种量度，用 M 表示。

震级和烈度都是衡量地震强度的一种量度。根据统计结果，可用经验公式表示震中烈度 I_0 与震级 M 之间的关系

$$M = 1 + 2/3I_0 \tag{1-1}$$

地震频度：一定时间内各种类型(浅、深震)及各种强度(强、弱震)的地震数目。

1.1.2 地震的分类

一、按成因分类

(1) 构造地震：地下岩层错动而破裂所造成的地震。全球90%以上的天然地震都是构造地震。有感范围可以达到几十甚至几百平方公里。

(2) 火山地震：火山作用，如喷发、气体爆炸等引起的地震。常发生在火山喷发之前，与岩浆向火山口方向上升和熔浆中气体压力的骤减有关。火山地震占全球发生地震的7%。

(3) 陷落地震：地层陷落，如喀斯特地形、矿坑下塌等引起的地震，以及人类工程活动引发的所谓技术性地震，这主要是建造水库和向钻孔中注水所致。陷落地震占总数的3%。

二、按震源深度分类

(1) 浅源地震：震源深度小于60 km的天然地震，又称正常深度地震。大多数地震都为浅源地震。释放大量能量的浅源地震($M \geqslant 7.0$ 或 $M \geqslant 6.5$)的频度是中深源地震频度的3.5倍，是深源地震频度的12.5倍。

(2) 中源地震：震源深度在60～300 km之间的地震。

(3) 深源地震：震源深度大于300 km的地震。目前已记录到的最深地震的深源地震约700 km。有时将中源和深源地震统称为深震。

三、按震中距分类

(1) 地方震：震中距小于100 km的地震。

(2) 近震：震中距小于1000 km的地震。

(3) 远震：震中距大于1000 km的地震。

四、按地震强度(震级)分类

(1) 弱震：$M<3$ 的地震。

(2) 有感地震：$3 \leqslant M \leqslant 4.5$ 的地震。

(3) 中强震：$4.5<M<6$ 的地震。

(4) 强震：$M \geqslant 6$ 的地震。$M \geqslant 8$ 的地震称为巨大地震。

1.1.3 地震的地理分布

地球表面上地震震中的空间分布称为地震的地理分布。大多数地震都发生在一定的地区且成带状分布，称为地震活动带。全球主要地震活动带如下(见图1-2)。

一、太平洋地震带

在太平洋地震带中超深断裂带最引人注意。西支从深海沟的轴部开始向岛弧之下倾斜，东

支向中南美洲大陆地块之下倾斜。这些断裂带沿与之有关的震源带，特别是中源和浅源的震源带分布(图 1-2)。沿太平洋边缘存在着超深和倾斜的地震活动断裂。火山都分布在深度近 100 km的震源带上，说明震源带与太平洋火山带之间有密切的联系。该震源带称毕奥夫带或贝尼奥夫带(H. Benioff)。此外，超深的震源带在印度洋里也有。在印度洋，伴随着在桑得海沟旁出露于海平面以上的马来岛，震源带的深度超过 600 km。展布在大西洋中的加勒比和南桑德维奇震源带，可以认为是环太平洋带的伸出部分；大巽他群岛也趋向属于环太平洋带，所以

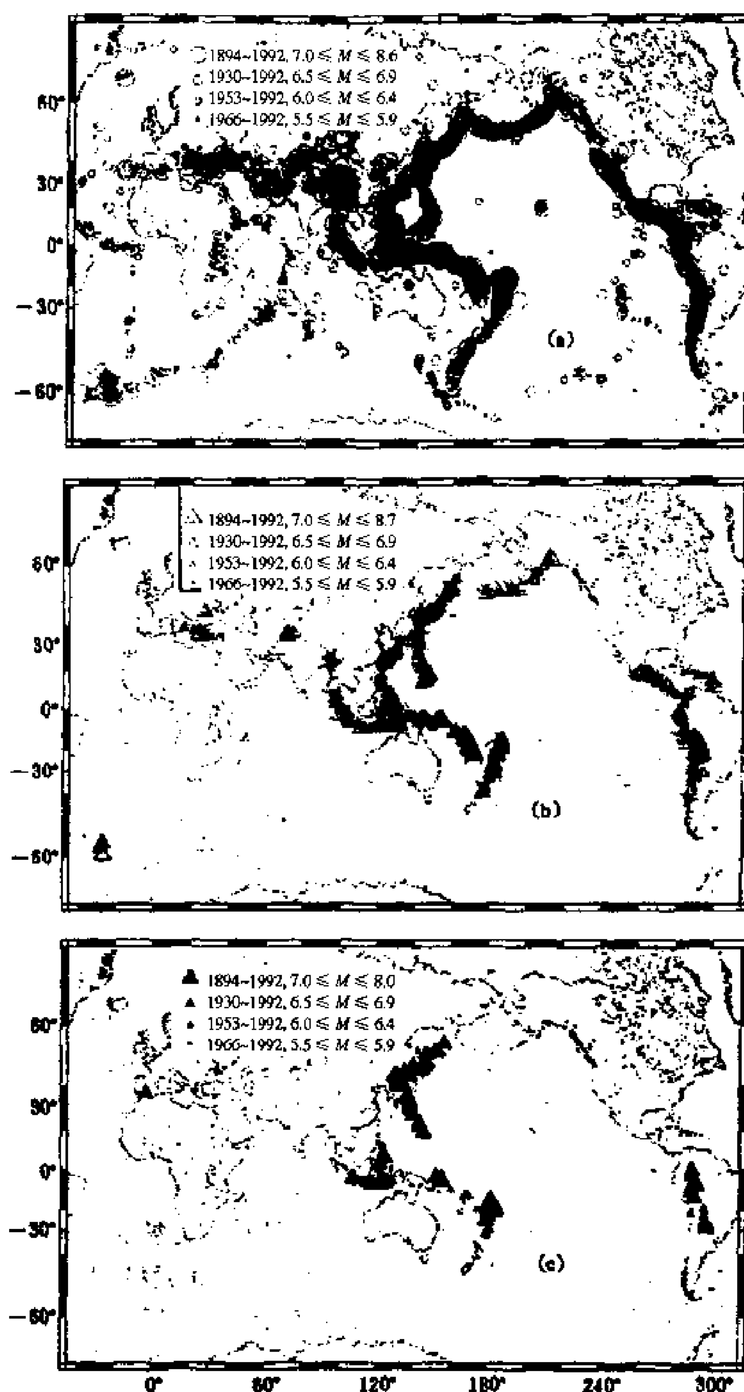


图 1-2 全球地震的地理分布

(a) 浅源地震；(b) 中深源地震；(c) 深源地震，所用震级下限均为 5.5

(引自 Journal of Seismology, 1998. 2(3): 183~192)

环太平洋带是地球主要的地震活动带。全球约 80%的浅震都发生在这一带内，其中包括大多数灾难性地震、许多中源地震和差不多所有的深源地震。

二、阿尔卑斯-喜马拉雅山地震带(欧亚地震带)

在非洲—欧亚之间的地震带中以浅源地震为主。该带的个别地段有中源地震，震源带是倾斜的。这些地段在卡拉布里地区(亚平宁半岛的南端)和克里特岛表现得最清楚。这些带属于向南突出的岛弧，在弧后区有火山活动。再向东，沿着阿拉伯海北岸的马克兰，西兴都库什和喜马拉雅山也有向北倾斜的震源带。在兴都库什和喜马拉雅之间，在帕米尔有向相反方向的，即向南倾的震源带。喜马拉雅带在布拉马普特拉河谷与巽他(马来)带的北延部分相合。

在非洲—欧亚之间的地震带，地震活动散布在更大的范围内，有些地段分布宽达 4000 km，它们的分布不均匀。我国大陆大部分地区处于此地震带内。

三、其他地震区带

除了沿着大陆边缘或贯穿大陆的两个地震带外，在大洋中还有延伸非常长的地震带，沿着大洋中脊分布。其特征是强度不大，震源深度浅，一般不超过 10 km，基本上都在地壳范围内。

再如，贝加尔湖(属于中欧亚带)、东非、西欧、北美、中国东部裂谷系，有时有着强烈的、甚至毁灭性的地震。

我国是个多地震的国家，按历史地震资料、近代仪器记录资料可绘出我国震中分布图(图 1-3)。

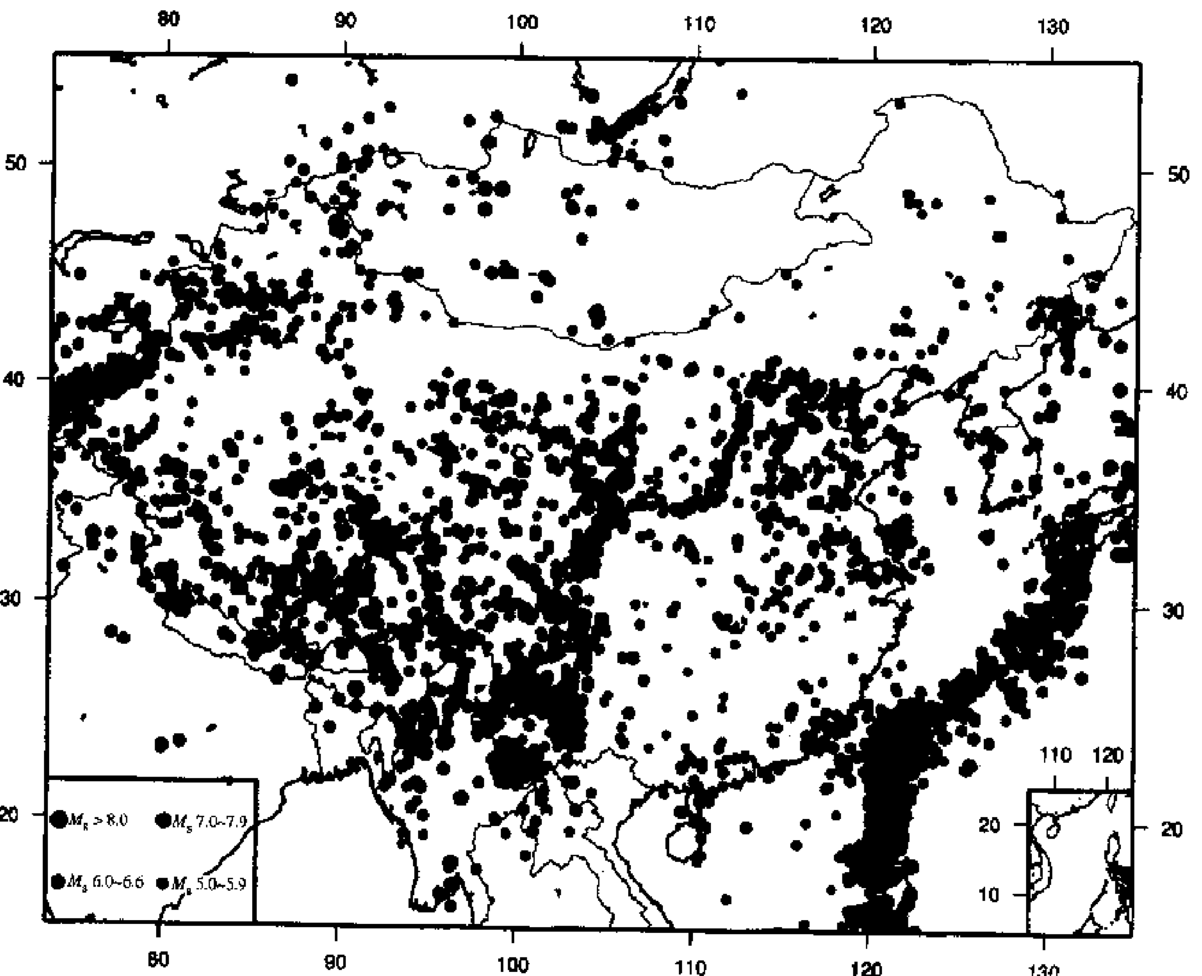


图 1-3 中国震中示意分布图

(M_s≥5.0,B.C.780 年至 2000 年 12 月 30 日)

我国主要的地震活动带如下：

(1) 天山地震带：主要指南、北天山，阿尔泰山一带地区。

(2) 南北地震带：由滇南的元江往北经过西昌、松潘、海源、银川直到内蒙古嶝口。此带发震特点为南、北两端轮发中强地震，揭示了这一带地下构造的特殊性。

(3) 华北地震带：指阴山、燕山一带，营口-郯城断裂带，汾渭河谷等地区。

(4) 华南地震带：主要指东南沿海及海南岛北部等地区。

(5) 西藏察隅带：沿西藏高原周围及边境一带。

(6) 台湾地震带：包括台湾及其东部海域。从地区属于环太平洋地震带，地震出现频繁且强度大。

1.1.4 地震活动性与板块构造

根据地震的频度来表示某一地区地震活动的程度，称为地震活动性。地震活动性定量估算的公式是古登堡-里希特于 1944 年提出的震级-频度关系式(即 G-R 公式)。

$$\lg N = a \quad bM$$

式中，N 为频度；M 为震级；a，b 为常量。参数 b 与介质的力学不均匀性、介质中的裂纹密度以及某地区的应力状态有关，参数 a 与本区的地震活动性有关，还与已记载地震的时期的长短和由震中分布确定的表面积大小有关。

岩石圈板块构造理论解释了绝大多数地震活动、火山活动及活动的地理位置和产生的原因。

地球的岩石圈被一些活动着的构造带——洋脊、海沟岛弧系和转换断层所分隔，被划分成欧亚板块、北美洲板块、南美洲板块、太平洋板块、非洲板块、印度-澳大利亚板块和南极洲板块七大板块和若干规模更小的板块。板块的划分与全球地震带的地理分布是一致的。

岩石圈位在地球的最上层，厚度 100 km 左右。板块构造理论假设它具有刚性、不变形的性质。岩石圈之下是厚达数百公里的软流圈。软流圈物质因含有百分之几熔融物而具有可流动性质。地震层析研究发现，在下地幔物质中热的分布明显不均匀，推测也有物质的上升和下降运动。上述岩石圈板块正是在软流圈和更深部物质热运动(包括对流和幔柱等形式)的推动下，发生彼此间的相对水平运动或隆起和沉积运动。地幔物质以岩浆的形式从洋脊处侵入和喷出，使这里形成新的洋底，较早形成的洋底则向洋脊的两侧移开去(每年约数厘米)，这就是海底扩张。它已从 20 世纪 60 年代的假说发展成为被普遍接受的科学认识。在地球体积不变(板块构造理论的另一个假设)的前提下，不断增生和扩张的海底(大洋岩石圈)势必在地球表面的另一些地区消减，这就是主要分布在太平洋周边和中美洲地区的海沟带。大洋岩石圈在这些地区以俯冲带的形式沉入地幔(最深可达约 700 km)。这样，岩石圈在洋脊处不断新生，两侧的岩石圈向相背离的方向运动，因此称洋脊为发散型板块边界；在海沟处一侧的大洋岩石圈俯冲于另一侧的岩石圈之下，两侧的岩石圈之间为相向的运动，因此称海沟带为汇聚型板块边界。另一类板块边界沿转换断层分布，其两侧的岩石圈相对平移运动，既无新岩石圈的形成，也无老岩石圈的消减，称之为转换型板块边界。全球地震活动带的地理分布主要由上述三类板块边界，也就是岩石圈板块沿三类板块边界的相对运动所决定。

一、海沟-岛弧地区(包括太平洋地震带和中美洲地震带的大部分)地震

沿着海沟内侧向岛弧下插约 45°的俯冲面(即 Benioff 带)多发生浅、中和深源地震，这是

由于岩石圈俯冲的结果。观测表明，多数 Benioff 带上，中、深源地震都发生在一个很窄的带内，它们相距不超过 20 km 的平行带状分布。在岛弧地区，地震发生的强度最大，最大震级达 8.9。

二、洋脊及转换断层的地震

在大西洋底的地震系列，是沿着洋脊和横切它的转换断层发生的浅震。洋脊的垂直方向上为张力，表明洋脊的地震是正断层型。在转换断层上发生的地震，由平行断层面走向的滑动所引起。分布在东太平洋隆起（扩张脊性质）和海底转换断层处的地震与大西洋底的地震系列有同样的成因。

三、大陆内部的地震（板内地震）

大陆内部的地震有两类。一类以从地中海地区向东，经过欧亚大陆中部，延至印度尼西亚诸岛的地震带为代表。这个地震带较洋脊或海沟-岛弧带的地震带宽度大得多。它虽然不处在活动的板块边界，但与晚新生代以来非洲与欧洲，阿拉伯--印度与亚洲大陆的碰撞缝合带的持续相对挤压的活动有关。另一类是真正分布在大陆板内的地震，如东非裂谷的地震可能与来自很深处的上升地幔柱有关；又如我国的华北地区，因被许多深断裂切割，在板块边界力的推动下，发生板内的构造活动和地震。这样看来，板内不变形的假设只有相对意义。

地震活动带还与火山活动区相一致。多数中源地震发生在火山构造之下，但火山并非构造地震的直接起因，两者可能同属深层构造活动的不同表现，而地壳的弧形构造则与地震的发生直接相关联。

1.2 地震理论基础

1.2.1 弹性介质，应力和形变

一、介质

地震方法的基础是地震波在岩石中的传播规律，而岩石的弹性性质决定了地震波的传播规律。讨论地震波的传播问题时，须应用弹性力学的原理，并假设地球介质是均匀的、连续的、各向同性的和完全弹性的。

1. 均匀连续

在地球内不同的地层中，岩石性质不同。除地表外，在同一层地层中，由于地震波的波长一般大于数百米至数公里，岩石的不均匀性对地震波的传播不起作用，因此，在研究地震波位移的分布问题时，可将地球介质当做均匀和连续的。

2. 各向同性

地球内的岩石，其晶体的取向是杂乱无章的，晶体的线度远较地震波波长小，在地震波波长长度内，可将地球介质看做为各向同性的。

3. 完全弹性的

对于天然地震和人工爆破地震，除了在震源或人工振动源附近外，介质所受的力一般都是很小的，而且延续时间很短，因此，可将地球介质当做完全弹性体。

以上只是一种简化的假定，实践证明，这种假定可使分析大大简化，并且在多数情况下可得到与观察结果颇为符合的结果。

二、应力和形变，弹性常量

作用在物体上的力分为体力和面力。作用在物体表面的力称为面力。应力是面力，它与作用点的位置和面的方向有关。应变则是应力所引起物体形变的一种量度，它们是由邻近质点的相互作用而产生的。应变分为线应变、切应变和体应变。在弹性限度内，应力与应变遵从胡克定律，即应力与应变成正比。在描述介质弹性性质时常使用以下弹性模量。

（1）杨氏模量 E：在纯伸长或压缩情况下纵向应力$\frac{F}{S}$和纵向应变$\frac{\Delta L}{L}$的比值。

$$E=\frac{F/S}{\Delta L/L} \tag{1-2}$$

（2）体积模量 K：纯流体在均匀静压力 P 下引起的体积应变为$\frac{\Delta V}{V}$，则体积模量

$$K=\frac{P}{\frac{\Delta V}{V}} \tag{1-3}$$

它的倒数$\frac{1}{K}$为压缩系数。

（3）切变模量 G（又称刚性系数）：单纯发生切应力（剪应力）时，切应力 F/S 和切应变 ϕ（形变角）的比值，如图 1-4 所示。

$$G=\frac{F/S}{\phi} \tag{1-4}$$

（4）泊松比 μ：如对物体施以张力，不仅沿力的方向上物体伸长 ΔL，同时在与力相垂直的方向上缩短 Δd，我们称与力相垂直的方向上所产生的形变与沿力方向上所产生的形变的比值为泊松比 μ。

$$\mu=-\frac{\Delta d/d}{\Delta L/L} \tag{1-5}$$

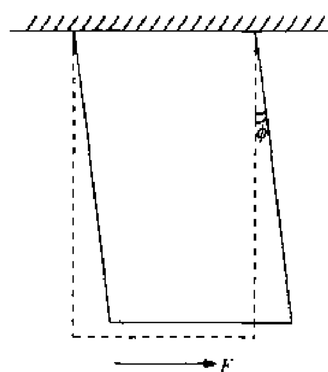


图 1-4　剪切力

上述的 E,K,G,μ 四个弹性常量都是由物体本身的性质所决定的。这四个弹性常量中只有两个量是独立的，知道其中任意两个，另两个可根据下面公式求出。

$K=E/3(1-2\sigma)$, $G=E/2(1+\mu)$, $E=9KG/3K+G$, $\mu=3K-2G/6K+2G$,

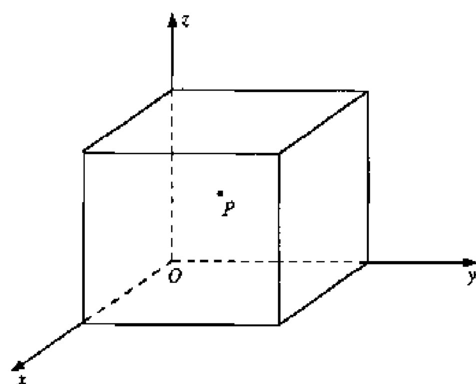


图　1-5

定义拉梅常量 λ 为

$$\lambda=\mu E/(1+\mu)(1-2\mu) \tag{1-6}$$

很多固体，特别是地表附近的岩石，其泊松比 μ 接近于 1/4，拉梅常量 $\lambda=G$。

1.2.2　波动方程及地震体波

以下对连续介质内部一个质元，即图 1-5 中通过 P 点的小平行六面体作微小扰动时应用牛顿第二定律。对于各向同性的弹性介质，在略去外力的情况下，可得到用位移表示的运动方程式：

$$\rho\frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2}=(\lambda+G)\frac{\partial\theta}{\partial x_i}+G\nabla^2 u_i$$

其矢量形式为：

$$\rho \frac{\partial^2 \boldsymbol{u}}{\partial t^2} = (\lambda + G)\nabla(\nabla \cdot \boldsymbol{u}) + G\nabla^2 \boldsymbol{u} = (\lambda + G)\nabla\theta + G\nabla^2 \boldsymbol{u} \tag{1-7}$$

式中，u_i 为 x_i 方向上的位移；λ 和 G 为拉梅常量和切变模量；$\theta=\nabla\cdot\boldsymbol{u}$ 为体积应变；ρ 为介质密度。利用恒等式

$$\nabla^2 \boldsymbol{u} = \nabla(\nabla\cdot\boldsymbol{u}) - \nabla\times\nabla\times\boldsymbol{u}$$

(1-7)式可写成

$$\rho \frac{\partial^2 \boldsymbol{u}}{\partial t^2} = (\lambda + 2G)\nabla(\nabla\cdot\boldsymbol{u}) - G\nabla\times\nabla\times\boldsymbol{u} \tag{1-8}$$

对(1-7)式作散度计算得

$$\rho \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} = (\lambda + 2G)\nabla^2\theta \tag{1-9}$$

对(1-7)式作旋度计算，并令

$$2\omega = \nabla\times\boldsymbol{u} \tag{1-10}$$

则

$$\rho \frac{\partial^2 \boldsymbol{\omega}}{\partial t^2} = G\nabla^2\boldsymbol{\omega} \tag{1-11}$$

位移矢量场 $\boldsymbol{u}$ 可分为两部分：

$$\boldsymbol{u} = \boldsymbol{u}_1 + \boldsymbol{u}_2 = \nabla\Phi + \nabla\times\Psi \tag{1-12}$$

$\boldsymbol{u}_1$ 是无旋场($\nabla\times\boldsymbol{u}_1=0$)，$\Phi$ 称为标量位函数，$\boldsymbol{u}_2$ 是无散场($\nabla\cdot\boldsymbol{u}_2=0$)，$\Psi$ 称为矢量位函数。将 $\boldsymbol{u}_1$ 代入(1-8)式，因$\nabla\cdot(\nabla\Phi)=\nabla\nabla^2\Phi, \nabla\times\nabla\Phi)=0$，得

$$\rho \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = (\lambda + 2G)\nabla^2\Phi \tag{1-13}$$

将 $\boldsymbol{u}_2$ 代入(1-8)式，因$\nabla\cdot(\nabla\times\Psi)=0$，$\nabla\times\nabla\times\Psi=-\nabla^2(\nabla\times\Psi)$，得

$$\rho \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} = G\nabla^2\Psi \tag{1-14}$$

(1-9)和(1-13)式可写成波动方程的标准形式

$$\frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = \alpha^2\nabla^2 f \tag{1-15}$$

式中，$\alpha^2=\dfrac{\lambda+2G}{\rho}$为用标量位函数 Φ 表示的位移 $\boldsymbol{u}_1$ 所给出的波的传播速度，在地震学中称为纵波或 P 波(primary wave)。

(1-11)和(1-14)式还可写成波动方程的另一种标准形式

$$\frac{\partial^2 \boldsymbol{H}}{\partial t^2} = \beta^2\nabla^2\boldsymbol{H} \tag{1-16}$$

式中，$\beta^2=G/\rho$ 为用矢量位函数 Ψ 表示的位移 $\boldsymbol{u}_2$ 所给出的波的传播速度，在地震学中称为横波或 S 波(secondary wave)。

显然，对于同一介质，$\alpha>\beta$。当地震发生后，震源处产生的 P，S 波在地球介质中独立传播，称之为体波。P 波先到达地震台，然后是 S 波。P 波传播时，引起介质质点的振动方向与波的传播方向一致，又称疏密波(胀缩波)。S 波为平面偏振波，当它传播时，若质点在包含波的传播方向在内的垂直平面内运动时，则称为 SV 波；若介质中质点呈水平运动，则称为 SH 波。

1.3 地震波的反射和折射

在一定的条件下，地震波的传播问题可以用“地震射线”来讨论。在三维均匀介质中，设有对称于中心点 O 的初始扰动以速度 c 传播，在时间 t 后，扰动传播到以 O 为中心的球面，球面半径 $r=ct$。按波动原理，所有次级扰动相互干涉使扰动的主要部分以速度 c 沿着直线传播，每一条射线与波阵面（或称波前）垂直。上述的波动方程的解适用于在三维空间无限延伸的介质内传播的扰动。

人们在地球表面观测和接收地震波。地球表面为自由表面，表面下为半空间或层状半空间介质。震源发出的波是球面波，到达台站已蜕变为平面波。对于均匀介质，由费马原理可知，沿射线的走时取极小，射线为直线。本节讨论平面地震波在自由表面及层状半空间的传播特征。

1.3.1 平面波在自由表面的反射

如图 1-6 所示，取自由表面为 xy 平面，z 轴垂直向下，入射面为垂直面 xz。$\boldsymbol{L}$ 为 P 波传播方向，$\boldsymbol{N}$ 垂直于 $\boldsymbol{L}$。S 波分解为 SV 波和 SH 波，SV 为入射面内的横波分量，沿 $\boldsymbol{N}$ 方向，SH 为垂直入射面的横波分量。

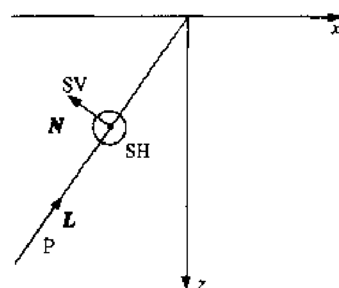


图 1-6 P 波和 S 波

1.3.2 平面波在平界面的反射和折射

实际地下介质表现为成层性。以下讨论以平面界面相接触的两个半无限弹性介质中的波的传播。P 和 SV 波入射到界面上，不但要发生反射，而且要发生折射。

设一纵波（P 波）从 I 介质入射，产生反射纵波 P_{11} 和反射横波 P_1S_1，以及透射纵波 P_{12} 和透射横波 P_1S_2。在界面两侧共有五个波动，其中同入射纵波类型相同的反射纵波 P_{11} 和透射纵波 P_{12} 称之为同类波，与入射纵波类型不同的反射横波 P_1S_1 和透射横波 P_1S_2 称为转换波，如图 1-7 所示。可以证明各类波在传播过程中应满足斯奈尔（Snell）定律。

$$\frac{\sin i_{\mathrm{P}}}{v_{\mathrm{P}_1}}=\frac{\sin i_{\mathrm{SV}}}{v_{\mathrm{S}_1}}=\frac{\sin i'_{\mathrm{P}}}{v_{\mathrm{P}_2}}=\frac{\sin i'_{\mathrm{SV}}}{v_{\mathrm{S}_2}} \tag{1-17}$$

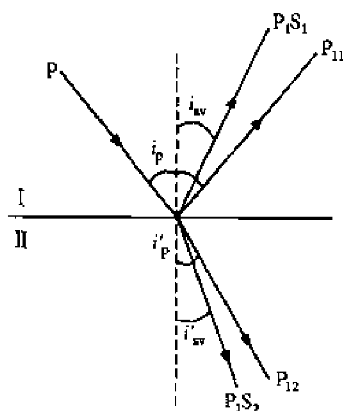


图 1-7 入射 P 波在平界面上的反射和折射

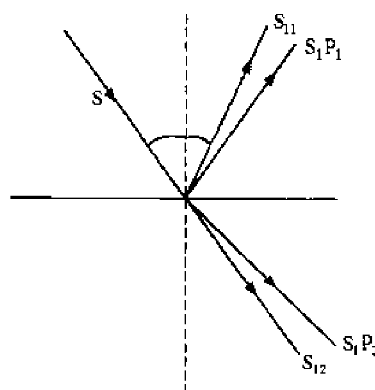


图 1-8 入射 S 波在界面上的反射和折射

在地震学中也用上述角的余角即出射角(射线与界面的夹角)e_P,e_{SV},e'_P,e'_{SV}表示。

当一横波(SV)从Ⅰ介质入射,将产生反射横波 S_{11}和反射纵波 S_1P_1,以及透射横波 S_{12}和透射纵波 S_1P_2,如图 1-8 所示。

对于 SH 波入射,由于它的振动特点,只产生反射 SH 波和折射 SH 波。

在弹性介质的分界面上,这五种波动的能量分配是很复杂的,除了与界面上下介质性质(如密度和波速)有关外,还随入射角度不同而变化着。

当纵波垂直入射时($i=0$),反射系数 R_{pp}(反射波振幅 $A_反$ 与入射波振幅 $A_入$ 之比)由下式表示:

$$R_{pp} = \frac{A_反}{A_入} = \frac{\rho_2 v_2 - \rho_1 v_1}{\rho_2 v_2 + \rho_1 v_1} \tag{1-18}$$

式中,v_1,v_2,ρ_1,ρ_2 分别为界面上下介质的波速和密度。密度和波速的乘积 ρv,称为波阻抗。

当 $\rho_2 v_2 > \rho_1 v_1$ 时,R_{pp}为正。说明反射波由波阻抗小的介质入射至波阻抗大的介质时,反射波的相位与入射波的相位一致。

当 $\rho_2 v_2 < \rho_1 v_1$ 时,R_{pp}为负。说明反射波由波阻抗大的介质入射至波阻抗小的介质时,反射波的相位与入射波的相位相反,这种现象称为半波损失。

1.3.3 近震射线及走时理论

在近震(震中距 $\Delta<1000$ km)范围内,一般将地球的曲率忽略,即将地球及内部界面看成平面,可用两层地壳模型(图 1-9)。出现的近震震相有直达波 $\overline{P}$,$\overline{S}$;首波 P^*,S^*,P_n,S_n;反射波 P_{11},S_{11}及面波等。

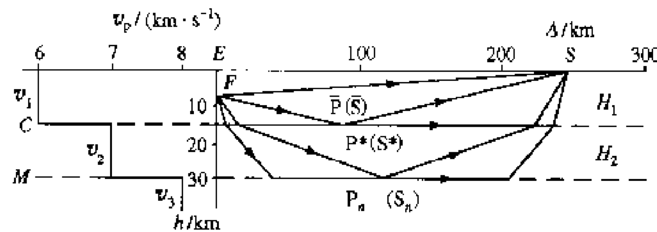


图 1-9 两层地壳模型的主要震相

一、直达波 $\overline{P}$,$\overline{S}$ 的走时方程

如图 1-10 所示,$\overline{P}$,$\overline{S}$ 的传播路径为 $\overline{FS}$,其走时为:

$$t_{\overline{P}\cdot\overline{S}} = \frac{\overline{FS}}{v_{\overline{P}\cdot\overline{S}}} = \frac{1}{v_{\overline{P}\cdot\overline{S}}}\sqrt{\Delta^2 + h^2} = \frac{\Delta}{v_{\overline{P}\cdot\overline{S}}}\sqrt{1 + \left(\frac{h}{\Delta}\right)^2} \tag{1-19}$$

式中,t 为纵波(横波)的走时;v 为纵波(横波)的速度;Δ 为震中距;h 为震源深度。称 t-Δ 曲线

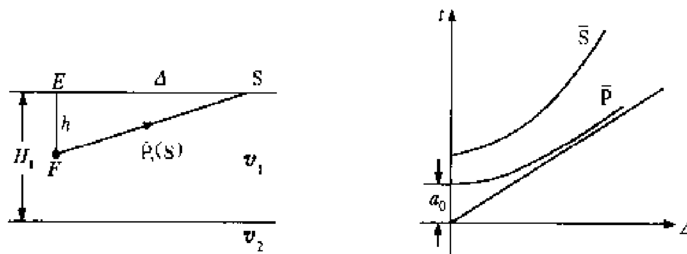


图 1-10 直达波示意图

为走时曲线，其形状是双曲线。当 $\Delta=0$ 时，$t=h/v=a_0$ 为 t 轴上的截距。当 $h=0$ 时，走时曲线为通过原点的直线(图中虚线)，也是双曲线的渐近线。又由于 $v_{\bar{P}}>v_{\bar{S}}$，所以 $\bar{P}$ 先于 $\bar{S}$ 到达台站，且 $\bar{P}$ 与 $\bar{S}$ 的走时差随震中距或震源深度的加大而变大。

二、反射波 P_{11},S_{11} 走时方程

在图 1-11 上，反射波的路径为 FOS，其走时为 $t_{11}=(\overline{FO}+\overline{OS})/v_1$，作 $\overline{OS}$ 的延长线 $\overline{OO'}$，使 $\overline{OO'}=\overline{FO}$，则

$$t_{11}=\frac{\overline{O'S}}{v_1}=\frac{1}{v_1}\sqrt{\Delta^2+(2H_1-h)^2}=\frac{\Delta}{v_1}\sqrt{1+\left(\frac{2H_1-h}{\Delta}\right)^2} \tag{1-20}$$

其走时曲线为双曲线，在 t 轴上的截距为 $a_1=(2H_1-h)/v_1$。

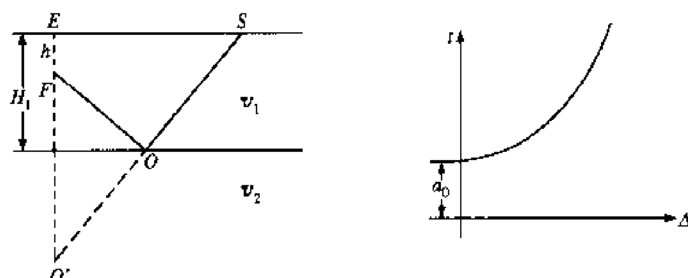


图 1-11　反射波示意图

三、首波 P_n,S_n 走时方程

1. *首波的形成和特点*

首波是波在界面上的入射角达到全反射时产生的地震波，它是近震的主要体波震相之一。它的形成是产生波的震源本身也在运动的结果，可以用惠更斯原理来说明。

图 1-12 表示一均匀地层，AA' 面为地表，BB' 面为层底面。层中波速为 v_1，层下波速为 v_2，

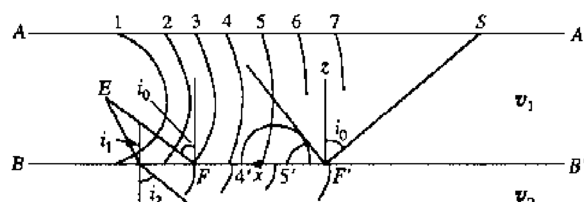


图 1-12　首波的形成

且 $v_2>v_1$。从震源 E 发出的地震波，以球面形式向层内及层下传播，波射到 BB' 面上要发生折射，并且符合斯奈尔定律：

$$\frac{\sin i_1}{v_1}=\frac{\sin i_2}{v_2} \tag{1-21}$$

式中，i_1 为入射角；i_2 为折射角。此时沿界面 BB' 传播的视速度为：

$$\bar{v}=\frac{v_1}{\sin i_1} \tag{1-22}$$

当 $i_2=90°$，波在界面 BB' 的 F 点发生全反射，此时 $\sin i_1=\sin i_0=v_1/v_2$，$i_0$ 称为临界角。其视速度 $\bar{v}=v_1/\sin i_0=v_2$，这时折射波以 v_2 速度沿界面 BB' 行进，由于界面上质点位移的连续性，根据惠更斯原理，此折射波引起的界面质点的振动，又可作为波源产生波向层内传播。图中 $\overline{F'S}$ 便是从波源产生的一条射线，$EFF'S$ 射线所代表的波就是首波。首波的射线是一条折线，它的

波阵面为圆锥面。当 $i_1<i_0$ 时不出现首波，即震中附近为首波盲区。首波沿界面以 v_2 行进，因而经一定时间后，首波超前于直达波而先行到达地震台。首波也称为绕射波或滑行波。

2. 首波 P_n，S_n 走时方程

如图 1-13 所示，P_n 或 S_n 的路径为 $FABS$，其走时为

$$t_n=\frac{\overline{FA}+\overline{BS}}{v_1}+\frac{\overline{AB}}{v_2} \tag{1-23}$$

且 $\cos e_1=v_1/v_2$。由图看出，$\overline{FA}=H_1-h/\sin e_1$，$\overline{BS}=H_1/\sin e_1$，$\overline{AB}=\Delta-(2H_1-h)\cot e_1$，因而

$$t_n=\frac{2H_1-h}{v_1\sin e_1}+\frac{\Delta-(2H_1-h)\cot e_1}{v_2}=\frac{2H_1-h}{v_1}\sin e_1+\frac{\Delta}{v_2} \tag{1-24}$$

其走时曲线是以 $1/v_2$ 为斜率的直线，在 t 轴上的截距为 $b_n=(2H_1-h)\sin e_1/v_1$。当 $\overline{AB}=0$ 时，震中距 $\Delta_0=(2H_1-h)\cot e_1$，它是首波出现的最小距离。当 $\Delta<\Delta_0$ 时，首波不出现。Δ_0 一般为 $n\cdot 10\sim100$ km 左右。

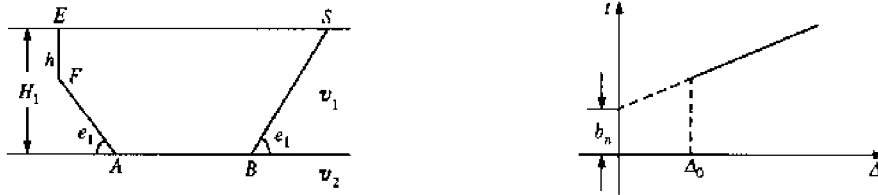


图 1-13　首波示意图

图 1-14 为上述三类波的综合走时曲线，直达波与首波相交于一点，此点的震中距为首波先于直达波出现的最小震中距 Δ^*，当 $h=0$ 时，

$$\Delta^*=2H_1\sqrt{\frac{v_2+v_1}{v_2-v_1}} \tag{1-25}$$

对于两层地壳模型(图 1-9)，首波 P^* 的走时方程为(1-24)式，首波 P_n 的走时方程为

$$t_n=\frac{\Delta}{v_3}+\frac{(2H_1-h)\sin e_1}{v_1}+\frac{2H_2\sin e_2}{v_2} \tag{1-26}$$

式中，$\cos e_1=(v_1/v_2)\cos e_2$；$\cos e_2=v_2/v_3$，此时的综合走时曲线图为图 1-15。

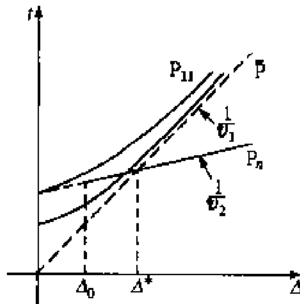


图 1-14　三类波综合走时曲线

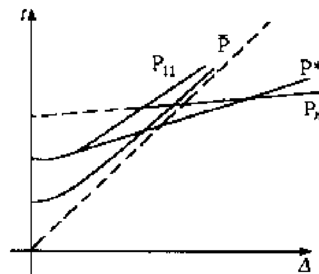


图 1-15　两层地壳模型的综合走时曲线

近震走时曲线是分析近震震相的重要工具，用其斜率可求各层的波速，用各类走时曲线的交点及其截距可求各层的厚度，因此，用人工地震及天然地震的近震记录研究大陆及浅海的地壳构造，已成为最有效的方法之一。

1.4 球对称介质中的地震射线及远震地震波

1.4.1 球对称介质中的地震射线

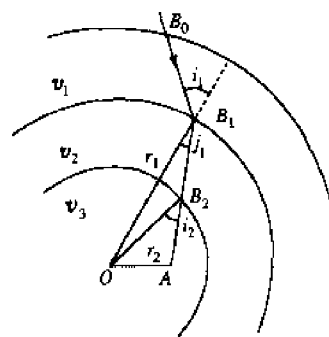


图 1-16 球对称介质中的地震波射线

地震波在地球介质内部传播，我们把地球近似的看做球形。又由于地球内部呈层状构造，就可以把地球看成由无限多个厚度无限薄的均匀层构成(图 1-16)，这种简化的地球模型，说明地球具有球对称性。也就是说，球内各种参数(如波速、密度等)只是球半径 r 的函数，地球是一种径向非均匀介质。

一、射线方程和射线参数

地震波射线在各薄层中为直线，在各层的界面上发生折射。由斯奈尔定律：

$$\frac{\sin i_1}{v_1}=\frac{\sin j_1}{v_2} \tag{1-27}$$

在$\triangle B_1OA$ 和$\triangle B_2OA$ 中，

$$OB_1\sin j_1 = OB_2\sin i_2 = OA \tag{1-28}$$

$$\therefore \qquad \frac{OB_1\sin i_1}{v_1}=\frac{OB_1\sin j_1}{v_2}=\frac{OB_2\sin i_2}{v_2} \tag{1-29}$$

即

$$\frac{r_1\sin i_1}{v_1}=\frac{r_2\sin i_2}{v_2} \tag{1-30}$$

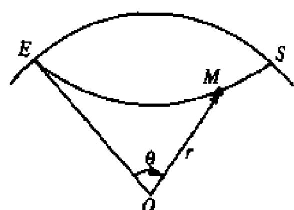


图 1-17 球面射线坐标

$B_0B_1B_2$ 是一条射线的任一段，对整条射线的任何点都适合。若地层有 n 层，则对于一条射线有

$$\frac{r_1\sin i_1}{v_1}=\frac{r_2\sin i_2}{v_2}=\cdots=\frac{r\sin i(r)}{v(r)}=P \tag{1-31}$$

(1-31)式称为球对称介质中的折射定律，又称射线方程，P 为射线参数。方程表明射线为一平面曲线，射线一般可用平面极坐标(r,θ)来描述，如图 1-17 所示。图上 EMS 为一条地震射线，E 为震源，S 为地震观测台。射线上任一点 M 用极坐标(r,θ)表示。r 为自球心 O 到点 M 的径向坐标，$\theta(=\angle EOM)$是从$\overline{EO}$算起的角坐标。

二、本多夫定律，时距(走时)方程

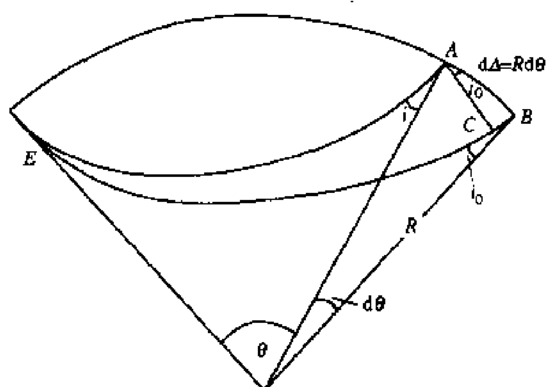


图 1-18 球面层的本多夫定律

如图 1-18 所示，对于震源 E 发出的射线束中，任选两条相近射线$\overset{\frown}{EA}$和$\overset{\frown}{EB}$，它们出射到地面的距离相差 $\mathrm{d}\Delta=R\mathrm{d}\theta$，两条射线的长度相差 $\overset{\frown}{\mathrm{d}l}=\overset{\frown}{CB}$，波沿 CB 传播需时间 $\mathrm{d}t$，则

$$\mathrm{d}t=\frac{\overset{\frown}{\mathrm{d}l}}{v_0}=\frac{\overset{\frown}{CB}}{v_0} \tag{1-32}$$

v_0 是地震波传播到地表的真速度值，入射角为

i_0，出射角为 e_0。

在△ABC 中有：

$$\overset{\frown}{dl} = \overset{\frown}{CB} = d\Delta \sin i_0 = R d\theta \sin i_0 \tag{1-33}$$

则

$$v_0 dt = \overset{\frown}{dl} = d\Delta \sin i_0 = R d\theta \sin i_0 \tag{1-34}$$

或

$$\begin{cases} \dfrac{v_0}{d\Delta/dt} = \sin i_0, \ v_0 = \bar{v}_0 \sin i_0 \\ \dfrac{dt}{d\theta} = \dfrac{R\sin i_0}{v_0} = P \end{cases} \tag{1-35}$$

(1-35)式为本多夫定律，表示相邻射线之间的关系。$d\Delta/dt = \bar{v}_0$ 表示地震波的视速度。所以本多夫定律的第一式表示地震波的真速度和视速度的关系。第二式表示射线参数 P 与波的走时曲线的关系，由走时曲线的斜率可求出参数 P。对于射线的最低点 M，$i=\pi/2$，速度为 $v(r_p)$，r_p 为 M 点的径向坐标(图 1-19)，则有

$$\frac{r_p}{v(r_p)} = P \tag{1-36}$$

联立(1-31)式和(1-35)及(1-36)式，可得

$$\begin{cases} \dfrac{r\sin i}{v(r)} = \dfrac{R\sin i_0}{v_0} = \dfrac{r_p}{v(r_p)} = P \\ \dfrac{r\cos e}{v(r)} = \dfrac{R\cos e_0}{v_0} = \dfrac{r_p}{v(r_p)} = P \end{cases} \tag{1-37}$$

图 1-19　求射线走时方程图示

这也是射线方程的另一表示式。对于不同的射线，P 值是不同的，不同的参数 P(或 r_p)给出一射线族。

由图 1-19，射线上相邻两点 A，B，令 $\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{dS}$，则

$$dS^2 = dr^2 + r^2 d\theta^2 \tag{1-38}$$

式中，θ 为地心角；r 为射线各点到地心的半径。

在△ABC 中有

$$\sin i = r d\theta / dS, \quad \cos i = dr/dS \tag{1-39}$$

将(1-39)中的两式相除后，可得

$$d\theta = \frac{\sin i}{\cos i} \cdot \frac{dr}{r} \tag{1-40}$$

将(1-37)中 $\sin i = vP/r$ 代入(1-40)式得地震射线的微分方程

$$\frac{d\theta}{dr} = \pm \frac{P}{r\sqrt{\dfrac{r^2}{v^2} - P^2}} \tag{1-41}$$

式中正负号对应射线顶点最低点两侧不同段，当 $r=r_p$，$\theta(r_p)=0$。对 EM 段取负号，MS 段取正号，对(1-41)式积分

$$\theta(r) = \pm \int_{r_p}^{R} \frac{P}{r\sqrt{\dfrac{r^2}{v^2} - P^2}} dr \tag{1-42}$$

地震波由 A 传到 B 所需时间为

$$dt = \frac{dS}{v} = \frac{rd\theta}{v\sin i} = \pm \frac{r}{v\sin i}\frac{\sin i}{\cos i}\frac{dr}{r} = \pm \frac{1}{v}\frac{dr}{\cos i} = \pm \frac{rdr}{v^2\sqrt{\frac{r^2}{v^2} - P^2}} \tag{1-43}$$

利用射线的对称性,可写出球对称介质中的走时方程

$$\begin{cases} \theta = 2\int_{r_p}^{R} \frac{p}{r\sqrt{\frac{r^2}{v^2} - P^2}} dr \\ t = 2\int_{r_p}^{R} \frac{r}{v^2\sqrt{\frac{r^2}{v^2} - P^2}} dr \end{cases} \tag{1-44}$$

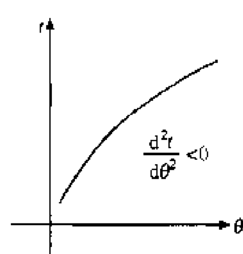


图 1-20　走时曲线

以距离 θ 为横轴,走时 t 为纵轴画出的曲线称为走时曲线。由走时曲线的形状变化能推断出地震射线的变化,从而能推断地球内部地震波传播速度的变化及地球内部结构。

在连续的球对称介质中,只要射线能出射,其走时曲线($h=0$)均凹向 θ 轴(图 1-20),它的二次微商

$$dt^2/d\theta^2 < 0 \tag{1-45}$$

其中

$$\frac{d^2t}{d\theta^2} = \frac{d}{d\theta}\left(\frac{r_p}{v(r_p)}\right) = \frac{r_p}{v^2(r_p)}\left[\frac{v(r_p)}{r_p} - \frac{dv(r_p)}{dr_p}\right]\left(\frac{dr_p}{d\theta}\right) < 0 \tag{1-46}$$

对于能出射到地面的射线,其顶点半径 r_p 都随 θ 的增大而逐渐减小,即 $dr_p/d\theta<0$,为保证 $dt^2/d\theta^2<0$,必须

$$\frac{dv(r_p)}{dr_p} < \frac{v(r_p)}{r_p} \tag{1-47}$$

这是走时曲线存在的条件,也是射线存在顶点能出射到地面的条件。

dv/dr 为速度变化率,可看出 dv/dr 愈大,射线愈弯曲。同时,在连续的球对称介质中,地震射线是对称于顶点的曲线,只要它能出射到地面,就只有一个顶点(最低点或最高点)。在顶点处,$i=\pi/2$。

1.4.2　给定速度变化时的走时关系

一、速度连续变化的情况

1. $dv/dr<0, dv/dr<v/r$,这是地球内部速度分布的一般情况

当速度 $v(r)$ 随深度增加而增加时,总是满足不等式(1-47),射线存在顶点,射线族向上弯曲出射到地面,如图 1-21(a)所示。

2. $dv/dr>0, dv/dr<v/r$

速度 $v(r)$ 随深度增加而减小,但仍符合不等式 $dv/dr<v/r$ 时,射线存在顶点,射线曲率小于地表的

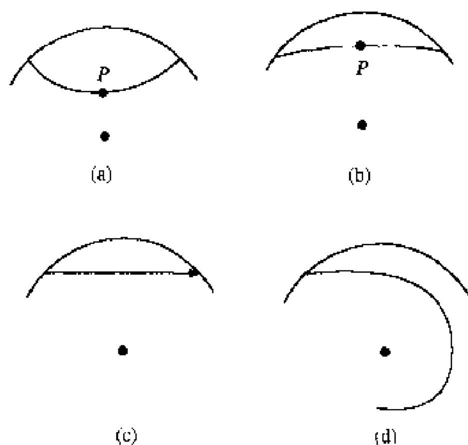


图 1-21　速度连续变化情况

曲率，能出射到地面，如图 1-21(b)所示。

3. $\mathrm{d}v/\mathrm{d}r=0, v=v_0$，速度为常量是均匀介质

射线为直线，如图 1-21(c)所示，走时方程为

$$t=\frac{2R}{v_0}\sin\frac{\theta}{2} \tag{1-48}$$

4. $\mathrm{d}v/\mathrm{d}r>v/r>0$

射线不能出射到地面而螺旋形地弯向地心，如图 1-21(d)所示。

二、速度不连续变化

1. 低速层和低速界面

如图 1-22(a)所示，在地球内部 r_1 至 r_2 的范围内，速度随深度增加而减小，而在此范围之

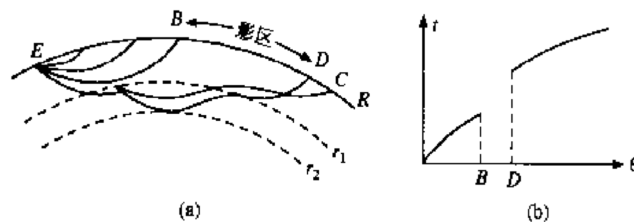


图 1-22 低速层的射线和走时曲线

外则速度随深度增加而增加。那么，r_1 至 r_2 的层称低速层。即

$$\begin{cases}\dfrac{\mathrm{d}v(r)}{\mathrm{d}r}>\dfrac{v(r)}{r},\ (r_1>r>r_2)\\ \dfrac{\mathrm{d}v(r)}{\mathrm{d}r}<\dfrac{v(r)}{r},\ \text{且}\dfrac{\mathrm{d}v(r)}{\mathrm{d}r}<0,(R>r>r_1,\ r<r_2)\end{cases} \tag{1-49}$$

在低速层中，射线不满足不等式 $\mathrm{d}v/\mathrm{d}r<v/r$，经过低速层的射线不会向上弯曲，而是弯向地心。但透过低速层的射线，由于在 $r<r_2$ 的地层中速度又随深度而增加，所以射线又能向上弯曲而最终出射到地面。射线在地表 BD 区不出现，此区称为影区(图 1-22(a))，相应的走时曲线出现间断(图 1-22(b))。当 $r_1=r_2$，并在此处速度值不连续，$\mathrm{d}v/\mathrm{d}r\to\infty$，此界面称为低速间断面。射线通过低速界面时，界面上除出现直达波外，还有反射波及折射波(图 1-23(a))。折射波由于折射角的不同而出现射线会聚现象，在 B，D 处仍无射线出射，相应的走时曲线除出现间断外，还分为 4 支，分别对应于直达波、反射波和折射波(图 1-23(b))。

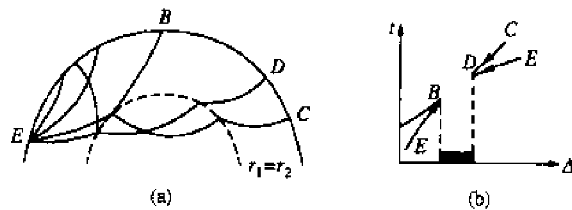


图 1-23 低速界面的射线和走时曲线

2. 高速层和高速界面

若在地球内部 r_1 至 r_2 的范围内，速度随深度的增加比这个范围上下介质中的速度都快，即 $\mathrm{d}v/\mathrm{d}r$ 的值相对地大，此层称为高速层，即

$$\begin{cases}\dfrac{\mathrm{d}v(r)}{\mathrm{d}r}<0,\ \text{且绝对值大}\quad (r_1>r>r_2)\\ \dfrac{\mathrm{d}v(r)}{\mathrm{d}r}<0,\ (R>r>r_1,\ r<r_2)\end{cases} \tag{1-50}$$

通过高速层的射线弯曲得厉害，在地球内部出现射线交叉现象，穿透较深的射线反而在近

距离处出射(图 1-24(a)),相应的走时曲线发生回折(圈环)(图 1-24(b))。当 $r_1=r_2$,并在此处速度值不连续,$\mathrm{d}v/\mathrm{d}r\to-\infty$,此界面称为高速界面。折射波在一定距离之后超前直达波而先到,相应的走时曲线出现与纵轴相交的回折形状(图 1-25)。

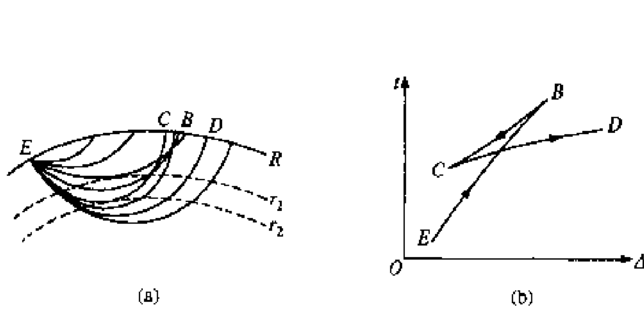


图 1-24　高速层的射线和走时曲线

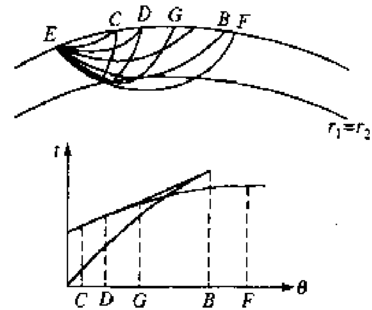


图 1-25　高速界面的射线和走时曲线

1.4.3　确定地球内部地震波传播速度的公式

由已知的走时曲线来确定速度分布的方法有古登堡法和赫格罗茨-维歇尔特法。

一、古登堡方法(拐点法)

已知震源深度为 h 及相应的走时曲线(图 1-26),求 $r_h=R-h$ 处的速度值 v_h。

在连续的球对称介质中,震源深度 $h\neq0$ 的走时曲线是具有拐点的走时曲线,其拐点相应的射线是与以震源 O 为顶点的水平方向射出的射线 $S'OS$ 相对应。在这条射线的 O,S 两点处,运用射线方程

$$\frac{R\sin i_{\mathrm{om}}}{v_0}=\frac{(R-h)\sin i_h}{v_h}=P \quad (1\text{-}51)$$

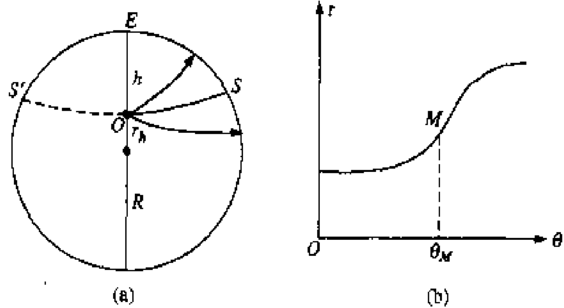


图 1-26　拐点法求速度

式中,i_h 是震源处的射线与法线的夹角;i_{om}是射线出射到地表的入射角;v_h 是震源处的地震波速;v_0 是地表面处的真速度。从震源 O 向不同方向发出射线;i_h 值不同(图 1-26(a)),只有震源发出的水平射线,$i_h=\pi/2$ 时,$\frac{r_h\sin i_h}{v_h}$达到极大值,即 P 达极大值,因此有 $\mathrm{d}P/\mathrm{d}\theta|_{i_h=\pi/2}=0$,也就是$\left.\frac{\mathrm{d}^2t}{\mathrm{d}\theta^2}\right|_{i_h=\pi/2}=0$。在走时曲线上,$\frac{\mathrm{d}^2t}{\mathrm{d}\theta^2}=0$ 的点即为拐点 M(图 1-26(b))。

由于 $i_h=\pi/2$,(1-51)式可写成

$$\frac{R\sin i_{\mathrm{om}}}{v_0}=\frac{R-h}{v_h}$$

根据本多夫定律,$\sin i_{\mathrm{om}}=v_0/\bar{v}_{\mathrm{om}}$,则有

$$\bar{v}_h=\frac{R-h}{R}\bar{v}_{\mathrm{om}} \quad (1\text{-}52)$$

式中,$\bar{v}_{\mathrm{om}}$为地表面 S 处所测得的视速度。

$$\bar{v}_{\mathrm{om}}=\left(\frac{\mathrm{d}\Delta}{\mathrm{d}t}\right)_M=R\left(\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}\right)_M \quad (1\text{-}53)$$

它也是走时曲线拐点的斜率的倒数。由(1-52)和(1-53)式可求得

$$v_h = \frac{R-h}{\left(\frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}\theta}\right)_M} \tag{1-54}$$

我们只要求得某地震的震源深度 h 和在其相应的走时曲线上找到拐点 M，并确定该点的斜率 $(\mathrm{d}t/\mathrm{d}\theta)_M$，由(1-54)式则可求得震源处的速度。此法原理简单，使用方便。但此法要求较精确的走时曲线，特别是在拐点处，且对于间断面不适用。该法只能求出 0～700 km 处的波速，因为再深处不发生地震。

二、赫格罗茨-维歇尔特法(H-W 法)

已知波的走时关系 $t=t(\theta)$，即走时曲线上每点的斜率 $\mathrm{d}t/\mathrm{d}\theta=P(\theta)$ 已知。射线方程 $r_p/v(r_p)=P(\theta)$，其中 r_p 为参数 P 的射线最低点至地心的距离。若能求得 r_p，就能求得 r_p 处的速度 $v(r_p)$，对于连续的球对称介质，用此法可求出地球内部任意深度的 $v(r)$。

从(1-44)式，

$$\theta = 2P\int_{r_p}^{R}\frac{\mathrm{d}r}{r\sqrt{\frac{r^2}{v^2}-P^2}} - 2P\int_{r_p}^{R}\frac{\mathrm{d}\ln r}{\sqrt{\frac{r^2}{v^2}-P^2}} \tag{1-55}$$

可导出赫格罗茨-维歇尔特求 r_p 的公式为(r_p 记作 r_1)，

$$\ln\frac{R}{r_1} = \frac{1}{\pi}\int_0^{\theta_1}\mathrm{ch}^{-1}\frac{P(\theta)}{P(\theta_1)}\mathrm{d}\theta \tag{1-56}$$

式中符号见图 1-27，最后可写出速度公式

$$v(r_1) = \frac{R}{P(\theta_1)}\exp\left[-\frac{1}{\pi}\int_0^{\theta_1}\mathrm{ch}^{-1}\frac{P(\theta)}{P(\theta_1)}\mathrm{d}\theta\right] \tag{1-57}$$

图 1-27 H-W 法求地球内部速度原理图

具体计算采用数值积分的方法，求得 r_1 后，运用射线方程即可求得与 r_1 对应的 $v(r_1)$，再依次取 $\theta_2,\theta_3,\cdots,\theta_n$，求得 $r_2,r_3,\cdots,r_n$ 及其对应的 $v(r_2),v(r_3),\cdots,v(r_n)$，最后求出地球内部不同深度处的速度值。

公式不适用于间断面，且只用了 $h=0$ 的走时资料。因此，对于间断面及 $h\neq 0$ 的资料都要进行修正，使其适用于上述公式。

1.5 地 震 面 波

远震记录图上经常观测到一类波，它们的规则形状与地层介质的均匀性有很大关系，它们的振幅随深度的增加而迅速衰减，这类波是地震体波在界面附近生成的一种次生波。通常把这类能量集中在界面附近，并沿界面传播的地震波称为地震面波。经常观测到的面波有瑞利波(Rayleigh waves)、勒夫波(Love waves)及各类短周期面波。

1.5.1 自由表面的瑞利面波(L_R)

所谓自由表面是指表面应力为零的界面。地表面可以看做自由表面，也就是地表面的大气层对地震波在自由界面的发射性质的影响是很小的，可以忽略不计。自由表面的瑞利面波是不均匀平面纵波和不均匀平面横波(含有复数宗量的平面波即不均匀波)沿自由界面传播时相互

叠加而产生的。

自由表面的瑞利面波是沿自由表面传播而振幅随深度按指数衰减的地震波。其相速度$c_R<\beta$,c_R约为0.9β,并与频率无关。瑞利面波在传播过程中,引起地表介质的质元作逆椭圆运动,椭圆上部质元指向震中(图1-28)。椭圆的水平轴和垂直轴的比值约为2∶3,且质元的垂直位移比水平位移超前$\pi/2$。

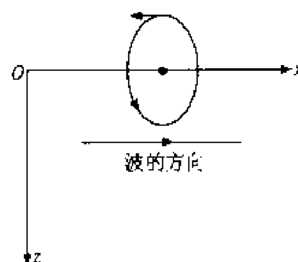


图1-28 瑞利波的偏振

层状介质中的瑞利面波具有频散特征,即相速度c_R随频率而变化。

作为面波的推广,当存在不均匀平面纵波和不均匀平面横波沿两个半空间相接触的内平界面上传播时,会形成一种无频散的面波,称为史东雷波。

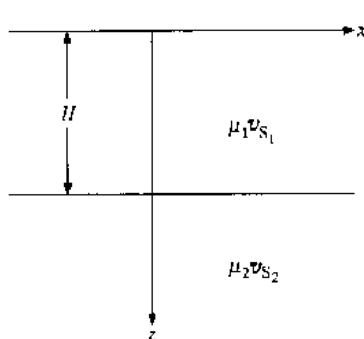


图1-29 两层半无限弹性空间

1.5.2 勒夫面波(L_Q)

在层状介质中,还有一种SH型的横面波,其质元振动方向与地表平行且垂直于波的传播方向,称为勒夫面波,它具有频散特性。它的形成条件是,厚度为H的弹性固体层覆盖在弹性半空间之上,固体层中的横波速度小于弹性半空间中的横波速度,即$v_{S_1}<v_{S_2}$,如图1-29所示。

1.5.3 面波的频散特性

从地震记录图上可看到,瑞利面波和勒夫面波均成群出现,每一群表现为一列波,每列波各自的频率具有不同的传播速度,这种现象称为面波的频散现象。

面波频散现象是由于波在层状介质中传播时相互叠加的结果。这种具有频散特性的面波,在传播过程中不但具有相速度,而且具有群速度。

一、相速度和群速度

单色(一个频率ω)简谐波在传播过程中,波的同相面(波阵面)的传播速度称为相速度。如图1-30所示,在时刻t的某点x的相位,经时刻δt移动了距离δx,即时刻t的x点的相位和时刻$t+\delta t$的$x+\delta x$的相位相等,可写成$\omega t-kx=\omega(t+\delta t)-k(x+\delta x)$,或$\omega\delta t-k\delta x=0$。由此,可得到波的相速度$c$为:

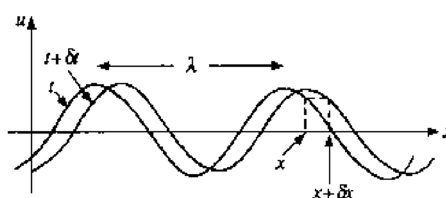


图1-30 简谐波

$$c=\frac{\delta x}{\delta t}=\frac{\omega}{k}=\frac{\lambda}{T} \tag{1-58}$$

式中,k为波数;T为周期;λ为波长。

由于频散现象,各种频率的波都以各自的速度传播着,在传播过程中会相互叠加,于是,形成的合成振动的图像是复杂的,它与原来各个波的振动形式不同。合成振动的振幅是变化的,我们用合成振动振幅的极大值传播的速度来表示其速度,这就是波的群速度。波在传播过程中其能量与振幅的平方成正比,它表示波动过程中的绝大部分能量集中在振幅极大处,所以,群速度也就是波的能量的传播速度。

设有沿着 x 方向传播的两组简谐平面波，它们振幅相同都等于 1，具有相近的频率 $\omega-\Delta\omega$ 和 $\omega+\Delta\omega$，并有不同但相近的相速度 $c-\Delta c$ 和 $c+\Delta c$。两组简谐波叠加后的合成振动为

$$f(x,t)=e^{i(\omega-\Delta\omega)\left(t-\frac{x}{c-\Delta c}\right)}+e^{i(\omega+\Delta\omega)\left(t-\frac{x}{c+\Delta c}\right)} \tag{1-59}$$

将此式按 $\Delta c/c$ 展开，仅取一级微量 $\Delta\omega/\omega$，$\Delta c/c$，则可得

$$f(x,t)=2\cos\Delta\omega\left[t-\frac{\Delta\left(\frac{\omega}{c}\right)}{\Delta\omega}x\right]e^{i\omega\left(t-\frac{x}{c}\right)} \tag{1-60}$$

由 (1-60) 式看出，合成振动是以相速度 c，频率 ω 沿 x 轴传播，而合成振幅是按 $\cos\Delta\omega\left[t-\frac{\Delta(\omega/c)}{\Delta\omega}x\right]$ 的形式变化，其变化频率为 $\Delta\omega$，变化速度为 $\frac{\Delta\omega}{\Delta(\omega/c)}$，这个速度就是波的群速度。在极限的情况下，群速度可表示为：

$$u=\frac{d\omega}{d(\omega/c)}=\frac{d(ck)}{dk}=c+k\frac{dc}{dk} \tag{1-61}$$



图 1-31　两组简谐波合成振动

(1-61) 式也表示群速度 u 与相速度 c 的关系。图 1-31 给出了合成振动的图像，其振幅变化曲线称为波的包络线或波包，u 为包络线的传播速度，也是最大振幅的传播速度。

若有许多个沿 x 方向传播的简谐平面波，其振幅为 1，频率由 ω_1 到 ω_2，或波数由 k_1 到 k_2，由于频谱是连续的，合成振动可以写成积分形式，

$$f(x,t)=\int_{k_1}^{k_2}\cos kx\,dk \quad （先略去间因子） \tag{1-62}$$

这里设 k_1，k_2 的平均值为 k_0，即 $k_1=k_0-\delta k$，$k_2=k_0+\delta k$，其差为 $2\delta k$，则

$$f(x,t)=\int_{k_0-\delta k}^{k_0+\delta k}\cos[k_0x+(k-k_0)x]dk=2\delta_k\frac{\sin(\delta_k\cdot x)}{\delta_k\cdot x}\cos k_0x \tag{1-63}$$

(1-63) 式表示：合成振动的波形为 $\cos k_0x$，其振幅以 $\sin X/X$ ($X=\delta k\cdot x$) 的形式变化（图 1-32）。此包络的极大部分在 $2\pi/\delta k$ 范围内。振幅的传播速度为 $\delta\omega/\delta k$。加上时间因子，则

$$f(x,t)=2\delta_k\frac{\sin[\delta_k(c_0t-x)]}{\delta k(c_0t-x)}\cos[k_0(c_0t-x)] \tag{1-64}$$

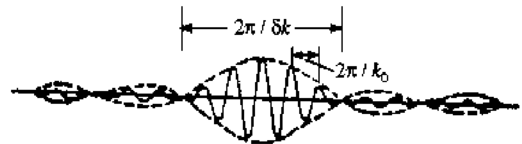


图 1-32　合成振动图像

式中，c_0 为速度平均值。

若 r 为某点与震中的距离，远距离面波的振幅较大，而远距离处体波的振幅较小。这是因为在无限均匀介质中体波的波前为球面，其振幅是按 r^{-1} 规律衰减，而面波的波前为柱面，其振幅是按 $r^{-1/2}$ 规律衰减，所以当震中距比波长大很多时，面波因扩散而造成的衰减比体波要慢得多。

二、频散曲线

除自由表面传播的瑞利面波无频散外，所有地震面波都具有频散特征。频散面波的记录图像是在层状介质中传播的无数不同频率的波叠加的合成振动。

从地震记录图上确定不同周期的面波相速度或群速度，作出速度-周期(频率)曲线，称为实验频散曲线。频散曲线上的群速度极小值称为埃里相，它对应地震记录图上的面波振幅极大值处。然后将实验频散曲线与根据地壳构造模型作出的一族理论曲线相比较，可估计出地壳的厚度，来研究地壳结构。由于地球内部介质的差异，经过不同地区的面波频散曲线是不同的，一般经海洋的频散曲线较为平缓，表示海洋地壳的均匀性。另外，震中距为数百公里时，能接收到周期为 6～10 s 的面波。它们的能量主要限制在沉积岩层中，可以用它求得沉积岩层的厚度和速度。当震中距超过 1000 km 以上，能接收到周期为数十秒的面波，它们的能量主要限制在地壳中。长周期(周期数百秒)的面波可深达上地幔，因此，可利用长周期面波频散来研究地球的深部构造。图 1-33 为长周期瑞利面波的频散曲线。可推断出地壳 20 多 km 处和在 150～250 km 处地幔存在着低速层。由面波频散资料研究地壳、上地幔的速度及结构，可补充体波资料，研究它们的不足。

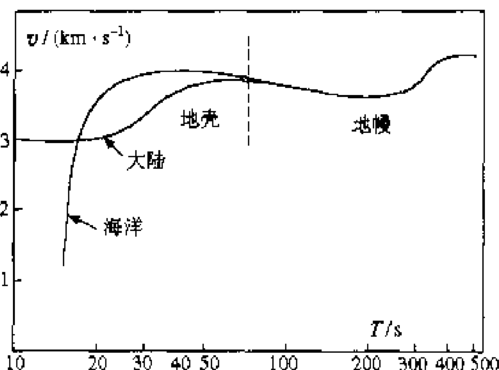


图 1-33　瑞利面波长周期频散曲线

1.6　地震波和地球内部构造

根据地震体波走时、面波频散、自由振荡的本征谱特征，运用地震波传播理论，可得到从地壳直到地核的地球内部构造及表征地球介质的参数。

1.6.1　地球内部的速度分布与主要间断面

利用全球的地震观测资料，1940 年，杰弗里斯和布伦编制了全球的 P,S 波走时表，运用走时表和赫-维反演公式，得到地球内部的 P,S 波速度分布。图 1-34 所示是杰弗里斯和古登堡的结果。

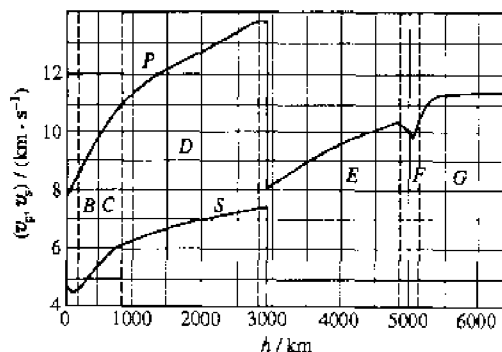


图 1-34　地球内部地震波(P 和 S)速度分布曲线

1968 年以来，普雷斯将数随机编制的百万个地球模型，用蒙特卡罗(Monte Carlo)方法进行计算试验，作出了适合观测值(包括地球的质量和转动惯量，P,S 波走时及地球自由振荡周期等)的 P,S 波速度分布与密度分布函数，图 1-35 为计算结果。

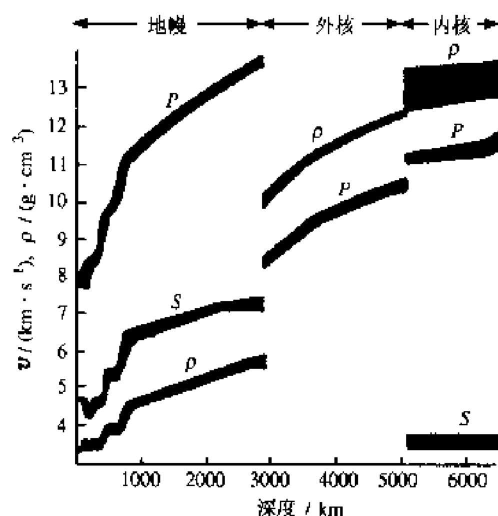


图 1-35 地球内部地震波速度与密度分布

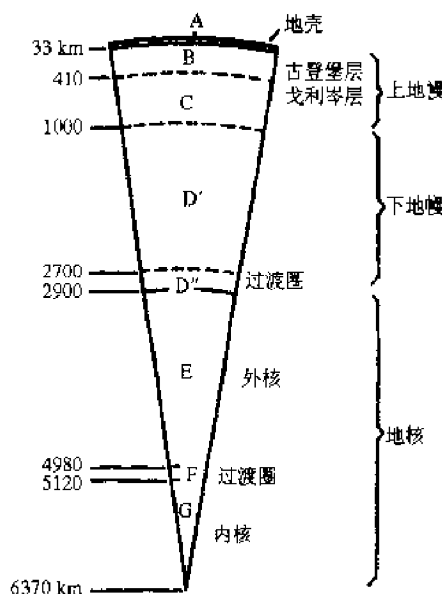


图 1-36 按地震波速度分布划分的地球圈层（布伦模型）

由地震速度资料可知，地球内部主要由表现清楚的一级界面相互分开的三个主要部分，即地壳、地幔及地核组成，地震波的速度在一级界面处发生急剧变化（图 1-36）。布伦模型将地球内部分为七层，地壳为 A 层，地幔为 B，C；D 层，地核为 E，F，G 层。

(1) 地壳：刚硬的地球上层（A 层），它的厚度在大洋的水下变化范围是 5～10(12)km，在平原区达到 30～40 km，在山区则达到 50～75 km（在安第斯山和喜马拉雅山之下，厚度最大）。

(2) 地幔：位于地壳之下，从地表算起向下达 2900 km 深度，它又细分成两部分，上地幔（B 层和 C 层），位于 900～1000 km 深度以上；下地幔（D′层和 D″层），从 900～1000 km 至 2900 km。

(3) 地核：分外核（E 层），4980 km 以上，过渡层（F 层），位于 4980～5120 km 之间；内核（G 层），5120 km 以下。

列表 1-1 如下：

表 1-1 布伦模型的分层

名称		区域		深度 km	$\frac{dv_p}{dr}$	层内物质状况	v_p/(km·s^{-1})
地壳		A			不规则	相当不均匀	5.5
地幔	上部	B	B′	33	负值	大致均匀	7.8
			B″				7.9～8.1
		C	C′	413	正、负值	过渡层（低速层）	8.97
			C″				11.42
	下部	D	D′	984	负值	大致均匀	13.64
			D″	2878	−∞		
地核	外核	E		4982	负值	均匀液体	8.10
		F		5121	正值（或不变）	过渡带	10.31
	内核	G		6371	负值	固体	11.23

随着地震台网的加密和测震技术的发展，1971 年国际大地测量学和地球物理学联合会（IUGG）莫斯科会议上，成立了一个“标准地球模型委员会”，建立一个从地心至地表的标准地球构造模型。1981 年，杰旺斯基和安德森提交一个“初步参考地球模型”（PREM、Prelimiary Reference Earth Modal），作为现今地震学研究的基础参考模型。它在已有工作的基础上，将地球内部分为下述几个主要区域。

（1）海洋层；

（2）上部和下部地壳；

（3）低速带上面的顶盖区域（LID）；

（4）低速带（LV2）；

（5）在低速带和 400 km 深处间断面之间的区域；

（6）在 400 km 和 600 km 间断面之间的区域的过渡带；

（7）下地核；

（8）外核；

（9）内核。

图 1-37 给出 PREM 与布伦模型的对比值，v_P为纵波速度，v_S 为横波速度，ρ 为密度。

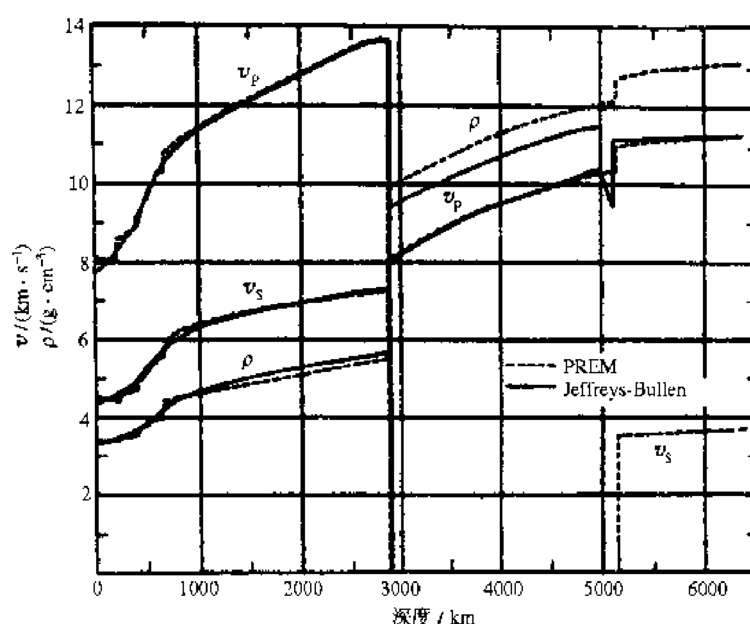


图 1-37　PREM 与布伦模型的对比值

1.6.2　地壳和地核

一、地壳底面和地壳构造

南斯拉夫科学家莫霍洛维奇（A. Mohorovcic）研究了 1909 年 10 月 8 日南斯拉夫的近震记录，在 $\Delta<10^\circ$ 的各地震台的地震记录上，看到两对清楚的 P，S 震相，经分析，第一对为直达波，另一对为经过某深处间断面的首波，其 P 波速度为 7.8～8.1 km/s，这个一级地震界面后来在世界各地陆续发现，具有全球性，称为“莫霍界面”或“M 界面”，也就是地壳底面。这个间断面两侧的速度和密度有突变，近年来根据资料分析，发现有的地区 M 界面为速度突变间断面，称为一级间断面（图 1-38(a)）。有些地区 M 界面有一定厚度，或为速度梯度过渡层（图

1-38(b)），或为一组高速与低速的组合薄层(图 1-38(c))。

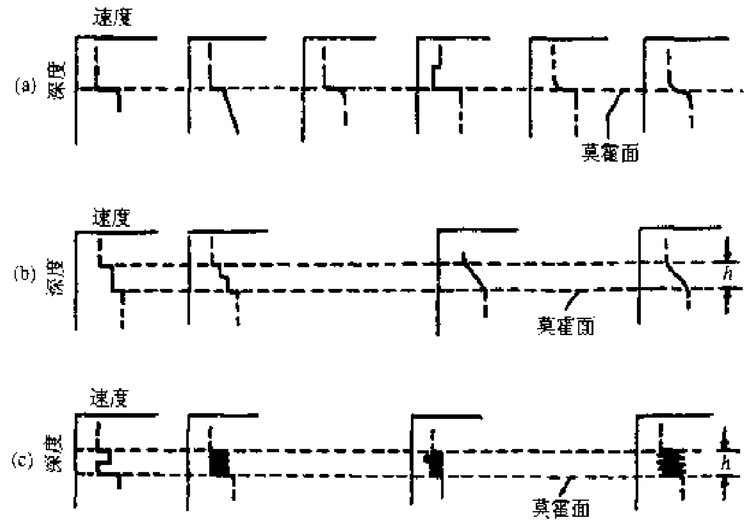


图 1-38　莫霍界面示意图

(a)一级间断面；(b)过渡层；(c)组合薄层

M 界面的性质，可能是界面上下物质的化学成分的突变面。海洋下的 M 界面是玄武岩和橄榄岩的分界面，大陆下的 M 界面是闪岩和橄榄岩的分界面，也有人认为是相变面。M 界面的成分和物性的研究有待进一步研究。

典型的地壳类型有大陆型和海洋型。大陆的地壳构造，多根据近震体波的方法，用人工及天然地震资料进行研究。海洋的地壳构造，根据瑞利面波的频散资料，发现大陆地壳与海洋地壳以安山岩为界，大陆地壳明显比海洋地壳厚。如表 1-2 所示。

表 1-2　海洋的平均地壳厚度

层	$v_P/(km \cdot s^{-1})$	厚　度/km	$\rho/(g \cdot cm^{-3})$
海　　水	1.5	4.5	1.03
软沉积层	2.0～2.5	0.45	2.30
固化沉积层	4～5.4	1.75	2.64
玄武岩层	6.4～7.0	4.7	2.84
上　地　幔	7.9～8.4	∞	3.27

二、地幔和地核

上地幔的 B 层中有一个密度相对较小，似乎由较软岩石构成的层，该层称为软流层，又称为软流圈(asthenosphere)。在软流层中地震波速，特别是横波波速降低，而导电性增高。与位于其上和其下的层对比，这层物质的黏性较小塑性较大。其黏性近于 $10^{19} \times 0.1$ Pa·s，也就是较上覆和下伏的地幔层的黏性低 2～3 个量级。软流层位于不同的深度：在大陆之下由 80～120 km 到 200～250 km，在大洋之下由 50～70 km 到 300～400 km。它在地壳最活跃的带之下表现得最清楚，也隆起得最高。在有的地方达到 20～25 km 深，或更浅。相反，大陆的最稳定部分(地台的地盾)之下，表现得最不清楚和下降得最深。软流层中地震波速 v_P 和 v_S 的降低和导电性的增高与这里地段物质部分熔融(1%～10%)相关。部分熔融随深度而增加，是由于温度上升的速率超过了因压力增加而使物质熔点提高的速率的结果。软流层的黏性在垂直方向和水平方向都有明显的变化，它的厚度也有变化。软流层在决定深部地质过程方面有重要意义。

软流层以上的地幔刚性层与地壳合起来称为岩石圈(Lithosphere)。软流层以下，v_P 急剧

增加。在 900～1000 km 深处 v_P 达到 11.3～11.4 km/s。在下地幔中，v_P 继续增加，但较之上地幔 C 层中增长的速率减缓，在 2700～2900 km 深处 v_P 达到 13.6 km/s，在下地幔底部的 v_S 为 7.2～7.3 km/s。在 2900 km 处，存在另一个一级地震界面，即地幔与地核的界面，在此界面，v_P 从下地幔底部的 13.6 km/s 跳跃式地降低到地核中的 8.1 km/s；在外地核中，v_P 又逐渐增加到 10.4～10.5 km/s；在下层中又减到 9.5～10 km/s；在内核中(G 层)增长到 11.2～11.3 km/s，横波不能传入深于 2900 km 的地核。

1.6.3 地球介质的 Q 值

由于地球介质的不连续性和非完全弹性，地震波在地球介质中传播时，地震波的振幅是随时间和传播距离而有所衰减的，表明地震波在介质中传播时有能量耗损。在一个吸收介质中，地震波传播一定有频散现象发生，这就是说，吸收和频散总是同时存在的。

在有能量耗损情况下，圆频率为 ω，波数为 k 的一维波动方程可写为：

$$y = A(x)e^{-bt}e^{i(\omega t - kx)} \tag{1-65}$$

式中，$A(x)=A_0e^{-rx}$；r 为振幅吸收系数；b 为衰减系数。

为了描述地震波在地球介质中能量损耗的情况，引入参数 Q 值，这个量是由无线电学中引来的。Q 值定义为在一周期中质元所耗损的能量与原有能量的比值，即

$$\frac{2\pi}{Q} = \frac{\Delta E}{E}$$

或

$$\frac{1}{Q} = \frac{\Delta E}{2\pi E} \tag{1-66}$$

$1/Q$ 又称为耗损因子，在下面可以知道 $1/Q$ 是和振幅吸收系数 r 及衰减系数 b 成正比的。这就是常将 Q 值写成倒数的原因。

如果在某时相隔一波长的两处测量地震波振幅(振幅的平方正比于波的能量)，由(1-65)式和(1-66)式可求得 Q_x 值为：

$$\frac{1}{Q_x} = \frac{\Delta E}{2\pi E} = \frac{1}{2\pi}\frac{(A_0e^{-rx})^2 - [A_0e^{-r(x+\lambda)}]^2}{(A_0e^{-rx})^2} = \frac{1}{2\pi}(1 - e^{-2r\lambda}) \tag{1-67a}$$

若在一个波长 λ 的距离内波振幅的衰减不大时，由上式可得：

$$\frac{1}{Q_x} \approx \frac{r\lambda}{\pi} = \frac{2rv}{\omega} \tag{1-67b}$$

式中，v 为地震波的相速度。

如果在某固定点一周期时间间隔测量地震波振幅，由(1-65)式和(1-66)式，所得的 Q_t 值为：

$$\frac{1}{Q_t} = \frac{1}{2\pi}(1 - e^{-\frac{4\pi b}{\omega}}) \tag{1-68a}$$

若在一个周期里振幅衰减不大时，由上式可得：

$$\frac{1}{Q_t} \approx \frac{2b}{\omega} \tag{1-68b}$$

当地震波波速与频率无关时，即无频散，由上述两种方法分别求得的 Q_x 值和 Q_t 值是相同的。但有频散现象时，Q_x 值和 Q_t 值是稍有不同的；地震波能量传播的速度对应最大振幅的传播速度，即群速度 U。若使地震波在时间上的衰减和空间上的衰减相一致，即有：

$$e^{-bt}=e^{-rx}=e^{-rUt},$$

于是有：$b=-ru$。

由上式和(1-67b)式及(1-68b)式，可得

$$\frac{1}{Q_x}:\frac{1}{Q_t}=v:U \tag{1-69}$$

由于介质中的能量耗损和原子间的距离变化有关系，因此不同类型的波会有不同的 Q 值，特别是纵波的 Q_P 值和横波的 Q_S 值是不同的，而且与频率也有关系。瑞利面波是不均匀纵波和横波的叠加，所以瑞利波的 Q_R 与 Q_P 或 Q_S 是不同的，但它们之间有一定的关系。

Q 值反映了介质损耗性质，Q 值越高，介质品质因子越高。能量的损耗越小，介质越接近完全弹性。

1976 年 4 月唐山大地震前，平均 Q 值明显高(约为 660)，是其他地区的 1～2 倍。说明大震前介质强度较高，应力积累较高。震后 Q 值降至 180 左右，说明震后岩石破裂严重，使得地震波衰减增大。

地球内部的 Q 值有明显的差异。图 1-39 为地幔中 P 波的 Q 值随深度变化的情况。除低速层 Q 值变化较大外，地幔介质 Q 值较稳定，且为高 Q 值，而外核的 Q 值说法不一，内核 Q 值可能为 120～600。根据 Q 值的变化研究波的吸收，可以得到介质的非弹性性质，从而进一步了解地球内部介质的性质。

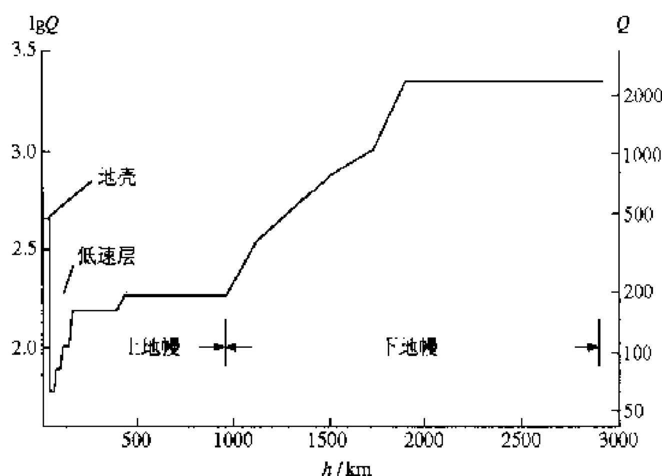


图 1-39　地球内部 Q 值分布

1.7　测定震源参数

地震成因学研究的一个重要方面是震源机制的研究。全球 90%以上的地震都属于构造地震，大多数构造地震发生在地壳中，对于构造地震的成因，目前"断层学说"已广泛被接受。断层说的基本观点是：地壳运动使岩石产生应变，当应力在一个长时期内不断积累，超过一定限度时，地下岩层突然破裂，形成断层，或是沿已有的断层发生突然的滑动，使储存在岩石中的能量突然释放。能量可能是重力位能、动能、化学能及弹性应变能，只有弹性应变能的突然释放才是引发地震的直接原因，这就是弹性回跳学说。如图 1-40 所示。图中(a)表示无应力状态，(b)表示岩块受到应力作用产生形变，岩块之间引起相对位移。(c)表示某一时刻，从岩块上某一点开

始，应力超过了阻力，岩块则滑动或破裂而形成断层，此时断层面两边的岩块又回到新的无应力状态。

1.7.1 震源模型

震源处的能量释放过程是发生在地球介质内的一个有限体积内，这个有限范围称为震源区域。当震源体积的大小远小于地震波波长时，震源可视为点源。点源（单力、力偶）在地面上产生的P波初动符号如图1-41所示。(a)为单力情况。在地表的初动符号一般分为四象限。以单力偶为例，如图1-41(b)所示，图上箭头前面的介质受到推的作用（即介质受压缩），而箭头后面的介质受到拉的作用（介质膨胀），因而介质分成四个象限，即压缩区和膨胀区相互交替排列，从压缩区传播出去的纵波称为压缩波，其质点的运动方向开始是离开震源的，当振动到达地表时，垂直向地震仪记录到向上的初动位移，通常用"＋"号表示。从膨胀区传播出去的纵波称为膨胀波，其初动方向应与压缩波相反，用"－"号表示。在震源空间中，初始压缩波与膨胀波的分界面称为节面，在节面上位移为零。对于断层震源，相当于双力偶模型，它的P波初动辐射图像与单力偶的相同，如图1-41(c)所示。P波有两个节面，一个是断层面，另一个称辅助面，它们是正交的，节面与地面的交线称为节线。将力偶模型画在震源球面上，如图1-42(a)所示。一对力轴即 Ox 和 Oy，主应力轴是与它们成45°角的主压力轴 OP 和主张力轴

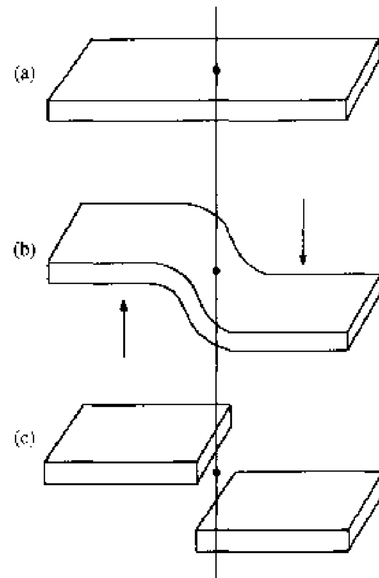


图1-40　弹性回跳模型

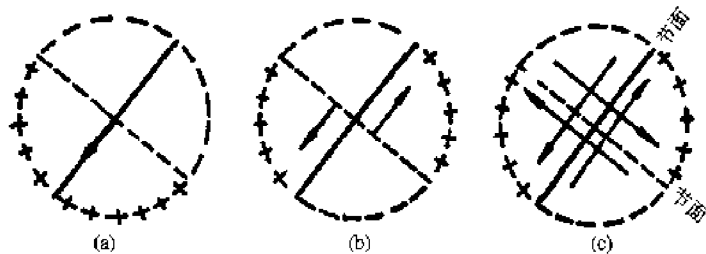


图1-41　P波初动辐射图像

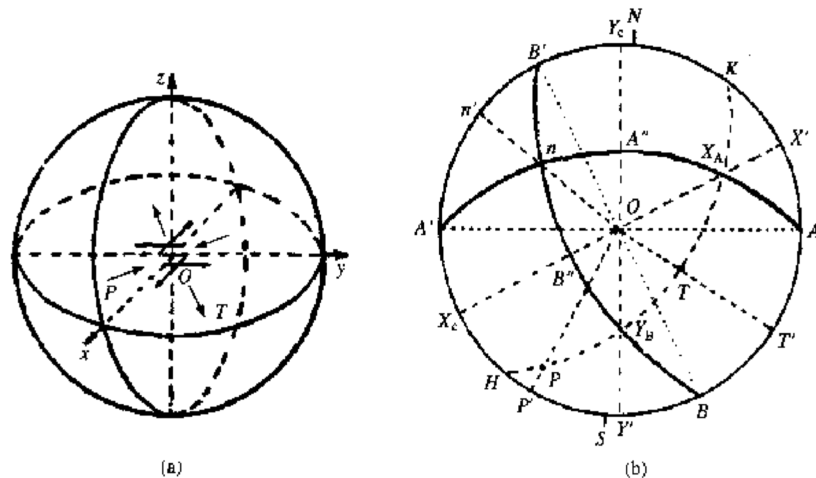


图1-42　震源球面双力偶模型及吴尔夫网

OT，相应的 P 波节面 xOz 面和 yOz 面。断层面和辅助面交线构成的轴是中等主应力轴，或称零轴。零轴的方向垂直主压力 P 和主张力 T，如图 1-42(b)中与纸面垂直的方向。由地震 P 波初动位移的资料无法判断两个节面中哪个是断层面，哪个是辅助面，必须应用地震断层、地壳形变、余震的空间分布等资料来选择断层面。

1.7.2 用 P 波初动解求震源参数

震源参数有动力学参数和静力学参数，主要指断层的传播方向和传播速度，断层的长度、宽度、地震矩、应力降等。震源几何参数是指断层面的空间位置与形态，如断层面的走向、倾向和倾角；相应力偶的取向与仰角；主压应力与主张应力的取向和仰角。这里仅介绍用 P 波初动解断层的走向、倾向、倾角等基本参数。

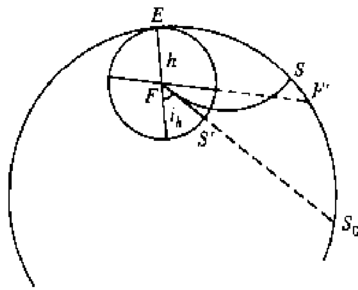


图 1-43 射线出射的理想观测点

P 波初动解，指的是从地面台站记录到 P 的初动分布图像出发，采用点源双力偶这样一种震源力学模型来反演震源运动过程，从而求出震源参数。但要说明的是，在均匀理想的弹性介质中，震源发出的射线为直线，此直线与地面的交点为观测点(地震台)。而实际的地球介质是非均匀介质，射线要发生弯曲(图 1-43 中的$\overset{\frown}{FS}$)，使观测点测得的初动方向不在波离开震源的方向上，因而使得地表面测到的初动符号的分布与真正震源产生的不符。为了消除射线弯曲所造成的影响，必须将此弯曲射线展平，即自震源作弯曲射线的切线(图中 FS_0)，此平直射线与地面的交点 S_0 称理想观测点。

在地表将实际观测点所记到的初动位移移至该射线的理想观测点上，再根据理想观测点上初动位移的分布来确定节线。整个过程都是在吴尔夫网(图 1-42(b))上进行的。下面讨论在图 1-42(b)上如何判读震源参数。

在每个理想观测点上标出各自的初动符号，画出两条大圆弧将初动符号分开，即相邻象限符号相异，相对象限符号相同。这两条大圆弧$\overset{\frown}{AA'}$和$\overset{\frown}{BB'}$就是 P 波的两条节线；其相应的两个节面就是震源处可能的断层面。由于两节线是相互垂直的，所以两大圆弧也必须正交，正交的标准是一大圆弧的极点必须落在另一大圆弧上(大圆弧的极点为大圆弧中垂线上与垂足相距 90°的点)，也就是吴尔夫网上自节线大圆弧的中点向网心方向数 90°的一点，此点必在另一节线上。如图 1-42(b)所示。主压力轴出地点 P 和主张力轴出地点 T 在 HK 大圆弧上，并分别与力轴 x 出地点 X_A 和力轴 y 出地点 Y_B 相距 45°。对比图 1-42(a)和(b)，图 1-42(b)中的 $A'A''A$ 平面相当于图 1-42(a)中的 xOz 平面，$B'B''B$ 平面相当于 yOz 平面，HK 平面相当于 xOy 平面。

一、节平面 $A'A''A$ 和 $B'B''B$ 的产状

走向：节面$\overset{\frown}{AA'}$和$\overset{\frown}{BB'}$为两个可能的断层面，其走向是断层面与水平面的交线方向，在吴尔夫网上为节线大圆弧两端点与网心的连线方向，即图 1-42(b)上 OA 和 OB 方向，顺时针读弧$\overset{\frown}{NA}$(度)和$\overset{\frown}{NB}$(度)。

倾向：倾向与走向垂直，断层面的倾向为断层面的法线在地面上的投影方向。在吴尔夫网上，是从节线弧的中点过网心的方向，即图 1-42(b)上的$\overset{\frown}{NY'}$和$\overset{\frown}{NX'}$。

倾角：断层面的倾角，是断层面与水平面的夹角。在吴尔夫网上，是节线弧的中点到网边

所夹的度数，图 1-42(b)上 Y_CA''(度)和 X_CB''(度)。

二、力轴 OX 和 OY 的方位和仰角

方位：力 X 在$\overset{\frown}{AA''}$节面内，它的方向与$\overset{\frown}{BB'}$面的法线方向一致，也就是说，X_A 是 OX 轴的出地点，也是 A 节面错动力 X 的出地点。同样，力 Y 在$\overset{\frown}{BB''}$节面内，它的方向与$\overset{\frown}{AA''}$面的法线一致，也就是说，Y_B 是 OY 轴的出地点，也是 B 节面错动力 Y 的出地点。在吴尔夫网上，X_A 与网心的联线和北的夹角(顺时针读)称为力 X 的方位角，如图 1-42(b)上的$\angle NOX'$(度)；Y_B 与网心的联线和北的夹角称为力 Y 的方位角，如图 1-42(b)上的$\angle NOY'$(度)。

仰角：是力 X 和 Y 与水平面的夹角。在吴尔夫网上为 X_A 和 Y_B 到网边所夹的度数，即图 1-42(b)上 X_AX'(度)和 Y_BY'(度)。

三、n 轴(零轴)的方位和仰角

图 1-42(b)上，A 节面与 B 节面的交点为 n，On 轴即为图 1-42(a)上的 Oz 轴，其方位角为$\angle NOn'$(顺时针读)。

四、主压力轴 P 和主张力轴 T 的方位和仰角

图 1-42(b)上与 Y_B 和 X_A 相差 45°的 P 和 T，其方位角分别为$\angle NOP'$和$\angle NOT'$(顺时针读)，仰角分别为 $P'P$(度)和 $T'T$(度)。

将所有参数列表 1-3 如下，图 1-44 为初动解示意图。

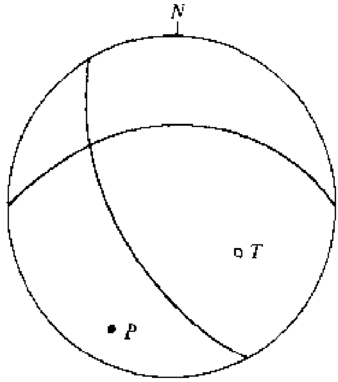


图 1-44　P 波初动解示意图

表 1-3

参数名称	走　向	倾　向	倾　角
节平面 A	$\overset{\frown}{NA}$	$\overset{\frown}{NY'}$	Y_CA''
节平面 B	$\overset{\frown}{NB}$	$\overset{\frown}{NX'}$	X_CB''

参 数 名 称	方 位 角	仰　角
X_A 轴	$\overset{\frown}{NX'}$	$X'X_A$
Y_B 轴	$\overset{\frown}{NY'}$	$Y'Y_A$
N 轴	$\overset{\frown}{Nn'}$	$n'N$
P 轴(负区)	$\overset{\frown}{NP'}$	$P'P$
T 轴(正区)	$\overset{\frown}{NT'}$	$T'T$

1.8　地震仪及天然地震资料的处理

1.8.1　地震仪简介

一、概述

地震仪是测量地面运动的仪器，也可以测量机械振动(如各种车辆的振动、工业及建筑物的振动等)。在地噪声、地热控制、工程地质和探测核爆炸等方面有着广泛的应用。随着科学技术的发展，地震仪器和地震台阵也有了长足的发展。1960 年建成了世界标准台网(Word Wide

Standard Seismograph Network)简称 WWSSN。1974 年对 WWSSN 扩充和发展，在全球出现了地震研究观测台(Seismic Research Observatory)和简化地震研究观测台，简称 SRO 系统。1980 年以来，在原有世界标准台网的基础上，引入数字化设备和微处理技术，形成数字化标准地震台网，简称 DWWSSN。以上几种观测系统合称全球数字地震台网，简称 GDSN。图1-45 给出全球数字地震台网的分布。

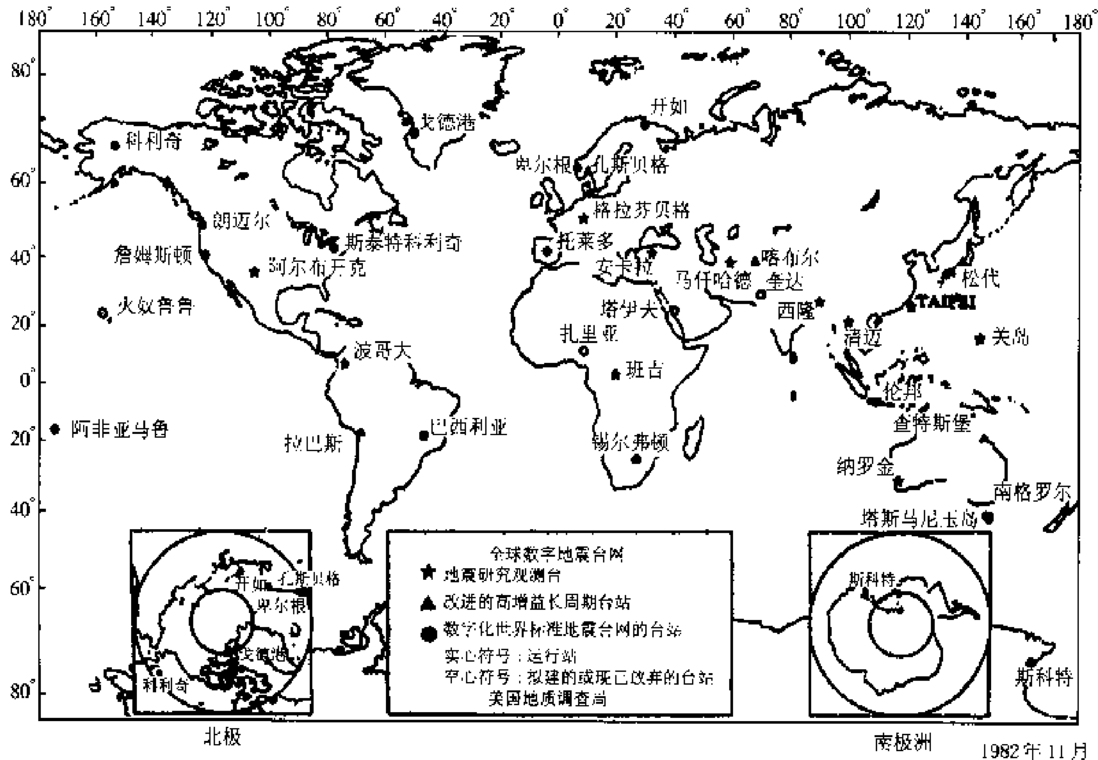


图 1-45　全球数字地震台网

50 年来我国在研制地震仪器和建立观测台站方面已有了较大的发展，目前地震观测的形式有以下几种：① 在全国范围内有一组以大约 28 个地震台组成的 1 类地震台和以大约 56 个地震台组成的 2 类基本地震台，产生全国基本地震台网的地震观测报告。② 约有 289 个地震台组成的地方性地震台站，它们以短周期地震观测为主，产生省或自治区一级的地震观测报告。③ 约 20 个左右的遥测地震台网。地震波形数据通过无线电台或电话专线集中一起，统一记录和实时计算处理。一个遥测台网一般由 5～20 多个地震台组成。④ 由 11 个地震台组成的数字化地震台站。图 1-46 表示 1，2 类基本台站、地方台站和数字化地震台网的分布。图1-47表示我国大陆地区遥测地震台网的分布。

二、地震仪原理简介

地震时激发出地震波，当它到达地面时，便引起地面的运动，地震仪可以将这种运动记录下来。地震波有着较宽的频率范围，从几百赫兹到千分之几赫兹。其振幅的变化范围也很大。在远离震源处，地面的位移往往只有十分之几到几个微米，而在震中附近，地面位移的振幅可达几个厘米到几十厘米甚至更大。一套地震仪是不能满足宽广的频率范围和振幅范围的。因此便有微震仪、强震仪、短周期和长周期地震仪之分。

一套单分向地震仪包括拾震器(其中包括摆、换能器、阻尼器)、放大器、记录笔(或电流计)以及计时器和记录器等几个主要部分。图 1-48 是一套单分向地震仪的主要组成部分方框图。

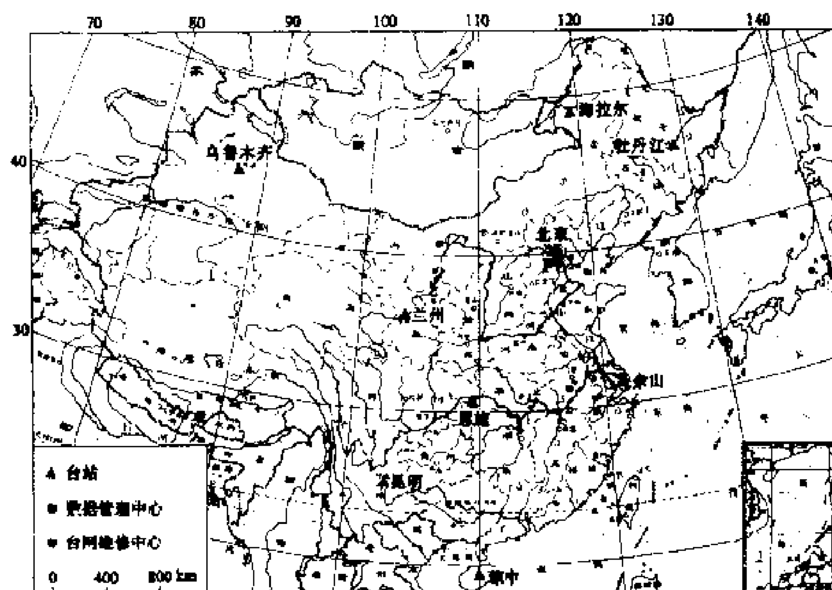


图 1-46 中国大陆地震台站的示意分布图

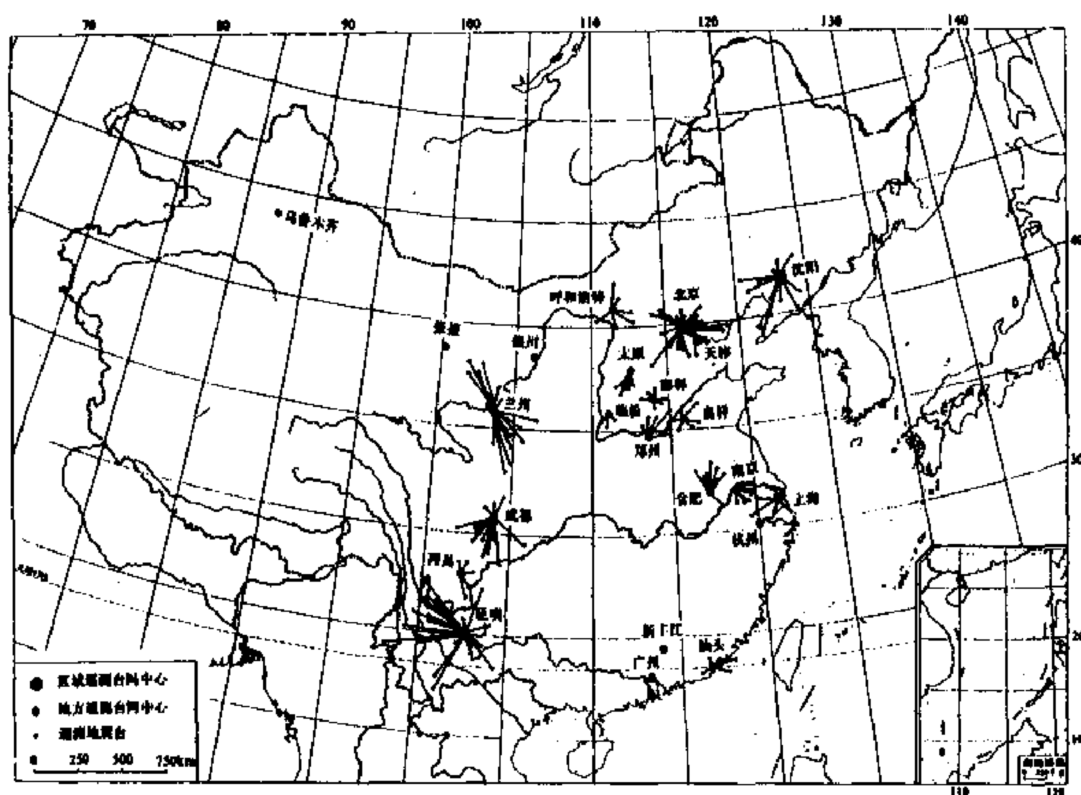


图 1-47 中国大陆遥测地震台网的示意分布图

地震仪一般要备有三个拾震器，一个垂直拾震器，两个水平拾震器，分别接收该点的上下(U—D)、北南(N—S)、东西(E—W)三个方向的地动位移分量。

拾震器中的摆拾取地面的运动，它由惯性体和悬挂系统组成。惯性体通过悬挂系统悬挂在摆的支架上，支架置于地面，当地面运动时，支架随地面一起运动，由于惯性体有保持原有位置不动的趋势，所以惯性体与支架之间发生相对运动。把这种相对运动的机械能通过换能器变成

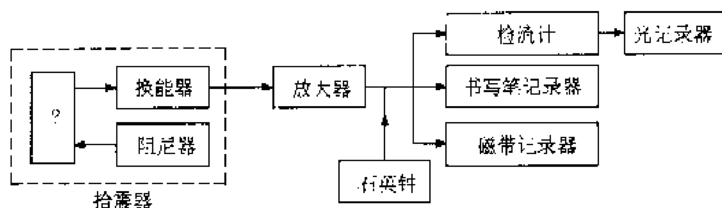


图 1-48 单分间地震仪组成部分方框图

电能(如通过线圈在磁场中的运动实现变换),使之产生电动势,这种电动势通过适当的匹配后加到电子放大器的输入端,经过放大后再送入电流计或动圈式记录笔。传输给电流计进行照相记录,或传输给记录笔进行书写记录,最后地震波形以螺旋滚筒的方式记录在地震图纸上。阻尼器提供适当的阻尼,使拾震器的输出能正确地反映地动。

所得到的地震记录图,首先要测定地震波各个震相的到时,它们的振幅、周期等,因此需要有计时装置,目前大都用石英钟作标准的计时。

三、中国数字化地震台网(CDSN)简介

CDSN 地震台站采用 STS-1 型和 DJ-1 型地震计。地震计输出的模拟信号直接转换成数字化形式,用短周期(SP)、宽频带(BB)、长周期(LP)和甚长周期(VLP)四种相互搭配的频段实现了综合的宽频带记录,并采用了可控增益数字记录,获得了可达 140 dB 的动态范围,是进行宽频带、大动态范围地震观测的地震仪。图 1-49 是国家数字地震台网台站系统的仪器设备示意图。

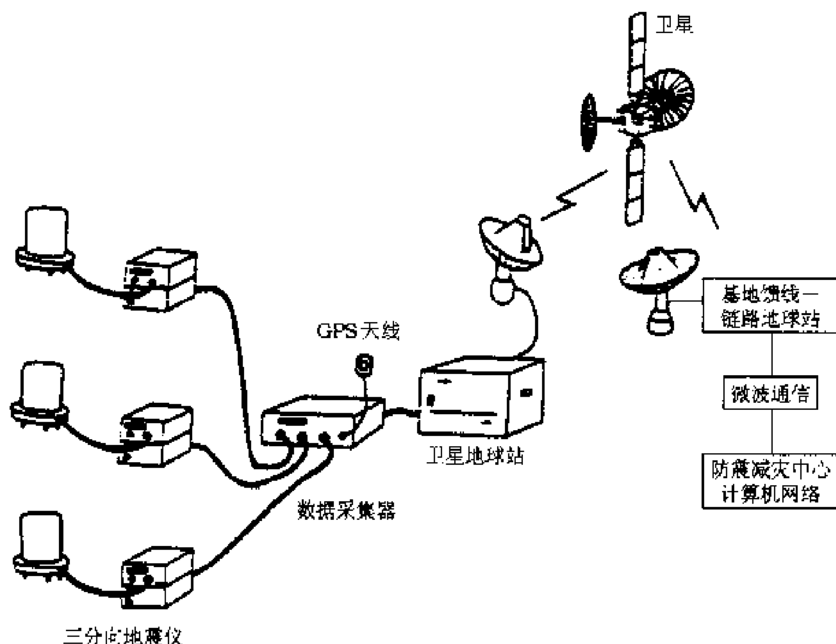


图 1-49 国家数字地震台网台站系统的仪器设备示意图

数字化地震观测,将尽可能全面、准确地获取地震预报、防震减灾所必须的地震记录资料,使地震研究更加定量化,为研究地震的孕育和发生规律以及地球内部详细结构提供基础数据,因此,最终将形成全国型的数字区域地震台网系统,以取代目前的各类模拟区域地震台网。

1.8.2 地震震相分析

地震时释放出很大的能量，其中的一部分以地震波的形式在地球介质中传播。当它到达地震台时，地震仪把波所形成的地面振动分解成北南、东西、上下三个分量放大记录在图纸上，形成地震记录图。

将震源所发出的不同振动（如纵波和横波），不同传播路径（如直达波和反射波等）的地震波在地震图上的特定标志称为震相。震相有体波震相（纵波类和横波类）和面波震相；就波的震中距而言，有近震震相和远震震相；就深度而言，有浅震震相和深震震相。

对于不同震相的辨认，主要依据运动学特征和动力学特征。震相的到时，即震相的时距关系特征称为运动学特征。震相的相位、振幅、周期称为动力学特征。

各类震相除与震源性质、介质有关外，还与记录仪器的特性（仪器的响应特征）有关。由于复杂的地球介质、传播路径、台址地基、震源性质和仪器性能的影响，震相的记录形态是变化的，所以，对震相辨认往往很不容易，但一些主要震相是有规律的。通过震相分析，可以得到有关震源和地球介质的许多信息，这对研究地球内部构造和地震成因、地震预报都有重要意义。

一、地方震震相记录特征

主要震相有$\overline{P}$,$\overline{S}$;P_{11},S_{11}（图 1-50 和 1-51）。地震波振动的持续时间短，约为 1～2 min。



图 1-50　Δ<70 km 地方震

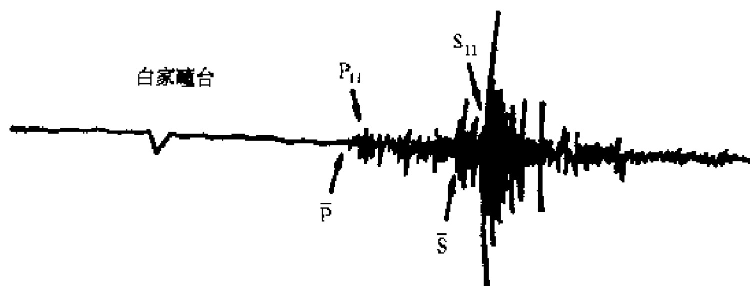


图 1-51　70 km<Δ<90 km 地方震

二、近震震相记录特征

主要震相有$\overline{P}$,$\overline{S}$;P_{11},S_{11};P_n,S_n。当震中距 Δ>200 km 时，P_n,S_n 超前$\overline{P}$,$\overline{S}$出现并成为主要震相，有的地区还出现 P^*,S^*（图 1-52,1-53,1-54）。地震波振动的持续时间一般为 3～5 min，且随着震级的增大而增加。

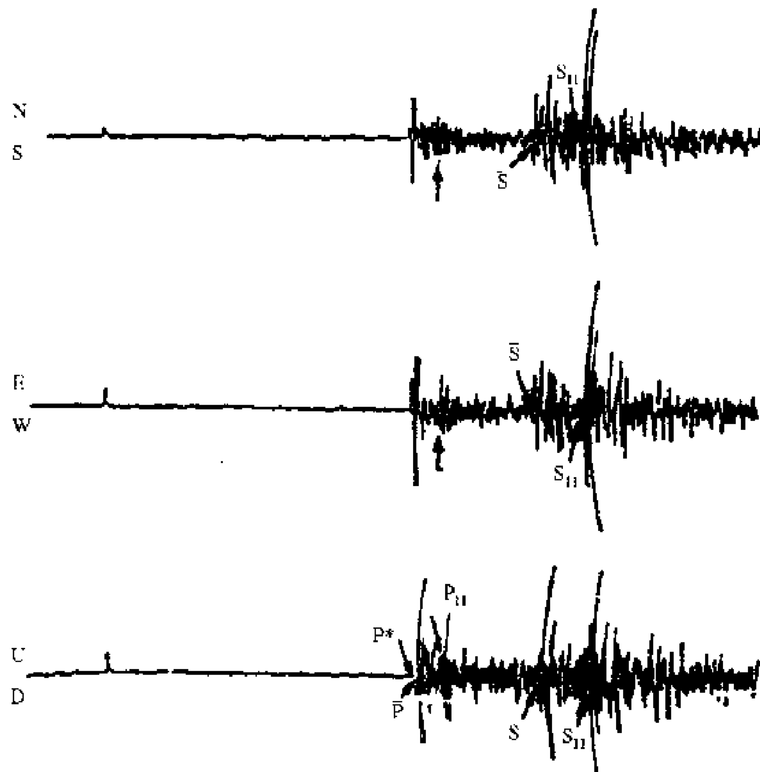


图 1-52　Δ>200 km 近震

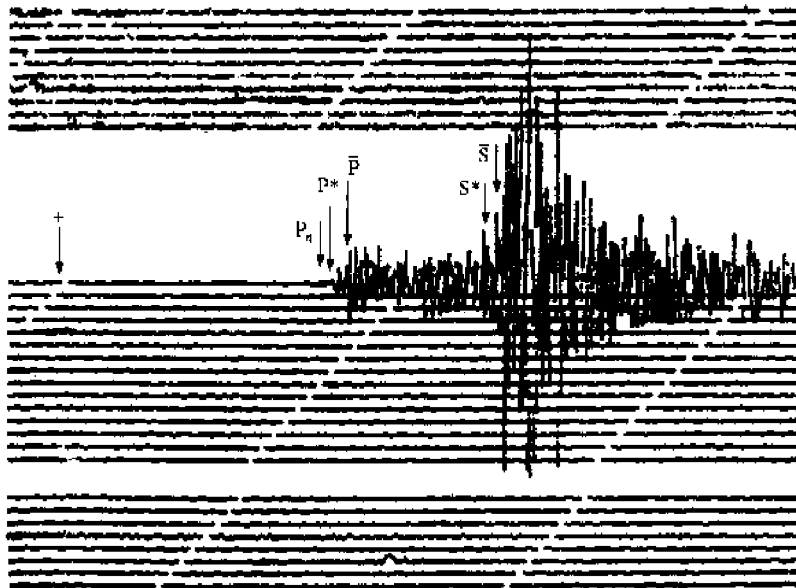


图 1-53　唐山余震
北京台记录，Δ=2.1°

三、远震震相记录特征

震中距 Δ 超过 1000 km(如用地心角 θ 表示震中距，即 10°)为远震范围，这时地表面的曲率已不能忽略，远震射线已穿透到地球内部深处，地球内部介质不能视为均匀介质。在远震记录中，地震波振动有持续时间长、震相种类多、周期大、面波震相突出等特点，各类远震震相的传播路径如图 1-55、1-56 所示。远震分析主要用于研究地球内部结构和性质，同时又可监测地

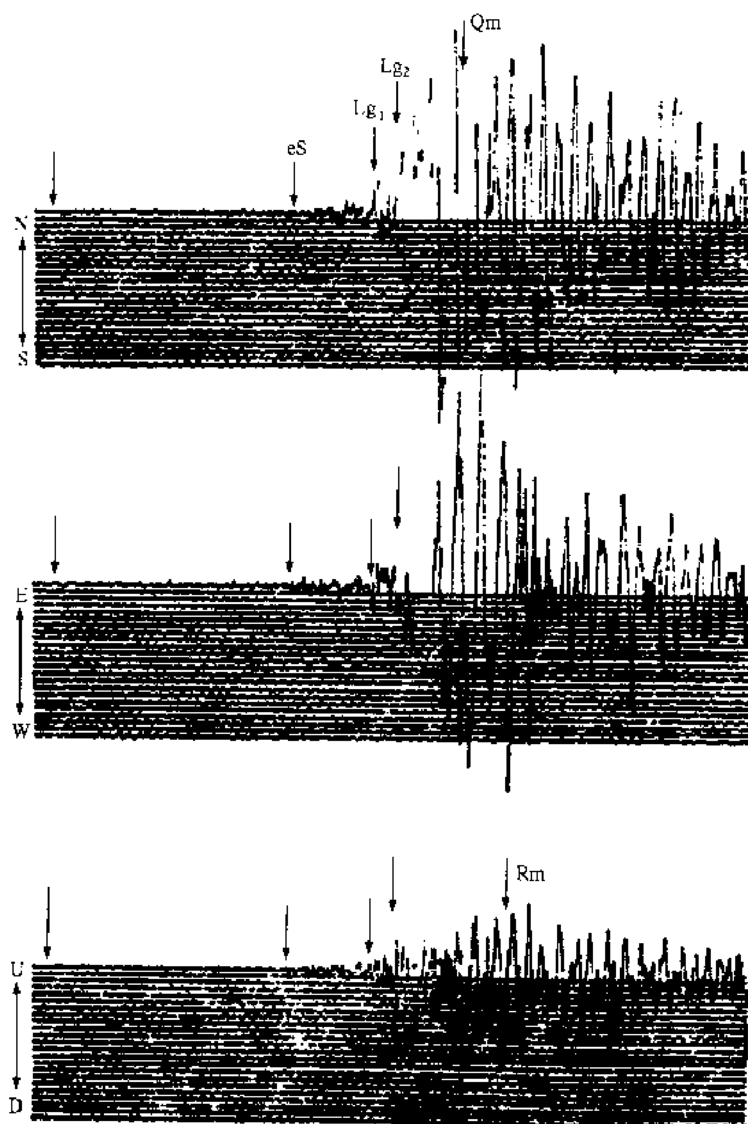


图 1-54　蒙古北部地震图
乌鲁木齐记录，$\Delta=12°$

下核爆破。震相分为下述六类：

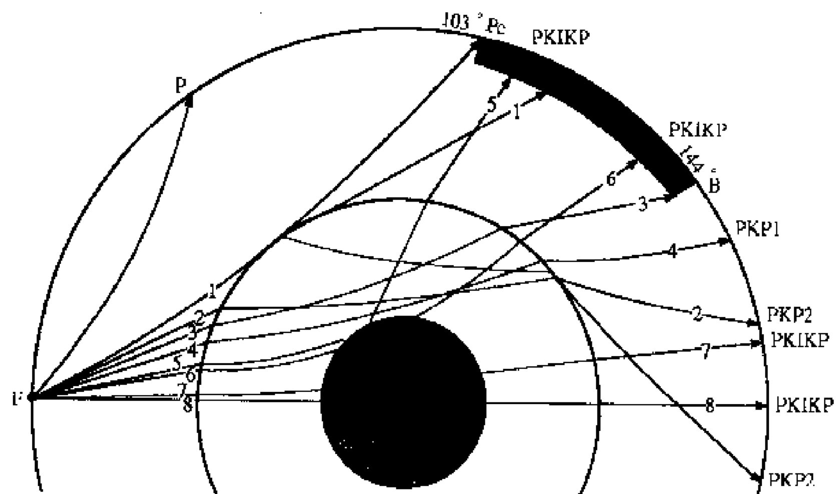


图 1-55　远震震相传播路径图

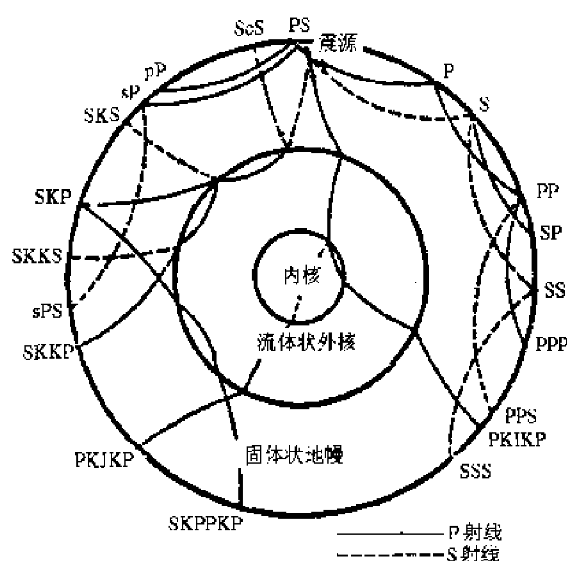


图 1-56　远震震相

(1) 从震源发出经地幔到达地震台的折射波，称为远震直达纵波和横波。在记录图上可出现 Δ 大到 103°～105°的 P,S 波(图 1-57,1-58)。

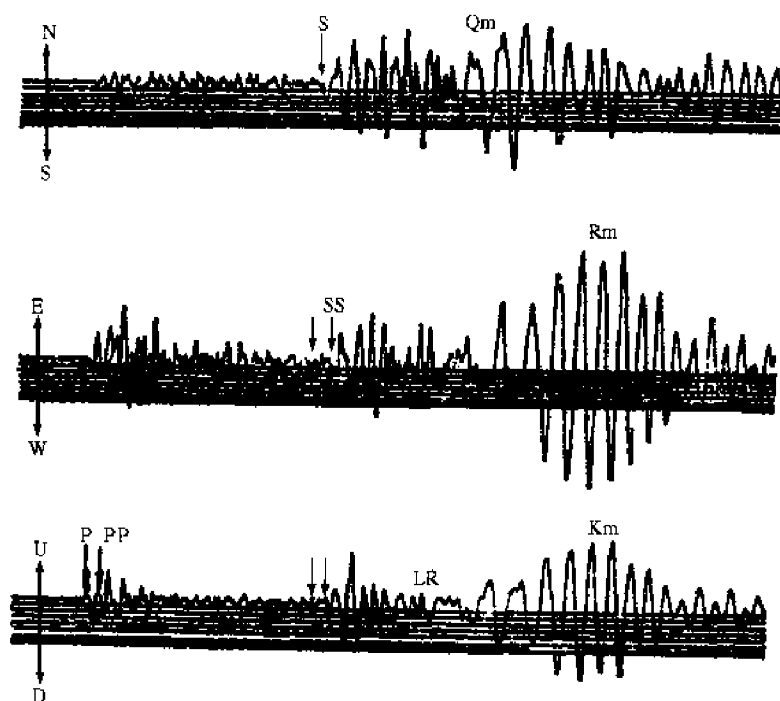


图 1-57　震中位置 45.2°N,150°E

牡丹江台,Δ=14.5°

(2) 地表及 M 界面的反射波及反射转换波。直达波到达地面，反射一次的同类波标为 PP,SS;反射两次的为 PPP,SSS;反射转换波为 PSP,SPS 等(图 1-58)。地壳底面反射波及反射转换波标为 PP′,SS′,PS′,SP′等(图 1-59)。

(3) 核面反射波。经外核界面反射的波标为 PcP,ScS,PcS 和 ScP。c 表示在地核表面经过一次反射，见图 1-60。

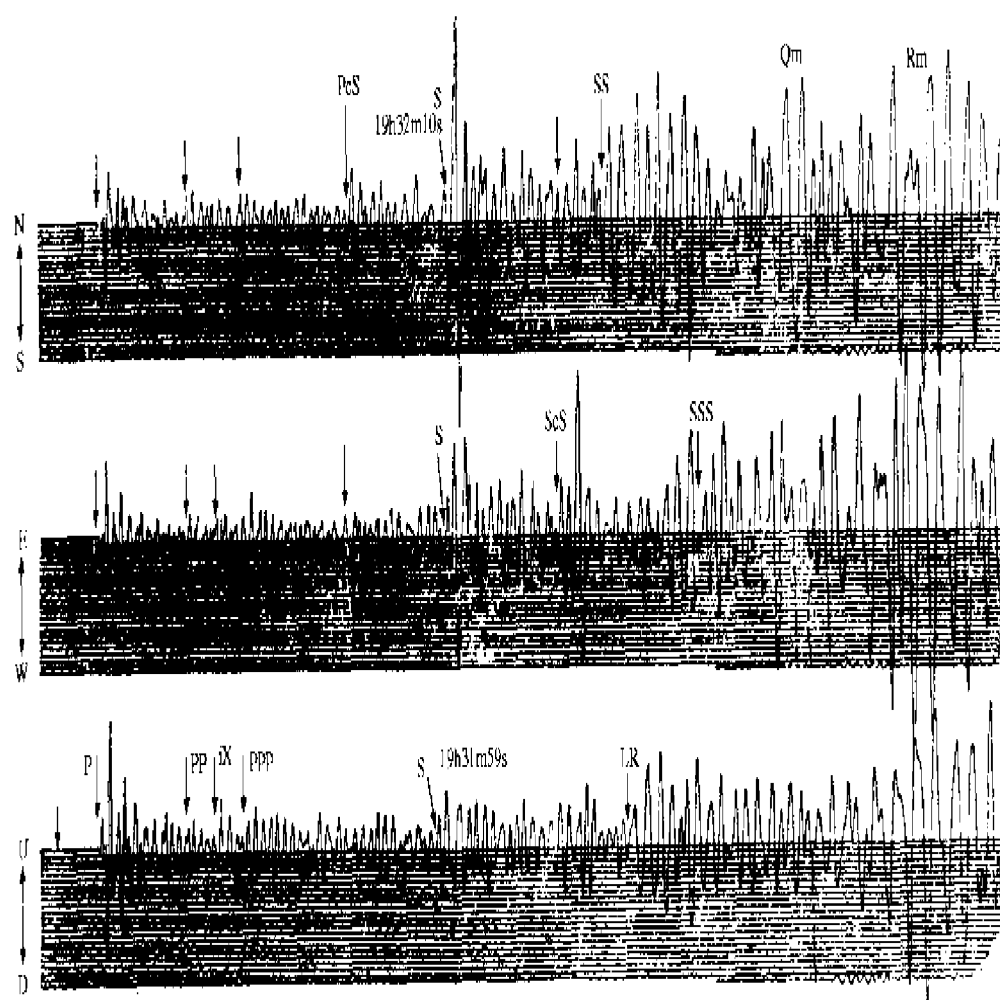


图1-58 震中位置80.5°N，165.5°E

佘山台，Δ=51.3°

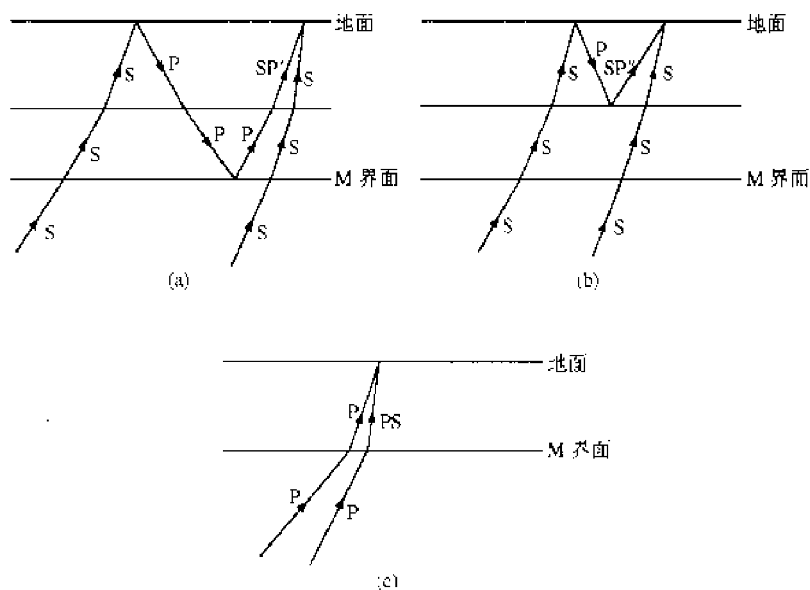


图 1-59 地壳底面反射波及反射转换波

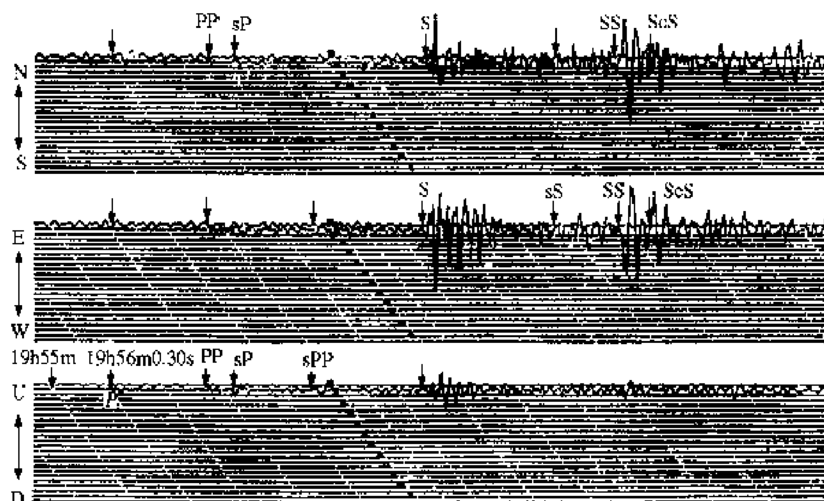


图 1-60 震中位置 19.3°N，145.0°E
昆明台，Δ=39.5°

(4) 地核穿透波。通过地球外核的波，震相标为 PKP，SKP，PKS 等。K 表示进入外地核那一段射线，见图 1-61。通过地球内核折射的纵波标为 PKIKP，地球内核折射的横波标为 PKJKP。外核界面里侧反射一次的波为 PKKP，SKKP。反射两次的用 PKKKP，SKKKS 表示等。这些都是研究地核性质的主要震相。

(5) 震中附近的地表反射波。对于深源地震，其一次反射波的反射点往往在震中附近，记作 pP，pPP，sP，sS，sSS 等。小字母表示在地表反射之前的波，大字母表示在地表反射之后的波，反射前的射线比反射后的射线长度小得多。这类震相较清晰，图形尖锐，见图 1-62。这类震相是测定震源深度的主要依据。

(6) 面波。远震记录中经常记录到瑞利面波（R）和勒夫面波（L）一般是大振幅长周期的较规则的正弦波列（图 1-57 及 1-58）。面波震相可提供地壳和地幔及地球深部的重要信息。

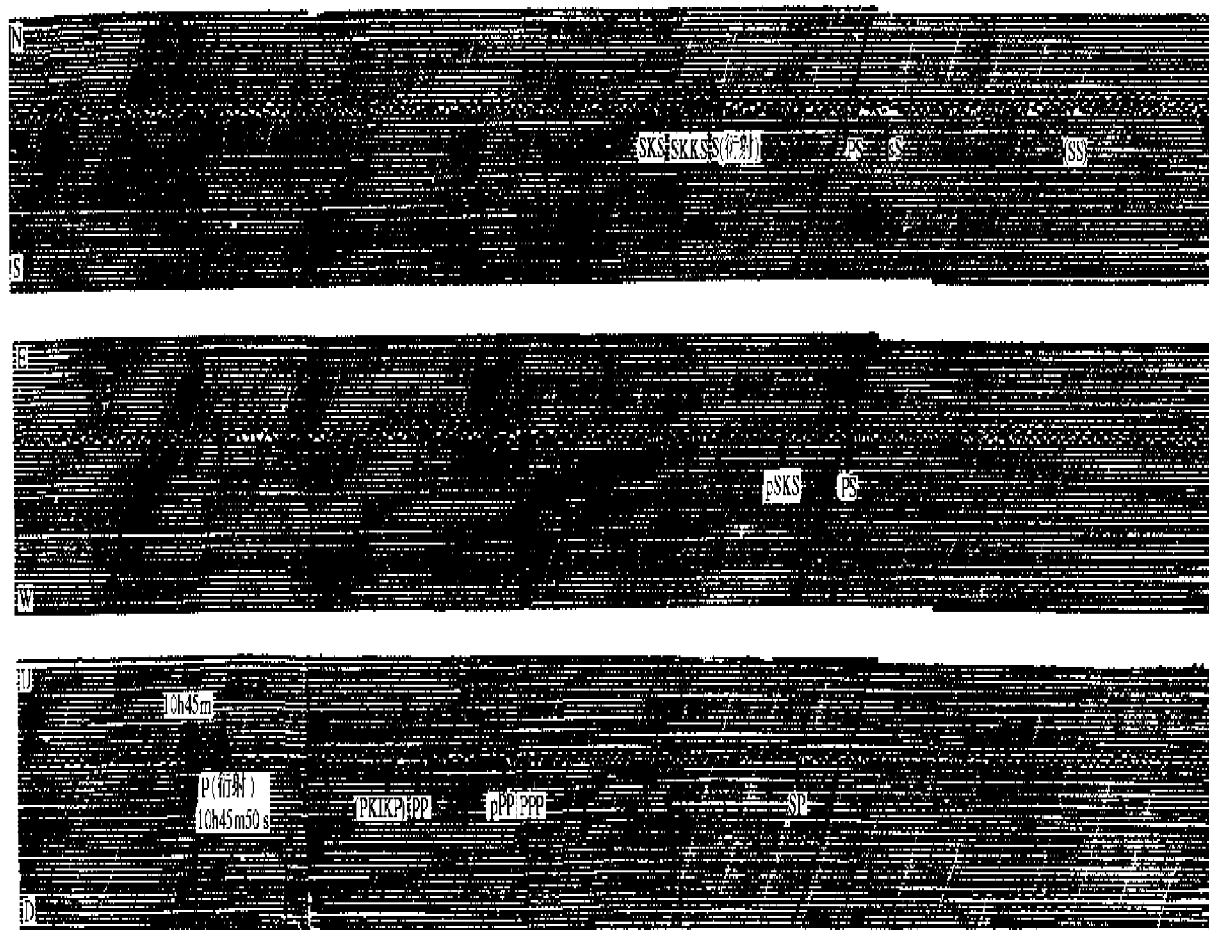


图1-61 震中位置21.9°S,179.6°E

乌鲁木齐台,Δ=106.8°

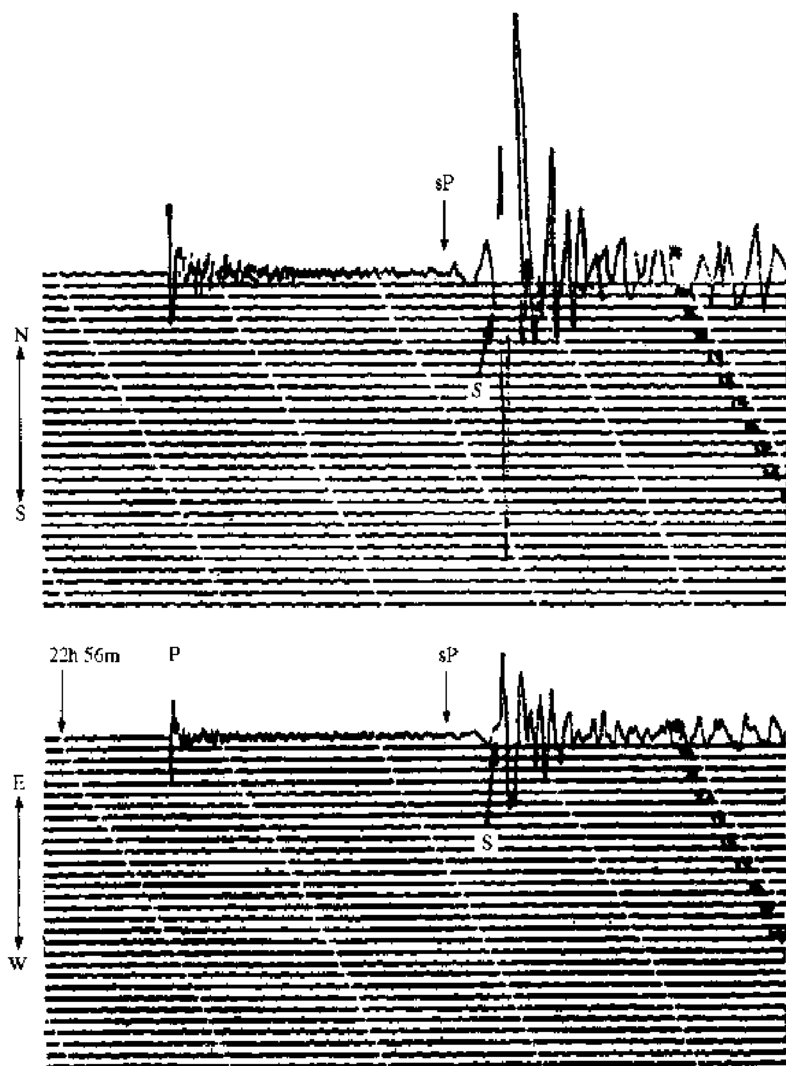


图 1-62　日本海地震

北京台，$\Delta=11.2°$

四、深震震相的特征

震源深度 $h>60$ km 时记录到的地震波震相。P，S 起始比浅震尖锐，面波与 P 波振幅之比值比浅震小得多，对于很深的地震，无面波出现。深震特有的震相是 pP，sP，sPcP 等。

1.8.3　地震基本参数的测定

地震参数是指发震时刻(t_0)、震中位置(Φ,λ)、震源深度(h)及震级(M)五个参数。其中发震时刻、震中位置、震源深度称为运动学参数，震级称为动力学参数。测定这些参数对于了解地震活动性，地震预报有重要的意义。地震参数测定的方法很多，这里只讨论一些最简单、最基本的方法。

一、发震时刻的测定

1. 走时表法

对于近震(包括地方震)，用各台的 $\bar{S}$ 波与 $\bar{P}$ 波的到时差(在地图上可直接量出)$T_{\bar{S}}-T_{\bar{P}}$(又写成 $\bar{S}-\bar{P}$)，在近震走时表中查得相应的震中距 Δ 及走时 $t_{\bar{P}}$ 或 $t_{\bar{S}}$，用 $\bar{P}(\bar{S})$ 的到时减去

$\overline{\mathrm{P}}(\overline{\mathrm{S}})$的走时，则得到发震时刻 T_0，即

$$T_0 = T_{\overline{\mathrm{P}}} - t_{\overline{\mathrm{P}}} = T_{\overline{\mathrm{S}}} - t_{\overline{\mathrm{S}}} \tag{1-70}$$

由于 $\overline{\mathrm{P}}$ 波受到干扰较少，震相较清楚，到时较可靠，所以一般都用 $\overline{\mathrm{P}}$ 波定发震时刻。对于远震，原理相同，只是须用远震时的基本震相来求。

发震时刻按照北京时或国际标准时报出。

2. 和达法

由于受局部地质条件的限制，对于无法编制走时曲线的近震采用此法。

若有 3 个以上地震台站的 $\overline{\mathrm{S}}-\overline{\mathrm{P}}$，由于

$$t_{\overline{\mathrm{P}}} = T_{\overline{\mathrm{P}}} - T_0 = D/v_{\overline{\mathrm{P}}}$$
$$t_{\overline{\mathrm{S}}} = T_{\overline{\mathrm{S}}} - T_0 = D/v_{\overline{\mathrm{S}}} \tag{1-71}$$

式中，D 为震源距，$v_{\overline{\mathrm{P}}}$，$v_{\overline{\mathrm{S}}}$ 分别为 $\overline{\mathrm{P}}$，$\overline{\mathrm{S}}$ 的传播速度。

用(1-71)式的第二式减去第一式，得

$$t_{\overline{\mathrm{S}}} - t_{\overline{\mathrm{P}}} = T_{\overline{\mathrm{S}}} - T_{\overline{\mathrm{P}}} = D(1/v_{\overline{\mathrm{S}}} - 1/v_{\overline{\mathrm{P}}}) = D/v_{\phi} \tag{1-72}$$

式中，$v_{\phi}=v_{\overline{\mathrm{P}}} \cdot v_{\overline{\mathrm{S}}}/(v_{\overline{\mathrm{P}}}-v_{\overline{\mathrm{S}}})$称为虚拟速度。(1-72)式又可写成

$$T_{\mathrm{S}} - T_{\overline{\mathrm{P}}} = \frac{D}{v_{\overline{\mathrm{P}}}}\left(\frac{v_{\overline{\mathrm{P}}}}{v_{\overline{\mathrm{S}}}} - 1\right) = (T_{\overline{\mathrm{P}}} - T_0)\left(\frac{v_{\overline{\mathrm{P}}}}{v_{\overline{\mathrm{S}}}} - 1\right) \tag{1-73}$$

令 $v_{\overline{\mathrm{P}}}/v_{\overline{\mathrm{S}}}=v$ 称为波速比，则上式可写成

$$T_{\overline{\mathrm{P}}} = T_0 + \frac{1}{v-1}(T_{\overline{\mathrm{S}}} - T_{\overline{\mathrm{P}}}) \tag{1-74}$$

如以 $T_{\overline{\mathrm{P}}}$ 为横轴，$T_{\overline{\mathrm{S}}}-T_{\overline{\mathrm{P}}}$ 为纵轴，(1-74)式则为一直线，如图 1-63 所示。$T_{\overline{\mathrm{P}}}$ 上的截距即为发震时刻 T_0。

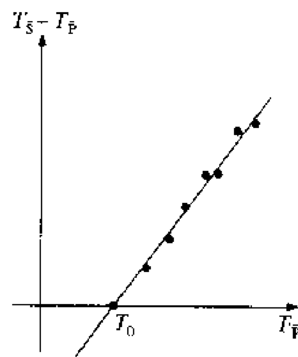


图 1-63　和达法求发震时刻

二、震中位置和震源深度的测定

1. 方位角法(单台法)

利用纵波初动振幅求出震中方位角 α，运用 $\overline{\mathrm{S}}-\overline{\mathrm{P}}$，由走时表求出震中距 Δ，可直接在地图上作图得到震中位置。对于远震，在吴尔夫网上作图。

1) 震中方位角 α：α 是地震台 S 与北极 N 的连线和台 S 与震中 E 的连线(方位线)之间的夹角，如图 1-64(a)。方位角从北数起，瞬时针为正。用水平向地动位移测定方位角 α，如图 1-64(b)所示。首先在地震图上量出初至 P 波振幅南北向 a_{mN}和东西向 a_{mE}(单位为 mm)，除以动态放大倍数 V_N 和 V_E(根据仪器的初动特性来定)，得到地动位移 $A_{\mu N}=a_{mN}/V_N$，$A_{\mu E}=a_{mE}/V_E$(单位 μm)。再量出垂直向初至的方向，向上标"+"号，向下标"−"号。

$$\tan\alpha_0 = \frac{A_{\mu E}}{A_{\mu N}}$$

或

$$\alpha_0 = \arctan\left|\frac{A_{\mu E}}{A_{\mu N}}\right| \tag{1-75}$$

震中方位角 α 与 α_0 的关系为：当震中在台的东北方向时，$\alpha=\alpha_0$，在台的东南方向时，$\alpha=180°-\alpha_0$，在台的西南方向时，$\alpha=180°+\alpha_0$，在台的西北方向时，$\alpha=360°-\alpha_0$，也可用表 1-4 来判别。

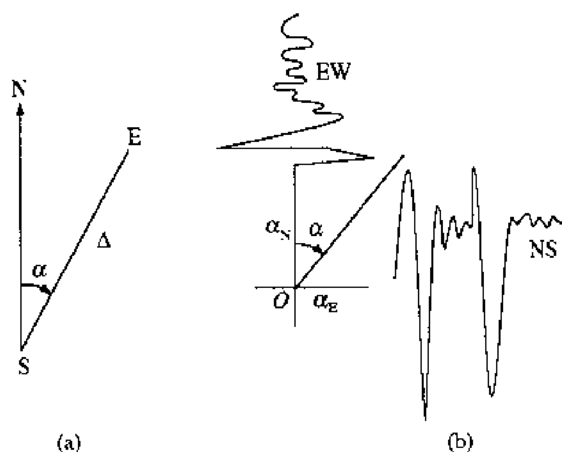


图 1-64　方位角法

表　1-4

震中方向	东北向	东南向	西南向	西北向
初动方向	−	−	−	−
	+	+	+	+
方位角 α	0°～90°	90°～180°	180°～270°	270°～360°

注："+，　"号表示初至的垂直方向："－"号表示地动初至方向向下；"＋"号表示地动初至方向向上。

2）求震中距：在地震图上量出 $\bar{S}-\bar{P}$ 后，从走时表上查出 Δ。

3）对于近震，在一定比例尺（如百万分之一）的地震图上作图。先作出台站的经线，以此线为零线，从台所在点作方位角 α，联震中和台得方位线，再以台为中心，以震中距 Δ 为半径画圆弧，圆弧与方位线的交点即为震中，最后在图上读出震中经纬度（Φ_E，λ_E）。

对于远震，在吴尔夫网上作图。

2. *多台资料法*

1）交切法

对于近震，利用三个以上台的资料，根据各个台的（$\bar{S}-\bar{P}$）的值，利用不同震源深度的近震走时表，求出震中距 Δ 及深度 h，然后在一定比例尺（如百万分之一）的地图上以台为圆心，以震中距 Δ 为半径作圆，3 个圆的交点即为震中，3 个圆以上的交点为一小区域。

2）虚波速度法（石川法）

对于近震，若已知地区的虚拟速度 v_Φ，可由 3 个以上的台记录到的时差 $\bar{S}-\bar{P}$ 算出 $D=v_\Phi(\bar{S}-\bar{P})$，在一定比例尺的地图上以台为圆心，以震源距 D 为半径作圆（图 1-65（a）），每两圆相交的点作一弦，三弦相交一点，此点即为震中。过震中对半径最小的圆作垂直于此圆半径的弦，此弦的一半为震源深度（图 1-65（b））。

三、震级的测定

1. *近震震级的测定*

波的传播是一种能量的传播，能量密度 $\varepsilon=E/V\propto\rho A^2\omega^2$，所以地震波的能量 $E\propto\rho(A/T)^2$。式中，A 为波的振幅；T 为波的周期；ρ 为介质密度。

假定传播介质是均匀的，各向同性的。如果有两次不同强度的地震，震源深度相同，那么在

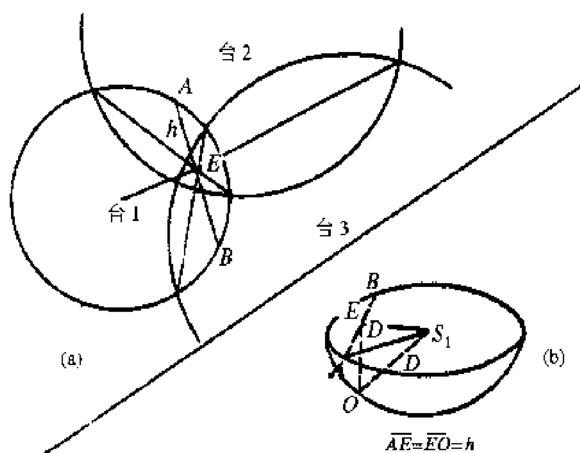


图 1-65　石川法求震中和震源深度

同一震中距($\Delta_1=\Delta_0=\Delta'$)必有(图 1-66)

$$\frac{E_1}{E_0}=\frac{(A_1/T_1)^2}{(A_0/T_0)^2}=\text{常数} \tag{1-76}$$

式中,E_1,E_0 分别为两次地震的地震波能量;A_1,A_0 为波的振幅;T_1,T_0 为周期。

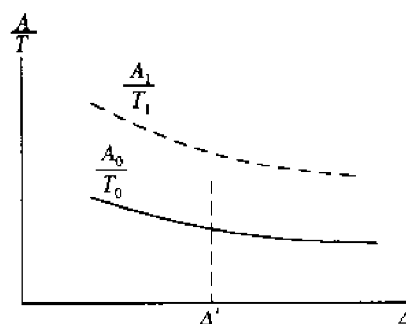


图 1-66　记录振幅与震中距的关系曲线

对于实际的地球介质,必须考虑到非完全弹性和各向异性的影响,(1-76)式可写成

$$\frac{E_1}{E_0}=\left(\frac{A_1/T_1}{A_0/T_0}\right)^{1.8} \tag{1-77}$$

等式两边取对数得

$$\lg\frac{E_1}{E_0}=1.8\left(\lg\frac{A_1}{T_1}-\lg\frac{A_0}{T_0}\right) \tag{1-78}$$

定义 $M=\lg\frac{A_1}{T_1}-\lg\frac{A_0}{T_0}$为里氏震级,表示两次地震的相对大小,也是地震强度的一个标志。

对于近震或地方震,周期 T 变化不大,则采用

$$M_L=\lg A-\lg A^* \tag{1-79}$$

式中,A 为水平两分量最大记录振幅的平均值;A^*为某一标准震级(零级)的地震的记录振幅。

上述结果是里克特于 1935 年在研究美国南加利福尼亚地震时,利用观测结果归纳总结得出的。当初里克特用伍德-安德森标准短周期扭转地震仪(W-A 标准地震仪的静态放大倍数为 2800,周期 0.8 s,阻尼系数 0.8),在震中距 $\Delta=100$ km 处的地震图上,将记录到的两水平分量最大振幅的平均值为 1 μm 的地震作为零级地震。实际观测表明,零级地震的能量约为 10^5J,震级每增加 0.5 级,相当于能量增加 10 倍。

里氏近震震级定义用的是 W-A 标准地震仪,若用别的仪器必须进行仪器校正。我国现用的近震震级公式为:

$$M_L=\lg A_\mu+R(\Delta) \tag{1-80}$$

式中,M_L 为近震体波震级;A_μ 为水平向最大地动位移振幅的平均值,即 $A_\mu=(A_{\mu N}+A_{\mu E})/2$(单位 μm);$R(\Delta)$为起算函数,基式地震仪的 $R(\Delta)$值,62、64 型地震仪的 $R_1(\Delta)$值列于表 1-5。

表 1-5

Δ/km	基 式 $R(\Delta)$	62,64 型 $R_1(\Delta)$	Δ/km	基 式 $R(\Delta)$	62,64 型 $R_1(\Delta)$
0～5	1.8	1.8	230～240	3.9	4.1
10	1.9	1.9	250～260	3.9	4.1
15	2.0	2.0	270～280	4.0	4.2
20	2.1	2.1	290～300	4.1	4.3
25	2.3	2.3	310～320	4.1	4.4
30	2.5	2.5	330	4.2	4.5
35	2.7	2.7	340	4.2	4.5
40	2.8	2.8	350～370	4.3	4.5
45	2.9	2.9	380～390	4.3	4.6
50	3.0	3.0	400～420	4.4	4.7
55	3.1	3.1	430～460	4.4	4.75
60～70	3.2	3.2	470～500	4.5	4.8
75～85	3.3	3.3	510～600	4.5	4.9
90～100	3.4	3.4	610～650	4.6	5.0
110	3.5	3.5	700	4.7	5.1
120	3.5	3.5	750	4.7	5.2
130～140	3.5	3.6	800	4.7	5.2
150～160	3.6	3.7	850	4.8	5.2
170～180	3.7	3.8	900	4.8	5.2
190～200	3.7	3.9	1000		5.3
210～220	3.8	4.0			

全球各地区地质条件不同，各台站须加台站校正值 $S(\Delta)$。现今计算震级的公式为：

$$M_L = \lg A_\mu + R(\Delta) + S(\Delta) \tag{1-81}$$

我国规定以北京白家疃的基式地震仪记录为 M_L 的标准基值($S=0$)，其他台和仪器要另求 S 值。表 1-6 列出了部分台站校正值。

表 1-6 台站校正值

台名 \ $S(\Delta)$ \ Δ	1°～3°	3°～5°	5°～8°	8°～10°
佘 山	+0.34	+0.32	+0.28	+0.25
南 京	−0.02	0.00	+0.01	+0.03
广 州	+0.18	+0.17	+0.16	+0.16
昆 明	+0.11	+0.11	+0.10	+0.10

2. 远震震级的测定

以面波震级 M_S 为标准，远震震级的公式为

$$M_S = \lg\left(\frac{A}{T}\right)_{最大} + \sigma(\Delta) + C \tag{1-82}$$

式中，A 为面波水平向最大振幅，即同一时刻两水平分量最大振幅的合成；T 为面波最大振幅的周期；$\sigma(\Delta)$为起算函数；C 为台站校正值。

近震震级 M_L 所量振幅的周期范围为 0.1～3 s，远震面波震级 M_S 所量振幅的周期范围为 20 s 左右，长周期地震仪测定的体波震级 m_B，其波的周期为 0.5～12 s。迄今，M_L，M_S，m_B 或 m_b（古登堡-里克特使用的体波震级）一直都是国际各地震机构最通用的地震标度。近代国内外地震机构均规定测什么震级报什么震级，各种震级之间不作换算。

第二章 人 工 地 震

人工地震的基本方法是用炸药或非炸药震源人工激发地震波，沿测线的不同位置用地震勘探仪器检测大地的振动，研究地震波在地层中的传播规律，以查明地下的地质构造，为寻找油气田或其他勘探目的服务。根据勘探时所用的有效波不同，人工地震勘探的基本方法为反射波法和折射波法。本章主要介绍这两种方法的原理和特点。

2.1 地震勘探的基本方法

2.1.1 反射波法

从地表到地下深部存在着很多波阻抗界面，波阻抗界面即反射界面，在此界面上能形成反射波。

一、水平界面的反射波时距曲线(走时曲线)

如图 2-1 所示，反射界面 R 与地表平行(地层的倾角为零)，H 为界面的法线深度。从爆破点 O 发出的波经 A 点的反射到达地表观测点 S，运用镜像原理，O^* 是虚震源，反射波的时距方程为：

$$t = \frac{OA + AS}{v_1} = \frac{O^*S}{v_1} = \frac{1}{v_1}\sqrt{4H^2 + x^2} \tag{2-1}$$

图中 $x=OS$ 称炮检距。这时的时距曲线为双曲线形状，直达波的路径是 OS，其时距曲线 $t=x/v_1$ 是反射波时距曲线的渐近线。O 点处接收的反射波传播时间 $t_0=2H/v$ 称回声时间。在水平界面情况下，t_0 直接与反射界面的法线深度有关，可以用它来确定反射层的位置。

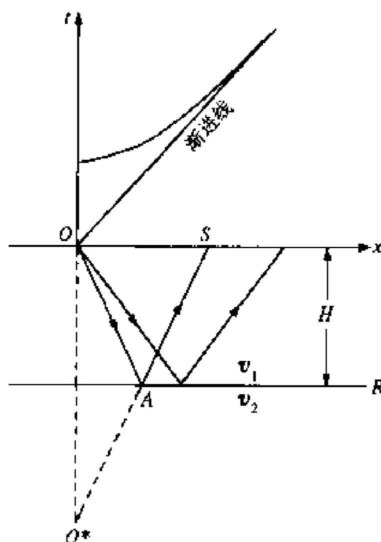


图 2-1 反射波路径和走时曲线

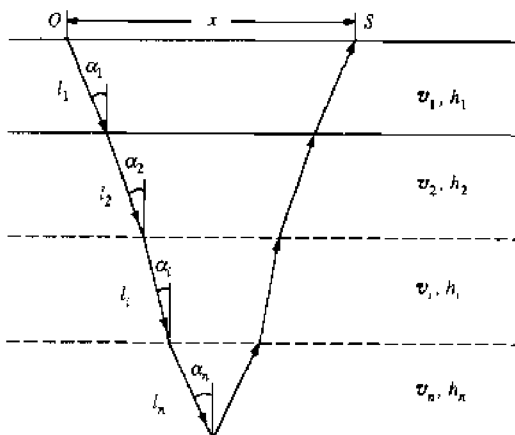


图 2-2 多个水平界面反射波路径

在沉积盆地中，经常遇到近于水平的层状多层介质，如图 2-2 所示。一组水平层状介质，设

有 n 个界面，在 O 点激发，S 点接收，则第 n 层界面的反射到达 S 点的传播时间可写成：

$$t = 2\sum_{i=1}^{n} \frac{L_i}{v_i} = 2\sum_{i=1}^{n} \frac{h_i}{v_i\cos\alpha_i} \tag{2-2}$$

式中，α_i 为各层的入射角；v_i 为各层的速度；L_i 为各层的射线长度；h_i 为各层的厚度。由斯奈尔定律：

$$\frac{\sin\alpha_1}{v_1} = \frac{\sin\alpha_2}{v_2} = \cdots = \frac{\sin\alpha_i}{v_i} = P \tag{2-3}$$

$$\sin\alpha_i = Pv_i$$

即

$$\cos\alpha_i = \sqrt{1 - P^2v_i^2} \tag{2-4}$$

把(2-4)式代入(2-2)式。得

$$\begin{cases} t = 2\sum\limits_{i=1}^{n} \dfrac{h_i}{v_i\sqrt{1 - P^2v_i^2}} \\ x = 2\sum\limits_{i=1}^{n} \dfrac{h_iv_iP}{\sqrt{1 - P^2v_i^2}} \end{cases} \tag{2-5}$$

应用二项式展开，令 $t_i = \dfrac{h_i}{v_i}$ 为波在各分层的单层垂直传播时间，当 α_i 较小时，$Pv_i = \sin\alpha_i$ 的高次项略去并简化可得

$$t^2 = t_0^2 - \frac{x^2}{v_\sigma^2} \tag{2-6}$$

式中，$t_0 = 2\sum\limits_{i=1}^{n} t_i = 2\sum\limits_{i=1}^{n} h_i/v_i$

$$v_\sigma = \sqrt{\frac{\sum\limits_{i=1}^{n} t_iv_i^2}{\sum\limits_{i=1}^{n} t_i}} \tag{2-7}$$

定义 v_σ 为均方根速度。由此可见，水平多层介质的反射波时距曲线形式上和水平均匀介质相似，也是一双曲线。这意味着在多层介质情况下，当入射角 α_i 较小时(炮检距较小时)，可用均方根速度代替反射界面以上多层介质的速度值，即把介质想像成具有均方根速度的均匀介质。当炮检距 x 与深度 h 之比小于 0.5 时，这种假设引起的误差很小，但随炮检距的增大，误差将增大。

另外，还采用平均速度 $\bar{v}$ 的假想均匀介质代替多层介质的方法。$\bar{v}$ 是指一组地层的总厚度去除在垂直地层面方向单层传播所需的总时间，对于 n 层地层有：

$$\bar{v} = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} h_i}{\sum\limits_{i=1}^{n} \left(\dfrac{h_i}{v_i}\right)} \tag{2-8}$$

显然，当 $\alpha_i = 0$，$x = 0$ 时，波垂直地层传播，此时，$\bar{v} = v_\sigma$。计算表明，只要波的入射角较小时(接收点在激发点附近)，简化的和实际的时距曲线基本上符合。但随着 x 的增大，简化介质的时距曲线比真实的时距曲线陡，平均速度比真实速度值小。

二、倾斜界面的反射波时距曲线

设地面为平面，反射界面 R 与地面的夹角（倾角）为 ψ（图 2-3），反射界面 R 与地面的视倾角为 φ_x。测线沿 x 方向（它与倾向的夹角是 α）布置。h 表示从震源 O 至界面的垂向深度，称为法向深度。界面以上的介质是均匀的，波速为 v。虚震源 O^* 与 O 是镜像关系。O^* 在地表的投影为 $O_1(x_m, z_m)$，S 点的坐标为 $(x, 0)$，式中，$x_m = -2h\sin\varphi_x$，$z_m = 2h\cos\psi$ 。则反射波时距方程写作

$$t = \frac{O^*S}{v} = \frac{1}{v}\sqrt{(x - x_m)^2 + z_m^2}, \tag{2-9}$$

式中，φ_x 可正可负。当 x 轴指向反射界面升起的方向时取负号，反之取正号。

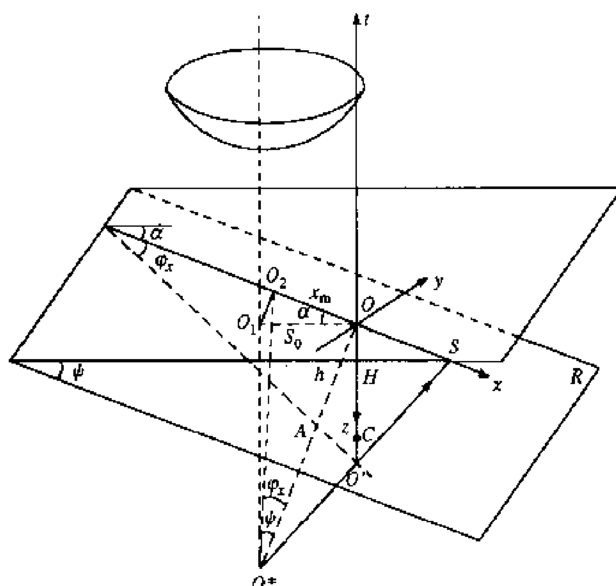


图 2-3 倾斜界面和时距曲面

由 (2-9) 式可知，倾斜层反射波时距曲线为双曲线，其对称轴位于界面上倾方向的 x_m 处。时距曲线极小点的纵坐标 t_m 为：

$$t_m = z_m/v = \frac{2h\cos\psi}{v} \tag{2-10}$$

因此，由图 2-4 根据极小点的位置可以定性地判断界面倾向，极小点总是位于激发点的上倾方向一侧。当测线沿地层倾向布置时，φ_x 就是真倾角 ψ。

通过观测，获得了一个界面的反射波时距曲线，就可能由时距曲线方程(2-9)给出的关系，求出界面深度 h，视倾角 φ_x 和波速 v。

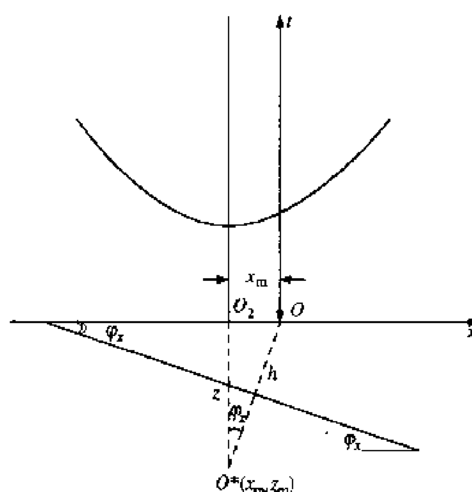


图 2-4 倾斜界面的时距曲线

三、反射波法的特点

(1) 在剖面中有多个反射界面，一个震源激发可

得到多条时距曲线而形成时距曲线族，因为浅层的时距曲线陡，深层的平缓，所以在距震源一定距离处，深、浅层的反射波时距曲线会相交，而在震源附近一般不相交，所以地震反射波法大都在震源附近进行观测。

(2) 反射波时距曲线能确定反射界面的深度及其岩石平均速度，并能研究界面的形态。但是，界面倾角越大，则 x_m 愈大，倾角大到一定值时，在记录图上就看不到极小点，由于反射波法的观测范围不大，这时的时距曲线变成一条单调的曲线。所以，一般情况下，反射界面倾角在3°～15°时效果最佳。

(3) 深层或浅层的反射波总是在其他的振动背景上出现，一般根据振幅极大的相位来确定一组反射波的到达时刻。目前通过计算机用相关分析、速度扫描等过程提取反射波到时的信息。

2.1.2 共反射点(共深度点)时距曲线

一、水平界面的共反射点时距曲线

在测线上不同位置 $O_1, O_2, O_3, \cdots$ 等处进行激发，在一系列对应点 $S_1, S_2, S_3, \cdots$ 等处接收来自地下界面 R 上同一点 A 的反射波(图 2-5)。A 称为共反射点或共深度点。M 是 R 在地面的投影，称为共中心点。$S_1, S_2, S_3, \cdots$ 称为共反射点叠加道，$t_1, t_2, t_3, \cdots$ 为相应的旅行时间。把共反射点各叠加道的数据从原始共炮点记录中抽出结合在一起，称为共反射点道集。以接收距 x 作为横坐标，反射波到达各叠加道的传播时间 t 为纵坐标，得到来自 A 点的半支反射波时距曲线，然后将炮点和激发点互换，又得到另一侧的半支时距曲线，总起来得到整支反射波时距曲线，称为共反射点时距曲线，其时距方程为：

$$t = \frac{1}{v}\sqrt{4h^2 + x_i^2} \tag{2-11}$$

式中，v 是反射界面上覆地层的速度；x_i 是各道的炮检距；h 是共反射点 A 的垂直深度，各叠加道中第一道检波器(最近距离)至炮点的距离 x_1 称为偏移距。d 为相邻炮点的间距，叠加道间距为 $2d$。$t_0 = 2h/v$ 是共中心点 M 自激自收(回声)的时间。

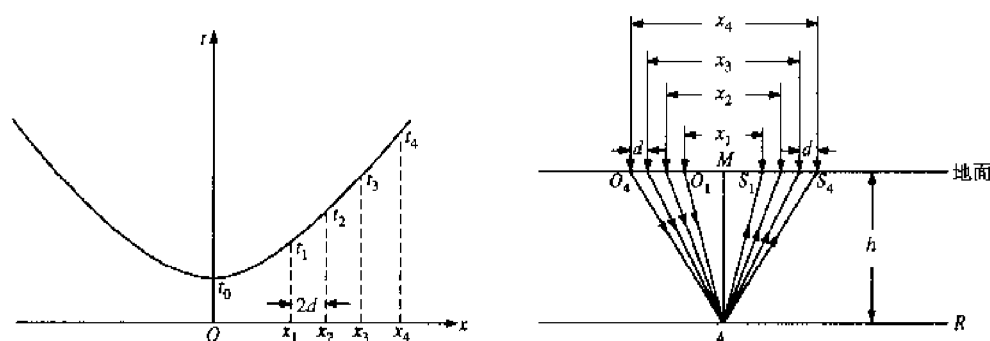


图 2-5　共反射点时距曲线

方程(2-11)式与水平界面的共炮点反射波时距方程(2-1)在形式上是相同的，水平层状、均匀介质的共反射点时距曲线也是双曲线，与普通反射波时距曲线类似。但是共反射点时距曲线仅反映来自地下界面上的一个点，而共炮点反射波时距曲线反映来自地下界面上的一个段。

二、正常时差和动校正、剩余时差

定义同一个反射波在两个观测点 x_1 和 x_2 上测得的时间差 t_2-t_1 为时差，用 Δt 表示，将其代入(2-11)式，用二项式展开，并略去高次项得

$$\Delta t = t_2 - t_1 \approx \frac{x_2^2 - x_1^2}{2v^2 t_0} \tag{2-12}$$

在 x_1 点为激发点的特殊情况下，Δt 称为正常时差，用 Δt_n 表示。

$$\Delta t_n = t - t_0 \approx \frac{x^2}{2v^2 t_0} \tag{2-13}$$

显然，对每一个反射层来说，v 和 t_0 是常数，正常时差只和炮检距 x 有关。

由于共反射点时距曲线是双曲线形式，它不能直接反映地下界面的形态，我们设想把双曲线形的时距曲线改造成反映地下界面形态的直观形式，以便于显示地震剖面，这种方法称为动校正。以水平界面为例，只有自激自收处的 t_0 代表法线深度 h，如果把其他观测点观测到的反射波旅行时间 t 减去正常时差 Δt_n，只剩下与界面深度有关的 t_0 部分，这时每个观测点都好像是自激自收了，这时，经过正常时差校正或动校正后的时距曲线，就变成处处为 t_0 的直线，该直线与水平界面的产状就完全一致了。

来自共反射点的一系列反射波，若不做动校正而叠加，得到的信号不一定加强，如图2-6(a)所示，若把各信号都进行动校正后再叠加，各点的 t_0 相同，叠加能量就是四个信号之和，如图 2-6(b)所示。

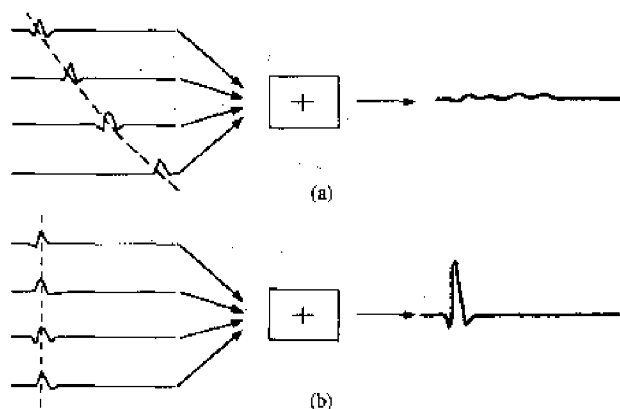


图 2-6　信号叠加
(a) 未做动校正；(b) 做动校正

对于多次反射波、倾斜层的反射波、绕射波及其他特殊波，其时距曲线比正常反射波的时距曲线陡，做了动校正后仍有时差，称为剩余时差。由于各道剩余时差大小不一致，经过叠加后，有的会加强，有的会削弱。

2.1.3　折射波法

折射波法是利用入射角达临界角时的折射波即首波来工作的。折射波法主要用于壳幔边界起伏和上地幔横向不均匀性研究。该法不能细致地划分地层剖面，它的勘探深度范围从几米到几十公里。

一、水平界面的折射波时距曲线

原理在 1.3.3 节已讨论过，在一个水平界面的情况下，如图 2-7 所示，时距曲线为直线，直

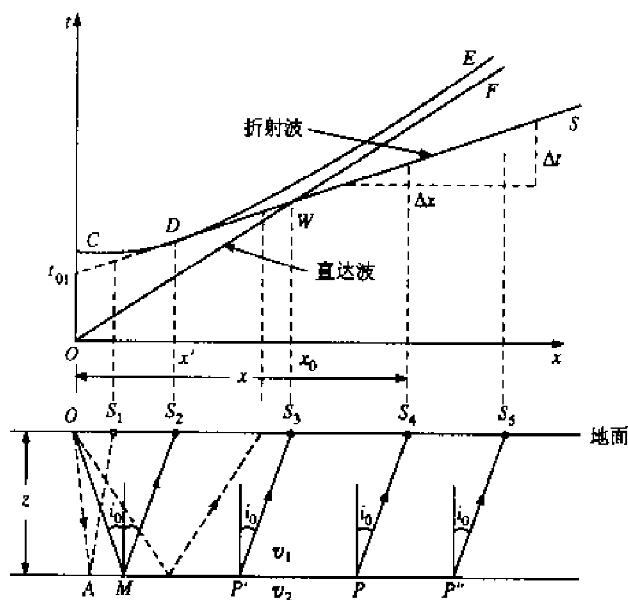


图 2-7　一个水平界面的折射波时距曲线

线斜率为 $1/v_2$。时距曲线的截距为：

$$t_{01} = 2z\cos i_0/v_1 \tag{2-14}$$

在多个折射界面的情况下，要求该界面之下波的速度大于其上部所有覆盖层中的速度(图 2-8)。假若每层的厚度为 z_i，波速为 v_i，每层临界角为 $i_{0i}=\sin^{-1}(v_i/v_{i+1})$，这时每个折射界面上均形成首波，第 n 个界面上的折射波时距方程为：

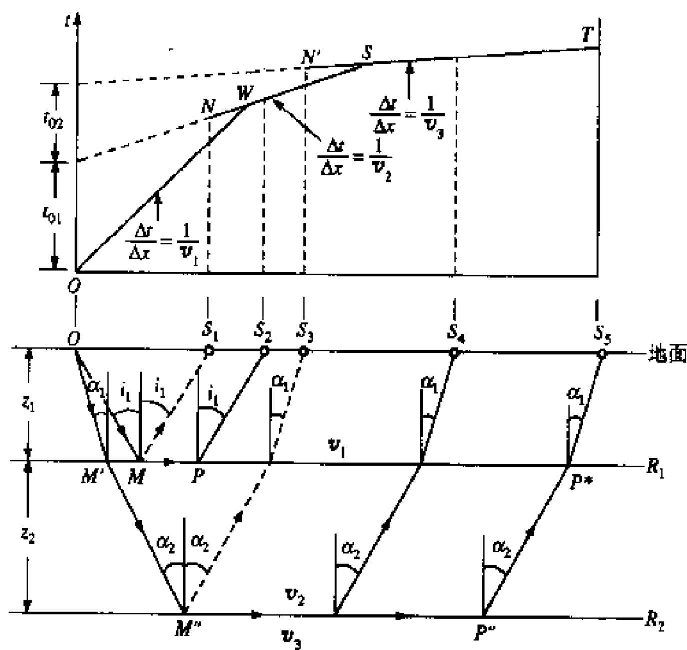


图 2-8　水平层状介质的折射波时距曲线

$$t_n = \frac{x}{v_{n+1}} + 2\sum_{i=1}^{n} \frac{z_i \cos\alpha_i}{v_i} \tag{2-15}$$

式中，$\alpha_i = \sin^{-1}\left(\frac{v_i}{v_{i+1}}\right)$，(2-15)式可用来求多层水平折射层的每一层的波速和厚度。由于 $v_1 < v_2, \cdots, v_{n+1}$，浅层折射波时距曲线要比深层的陡，时距曲线会发生相互干涉。

二、倾斜折射界面的时距曲线

我们定义界面上升方向为上倾方向，下降方向为下倾方向，如图 2-9 所示。O 点激发，O' 点接收，下倾方向的折射波时距方程为

$$t = \frac{OM + O'P}{v_1} + \frac{MP}{v_2} = \frac{OQ - (z_{下} + z_{上})\tan i}{v_2} = \frac{x\cos\psi}{v_2} + \frac{z_{上} + z_{下}}{v_1}\cos i \tag{2-16}$$

$z_{上}$ 和 $z_{下}$ 分别表示折射层上倾和下倾方向爆炸点的法线深度。

$$z_{下} = z_{上} + x\sin\psi \tag{2-17}$$

$t_{下}$ 表示下倾的传播时间，则沿下倾方向的时距方程为：

$$t_{下} = \frac{x}{v_1}\sin(i + \psi) + \frac{2z_{上}}{v_1}\cos i \tag{2-18}$$

同理，$t_{上}$ 表示上倾的传播时间，则沿上倾方向的时距方程为：

$$t_{上} = \frac{x}{v_1}\sin(i - \psi) + \frac{2z_{下}}{v_1}\cos i \tag{2-19}$$

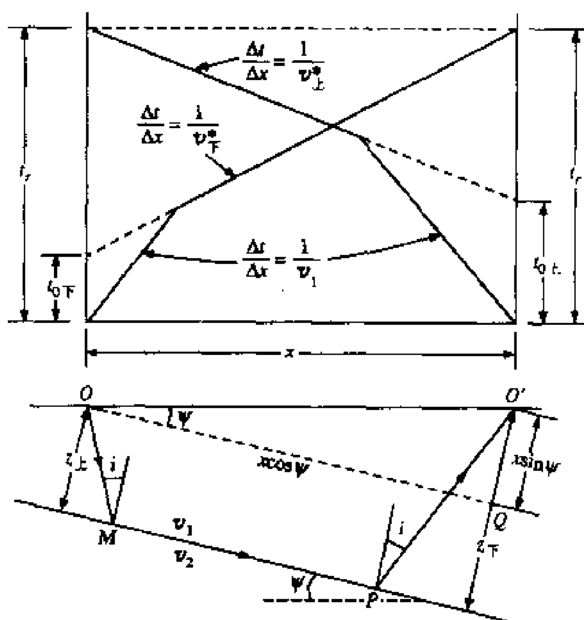


图 2-9 倾斜界面的折射波时距曲线

从 O 到 O' 的下倾传播时间等于从 O' 到 O 的上倾传播时间，在这两个特定点处折射波的旅行时间称为互换时间 t_z(图 2-9)。(2-18)和(2-19)式也可写成：

$$\begin{cases} t_{下} = \dfrac{x}{v^*_{下}} + t_{0下} \\ t_{上} = \dfrac{x}{v^*_{上}} + t_{0上} \end{cases} \tag{2-20}$$

$$\begin{cases} v_{下}^{*} = v_1/\sin(i+\psi) \\ v_{上}^{*} = v_1/\sin(i-\psi) \end{cases} \tag{2-21}$$

$$\begin{cases} t_{0下} = \dfrac{2z_{上}}{v_1}\cos i \\ t_{0上} = \dfrac{2z_{下}}{v_1}\cos i \end{cases} \tag{2-22}$$

式中，$v_{下}^{*}$与$v_{上}^{*}$分别为下倾方向和上倾方向的视速度。由(2-21)式看出，$v_{上}^{*}>v_{下}^{*}$，从两支折射走时曲线的斜率可求得$v_{上}^{*}$和$v_{下}^{*}$，则由(2-21)式联立得

$$\begin{cases} i = \dfrac{1}{2}\left[\sin^{-1}\left(\dfrac{v_1}{v_{下}^{*}}\right) + \sin^{-1}\left(\dfrac{v_1}{v_{上}^{*}}\right)\right] \\ \psi = \dfrac{1}{2}\left[\sin^{-1}\left(\dfrac{v_1}{v_{上}^{*}}\right) - \sin^{-1}\left(\dfrac{v_1}{v_{下}^{*}}\right)\right] \end{cases} \tag{2-23}$$

因为 $\sin i = v_1/v_2$，(2-21)式变为：

$$\left|\frac{1}{v_{上}^{*}}\right| + \left|\frac{1}{v_{下}^{*}}\right| = \frac{2\cos\psi}{v_2} \tag{2-24}$$

当 ψ 较小时，即 $\psi<10^\circ\sim15^\circ$时，$\cos\psi\approx1$，$\sin\psi\approx\psi$，

则

$$\frac{1}{v_2} \approx \frac{1}{2}\left(\frac{1}{v_{下}^{*}} + \frac{1}{v_{上}^{*}}\right) \tag{2-25}$$

若已知 v_1，由(2-22)式可求出炮点或接收点的垂直深度 $z_{上}$ 和 $z_{下}$，由(2-23)式求得折射层的倾角 ψ 和临界角 i，(2-25)求得 v_2，从而确定了折射界面的产状及下层速度。

三、折射波法的特点

折射波即为首波，首波形成于下面地层的波速大于上覆地层波速的界面上，而且能量较弱，一般只能观测到 3～4 个折射波，不能细致地划分地层剖面。但它的勘探深度范围较大，可从几米到几十公里。此外，可从折射层的速度资料判断岩性。

折射波方法可以研究剖面上的分层结构，探测界面的起伏及折射界面下伏层的层速度。多层情况下深层界面产生折射波的条件是，该界面之下波的传播速度大于其上部所有覆盖层中的传播速度，若其上部覆盖层中存在一个波速大于其下任何层中的速度的地层，则其下面一般不能形成折射波，这就是屏蔽效应，高速层称为屏蔽层。当高速层的厚度较薄，或下部界面为角度不整合时，可不发生屏蔽现象。所以，折射波法分辨率相对低于反射波法。

还须注意的是，并不是所有的倾斜界面都能产生折射波和能在地面接收到折射波的。在 $i+\psi\geqslant90^\circ$的情况下，无论上倾或下倾方向都观测不到折射波。

2.2 地震探测的野外工作方法

2.2.1 测线布置和观测系统

地震勘探的野外观测由几十或几百个观测点构成一条测线，一般要求测线为直线。若激发点与接收点在同一条直线上称纵测线，激发点与接收点不在一条直线上称非纵测线。布置测线的要求是：为了更好地反映构造形态，主测线应垂直区域地质构造走向，测线间距不应大于预

测构造长轴的一半，约为 1～2 km。并要布置一定数量的联络测线，把主测线连接起来。联络测线一般垂直于主测线，与主测线组成一定面积范围的方格网。

地震勘探时，每一次激发只能在不长的地段上进行，这个有限的地段称为排列。它只能采集接收很小范围内介质中的地震波信息，如果要研究很长的剖面，必须按一定规则部署激发点与接收排列，以保证能够连续追踪地震界面，这种激发点与接收点的相互位置关系称为观测系统。观测系统一般用图示法表示。常用的有两种方法：

一、时距平面法

在横轴 x 上标明激发点和接收地段的位置，纵轴为时间 t，在整条测线上画出某个界面时距曲线的大致形状，这种方法称为时距平面法。

以反射波为例，如图 2-10 所示。沿测线布置许多个激发点 O_1,O_2,O_3,…和相应的接收排列 O_1O_2,O_2O_3,O_3O_4,…，在每一排列的两端进行激发，得到许多成对的时距曲线，称为相遇时距曲线。例如分别在 O_1 和 O_2 激发，在 O_1O_2 段接收时，得到时距曲线 1 和 2，对每一对相遇时距曲线而言，它们的端点(O_1 和 O_2 等)都是互为激发点和接收点。从 O_1 激发 O_2 接收，或从 O_2 激发 O_1 接收，它们的传播时间是相等的。因此，把 O_1 和 O_2,O_2 和 O_3,…等称为互换点，利用它们的时间等值性，有助于识别来自同一界面的波和连接其时距曲线。

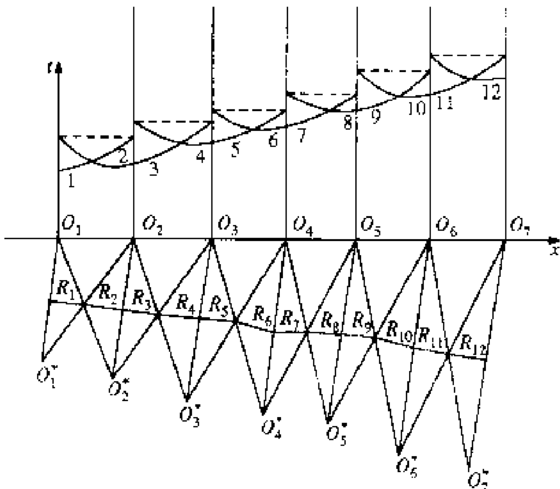


图 2-10　时距平面图

二、综合平面法

时距平面法是一种简单的连续观测系统，不能简明地表示复杂的观测系统，如图 2-11 所示。从分布在测线上的各个激发点 O_1,O_2,O_3,…出发，向两侧作与测线成 45°角的直线坐标网，将测线上的接收段投影到通过激发点的 45°斜线上，用粗线或有色线标出，这种图就称为综合平面图。图上所绘粗线或有色线的尖端向上的交点是观测系统的互换点。图 2-10 和图 2-11 表示相同的观测系统。

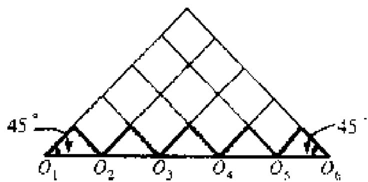


图 2-11　简单观测系统

综合平面图上每段粗线或有色线在测线上的投影正是所勘探的界面的长度，称覆盖长度。覆盖是指对界面采样(观测)，如每个点只采样一次，称为常规或单次覆盖，若对界面多次采样，则称为多次覆盖。

2.2.2 反射波观测系统

一、简单连续观测系统

图 2-10 和 2-11 表示的就是简单连续观测系统，它能保证连续追踪和研究界面。其优点是激发点就在接收段附近，有效波之间干涉较少，并在深层折射波的盲区之内，缺点是在面波的干扰区工作。

二、间隔连续观测系统

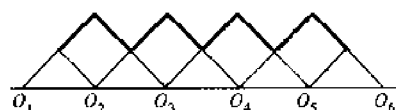


图 2-12 间隔观测系统

为了避开激发点附近强大的声波和面波的干扰，在纵测线上把激发点布置到距最近的接收点相当远的地方，这个距离称偏离距，这种观测系统也可连续追踪界面，如图 2-12。

三、多次覆盖观测系统

下面以单边放炮六次覆盖(叠加)为例说明。图 2-13 所示是 24 道接收，炮点位于排列一端，每放完一炮，炮点随接收点一起向前移动两个道间距，这样就组成了六次覆盖观测系统。

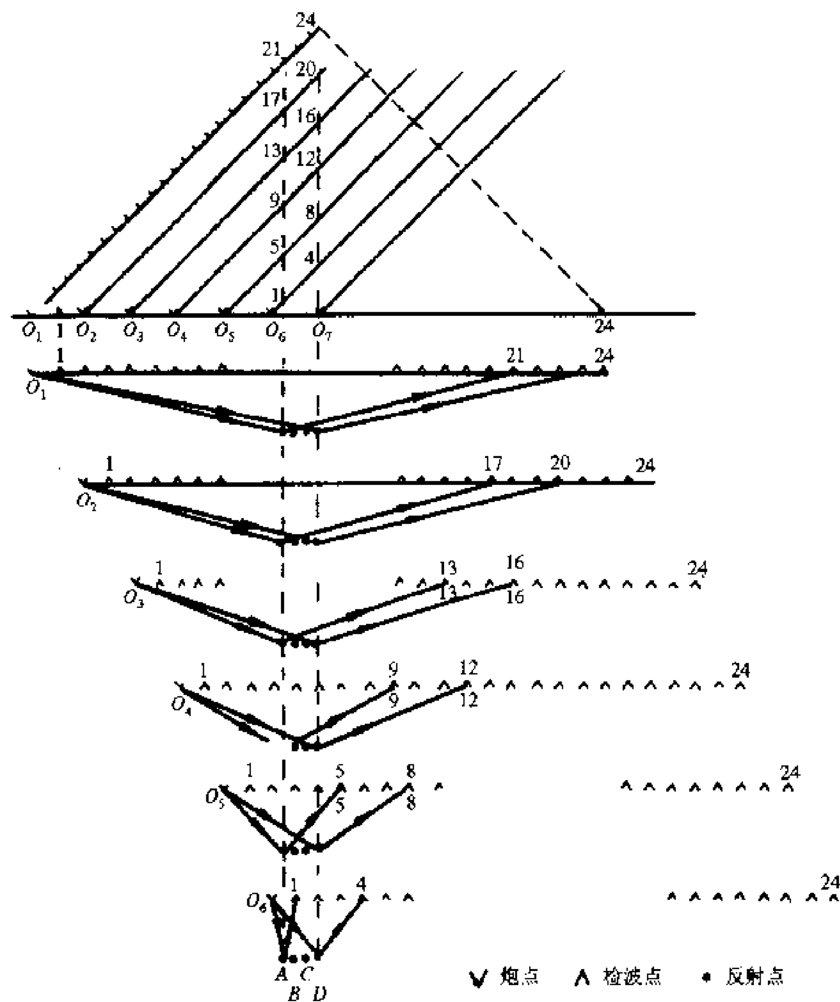


图 2-13 六次覆盖的观测系统

将所有炮点 $O_1, O_2, O_3, \cdots$ 按一定比例尺标在同一水平线上，然后从各个炮点向排列前进

表 2-1　组成每个共反射点道集各道的炮号和道号表(六次覆盖,24道接收)

道数 \ 反射点 / 炮点	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25			
1	21	22	23	24																								
2	17	18	19	20	21	22	23	24																				
3	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24																
4	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24												
5	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24								
6	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24				
7					1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
8									1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
9													1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
10																	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
11																					1	2	3	4	5	6	7	8
12																									1	2	3	4
13																												

注:表中把反射点 A,B,C,D……换成1,2,3,4……

方向作一条与炮点呈45°角的直线，将同一排列上的24道分别投影到这些斜线上。每一根斜线表示一个排列，可获得一张原始记录。从图上看出，O_1炮的第21道，O_2炮的第17道，O_3炮的第13道，O_4炮的第9道，O_5炮的第5道，O_6炮的第1道都接收来自A点的反射，这些道就是公共反射点A的共反射点道集。其他的反射点也可找到相应的共反射点道集。由图看到，O_1，O_2，O_3，O_4，O_5，O_6六炮只能获得六次覆盖的四个共反射点A，B，C，D。若继续放O_7，O_8，O_9，…，则可获得一张连续的六次覆盖剖面，它们共反射点的相应叠加道如表2-1所示。

2.2.3 折射波观测系统

一、相遇时距曲线系统

如图2-9所示。折射界面的所有参数都要利用相遇时距曲线才可求得。在测线两端放炮时，两支相遇时距曲线所反映的界面必须重复覆盖，并且确是来自相同的速度界面，才能使解释可靠。相遇观测系统的综合平面图形式上和间隔的反射波双重观测系统相似，如图2-14所示。

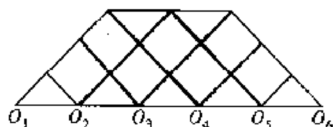


图2-14 相遇时距曲线观测系统

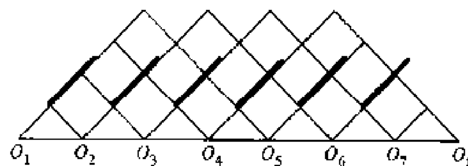


图2-15 追逐时距曲线观测系统

二、追逐时距曲线系统

在同一接收段的同侧不同的激发点O_1，O_2点分别放炮得到两条时距曲线，称为追逐时距曲线系统，如图2-15所示。同一界面的折射波追逐时距曲线应是平行的(图2-16(a))，但对于穿透波，由于出射角变化，追逐时距曲线不平行(图2-16(b))。

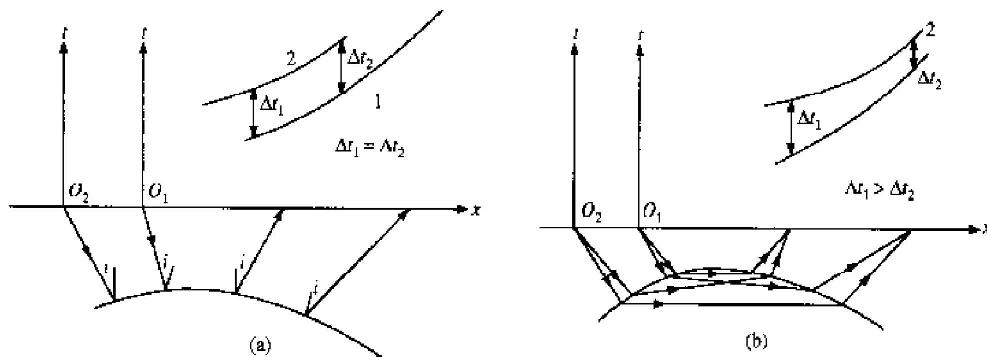


图2-16 追逐时距曲线

2.3 地震波的激发和接收

2.3.1 地震波的激发

在陆地上激发地震波主要以炸药震源为主。激发方式有井中、水中、坑中和空气中爆炸等几种，一般以井中爆炸效果最好。由于炸药激发产生的地震波性质与震源周围介质性质有关，

在井中爆炸，激发岩性应选取潮湿的可塑性岩层，如胶泥、黏土、湿砂等岩性，可使爆炸能量的大部分转化为弹性振动能量。激发深度最好选在潜水面以下 3～5 m 的黏土层或泥岩中爆炸，可以使激发的频谱适中，并增强有效波的能量。除炸药震源外，还有非炸药震源。海上主要采用各种非炸药震源，其中无气泡蒸汽枪震源是一种较好的海上震源。

2.3.2 地震波的接收

地震波的接收是通过检波器来实现的。在野外，常在某一观测点上，用几个或几十个检波器组合的方法来压制干扰波。

对地震仪器的要求是：

(1) 人工激发的地震波引起的地面位移只有微米的数量级，来自浅层和深层的地震波能量相差悬殊，可达 10 万倍以上，为了能在同一张记录上记录或显示它们，要求仪器有大于 120 dB 以上的动态范围，同时还要有自动增益控制部件，以便在资料处理中恢复地震波振幅的真实数据。

(2) 在一条测线的许多点上同时观测地震波，应该有多道接收装置，要求各记录系统对同一地震波的反映相同，即各仪器道应具有一致性。

(3) 有效波和干扰波的频谱是不同的，如面波作为干扰波往往在 20 Hz 以下的低频范围。勘探中反射波法在 10～100 Hz 范围，折射波法和地壳测深只有几赫兹。要求在有效波频率范围无畸变，而在干扰波频率范围有最小的放大，因此要求仪器有频率滤波作用。

(4) 一个地层剖面中，存在许多相邻很近的反射界面，当地震波入射到这些界面上，不同层面的反射波会相继到达地面的观测点。仪器总是存在固有振动，当仪器的固有振动延续时间 τ 小于相邻界面地震脉冲的到达时间差 Δt 时，即 $\tau<\Delta t$ 时，两个波能分开(图 2-17(c))；当 $\tau>\Delta t$ 时(图 2-17(b))，两个波叠加在一起，难于分辨，因而也就不能分辨两个相邻很近的界面。因此要求仪器的固有振动延续时间尽量地小，具有良好的分辨能力。

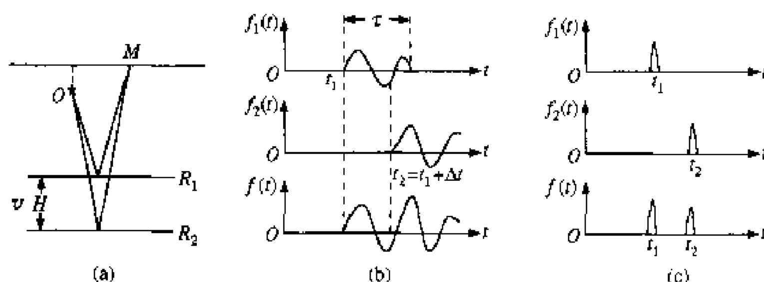


图 2-17 人工地震记录的分辨能力示意图

(a) $\Delta t=\frac{2\Delta H}{v}$；(b) $\tau>\Delta t$；(c) $\tau<\Delta t$

我们把对应于每个观测点的地震检波器、放大系统、记录系统所构成的信号传输回路总称为地震道。数字记录系统的框图见图 2-18。

由检波器输出的模拟地震信号，经过前置放大器初步放大，再做去假频滤波，以防止信号经离散采样后出现的假频干扰。多路转换开关在一个采样间隔内和每道接通一次，把多道地震信号离散化，并合成一路，再经过模拟转化器把离散了的模拟量转化成数字量，按一定格式记录到磁带上。

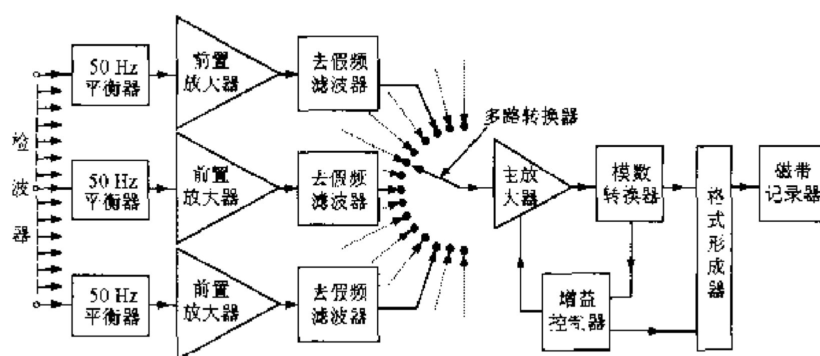


图 2-18 人工数字记录系统方框图

主要参考文献

1. 自然科学学科发展战略调研报告. 地球物理学. 北京：科学出版社，1996
2. 胡德昭，宋慧娟主编. 地球物理学原理及应用. 南京：南京大学出版社，1995
3. 刘运生，毛春长等编. 地球物理学简明教程. 北京：地震出版社，1996
4. 傅淑芳，刘宝诚编. 地震学教程. 北京：地震出版社，1991
5. 傅承义编著. 地球十讲. 北京：科学出版社，1976
6. 周蕙兰编著. 地球内部物理. 北京：地震出版社，1990
7. 曾融生著. 固体地球物理. 北京：科学出版社，1984
8. 傅承义，陈运泰，祁贵仲等著. 地球物理学基础. 北京：科学出版社，1985
9. 徐果明，周蕙兰编著. 地震学原理. 北京：科学出版社，1982
10. [俄]A. Φ. 雅库绍娃等著. 普通地质学. 何国琦等译. 北京：北京大学出版社，1995
11. 中国数字地震台网编. 中国数字地震台网文集. 学术刊物出版社，1990
12. K. E. 布伦等著. 地震学引论. 邹其嘉译校. 学术刊物出版社，1988
13. 顾功叙著. 地球物理勘探基础. 北京：地质出版社，1990
14. B. 古登堡著. 地球内部物理学. 王子昌译. 北京：科学出版社，1965
15. 长春地质学院等编. 地震勘探——原理和方法. 北京：地质出版社，1980
16. 陆孟基主编. 地震勘探原理. 山东：石油大学出版社，1996

第三章　重力学和固体潮

3.1　地球的重力场

3.1.1　重力场和重力位

地球是个旋转的椭球体，地球上单位质量的质点（以下简称单位质点）将同时受到两个力的作用，一个是地球作用在位于该点单位质点上的引力，一个是该单位质点由于地球自转所承受的惯性离心力，这两个力的矢量和称为地球在该点产生的重力矢量。

一、质点的引力场及引力位

如图 3-1 所示，根据牛顿万有引力定律，位于空间任一点 $P'(\boldsymbol{r}')$ 点的质点 $\mathrm{d}m$ 作用在 P 点单位质点上的引力指向 P' 点，它的大小与 $\mathrm{d}m$ 成正比，与 P'，P 两点间距离 l 的平方成反比，即

$$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{r}) = -k\frac{\mathrm{d}m}{l^2}\boldsymbol{e}_l \tag{3-1}$$

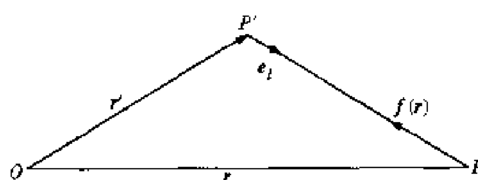


图 3-1　质点 $\mathrm{d}m$ 的引力场

$\boldsymbol{r}'$，$\boldsymbol{r}$ 分别为 P'，P 点径矢；$\boldsymbol{e}_l$ 为 $P'P$ 方向的单位矢量；$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{r})$ 为位于 P' 点的质点 $\mathrm{d}m$ 在 P 点产生的引力

式中，$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{r})$ 为质点 $\mathrm{d}m$ 作用于 $P(\boldsymbol{r})$ 点处单位质点上的引力，$\boldsymbol{e}_l$ 为 $P'P$ 方向的单位矢量，k 为引力常数。

$$k = 6.67 \times 10^{-11}(\mathrm{m^3kg^{-1}s^{-2}}) \tag{3-2}$$

$$\boldsymbol{l} = |\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}'|\boldsymbol{e}_l = (x - x')\boldsymbol{i} + (y - y')\boldsymbol{j} + (z - z')\boldsymbol{k} \tag{3-3}$$

$\boldsymbol{i}$，$\boldsymbol{j}$，$\boldsymbol{k}$ 为直角坐标系 $Oxyz$ 的三个坐标轴方向的单位矢量。这样，可以把（3-1）式写成

$$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{r}) = -k\frac{\mathrm{d}m}{l^3}[(x - x')\boldsymbol{i} + (y - y')\boldsymbol{j} + (z - z')\boldsymbol{k}] \tag{3-4}$$

三个分量：

$$\begin{cases} f_x = -k\dfrac{\mathrm{d}m}{l^3}(x - x') \\ f_y = -k\dfrac{\mathrm{d}m}{l^3}(y - y') \\ f_z = -k\dfrac{\mathrm{d}m}{l^3}(z - z') \end{cases} \tag{3-5}$$

由于引力场是一个保守力场，并可以证明位于 P' 点的质点 $\mathrm{d}m$ 在 P 点产生的引力 $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{r})$ 等于标量函数 $V(\boldsymbol{r})$ 在 P 点的梯度，即

$$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{r}) = \nabla V(\boldsymbol{r}) \tag{3-6}$$

满足此方程的解为

$$V(\boldsymbol{r}) = k\frac{\mathrm{d}m}{l} + C$$

规定 $l \to \infty$ 时，$V(\boldsymbol{r}) = 0$，所以 $C = 0$。

于是有

$$V(\boldsymbol{r}) = k\frac{\mathrm{d}m}{l} \tag{3-7}$$

标量函数 $V(\boldsymbol{r})$称为位于 P'点的质点 $\mathrm{d}m$ 在 P 点产生的引力位。引力位 $V(\boldsymbol{r})$在 P 点的梯度等于 $\mathrm{d}m$ 在 P 点产生的引力。质点 $\mathrm{d}m$ 在 P 点的引力位沿某一方向的方向微商等于该质点在 P 点产生的引力在该方向上的投影。

用$\frac{\partial V}{\partial n}$表示引力位 $V(\boldsymbol{r})$在 P 点沿 $\boldsymbol{n}$ 方向的微商，则有

$$\frac{\partial V(\boldsymbol{r})}{\partial n} = \boldsymbol{n}\cdot\nabla V(\boldsymbol{r}) = \boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{f}(\boldsymbol{r}) \tag{3-8}$$

二、地球的引力场、引力位和大地位

图 3-2 地球在空间任一点 P 产生的引力位

P'为地球内部的任一点

如图 3-2 所示，选取直角坐标系 $Oxyz$，坐标原点 O 点选在地球的质心，Oz 沿着地球的旋转轴，Oxy 在地球的赤道平面内。由(3-7)式，地球在空间任一点 $P(\boldsymbol{r})$产生的引力位为

$$V(\boldsymbol{r}) = k\int\frac{\rho(\boldsymbol{r}')}{|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|}\mathrm{d}\boldsymbol{r}' \tag{3-9}$$

式中，$\rho(\boldsymbol{r}')$为地球在 $P'(\boldsymbol{r}')$点的密度函数；$\mathrm{d}\boldsymbol{r}'=\mathrm{d}x'\mathrm{d}y'\mathrm{d}z'$为 P'点处积分体积元，积分遍及整个地球。于是地球在空间 P 点的引力 $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{r})$为地球引力位 $V(\boldsymbol{r})$在该点的梯度，即

$$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{r}) = \nabla V(\boldsymbol{r}) \tag{3-10}$$

$V(\boldsymbol{r})$表达式(3-9)的两侧对 r 取拉普拉斯算符，有

$$\nabla^2 V = k\int\rho(\boldsymbol{r}')\,\nabla^2\frac{1}{|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|}\mathrm{d}\boldsymbol{r}' \tag{3-11}$$

根据附录三中的(e)式：$\nabla^2\frac{1}{\boldsymbol{r}} = -4\pi\delta(\boldsymbol{r})$

则

$$\nabla^2\left|\frac{1}{\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'}\right| = -4\pi\delta(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}') \tag{3-12}$$

因而有

$$\nabla^2 V(\boldsymbol{r}) = -4\pi k\int\rho(\boldsymbol{r}')\delta(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}')\mathrm{d}\boldsymbol{r}' \tag{3-13}$$

有

$$\nabla^2 V(\boldsymbol{r}) = \begin{cases}-4\pi k\rho(\boldsymbol{r}'), & \text{当 } P \text{ 点位于地球内部时}\\ 0, & \text{当 } P \text{ 点位于地球外部时}\end{cases} \tag{3-14}$$

说明地球在其外部空间产生的引力位 $V(\boldsymbol{r})$满足拉普拉斯方程，在其内部满足泊松方程。

地球在其外部空间产生的引力位称大地位，大地位满足拉普拉斯方程$\nabla^2 V(\boldsymbol{r})=0$，它可以展成球函数的无穷级数和。

如图 3-3 所示，选取地球质心球坐标系，地球质心 O 为坐标原点，P 为地球外部任一点，$\boldsymbol{r}$ 为 P 点的径矢，P'点为地球内部的任一点，$\boldsymbol{r}'$为 P'点的径矢，$\rho(\boldsymbol{r}')$为地球在 P'点的密度，则地球在其外部任一点 P 产生的大地位为

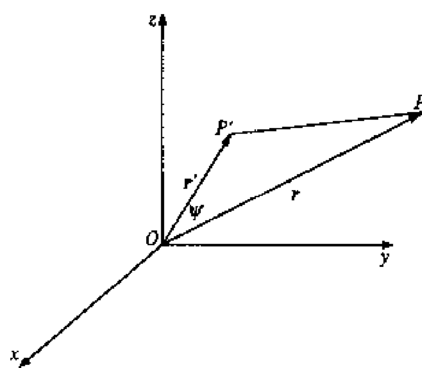


图 3-3 地球在其外部空间任一点 P 产生的大地位

P'为地球内部的任一点

$$V(\boldsymbol{r}) = k\int \frac{\rho(\boldsymbol{r}')}{|\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}'|}\mathrm{d}\boldsymbol{r}' \tag{3-15}$$

由于

$$\frac{1}{|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|} = \frac{1}{r}\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{r'}{r}\right)^n \mathrm{P}_n(\cos\Psi), \quad 当\frac{r'}{r}<1 时 \tag{3-16}$$

式中，Ψ 为径矢 $\boldsymbol{r}$ 和径矢 $\boldsymbol{r}'$ 的夹角；$\mathrm{P}_n(\cos\Psi)$ 为 $\cos\Psi$ 的 n 阶勒让德多项式。分别用 $\theta,\theta',\lambda,\lambda'$ 表示 P 点和 P' 点的球坐标系中的余纬度和经度，根据球面三角形的余弦定理，有

$$\cos\Psi = \cos\theta\cos\theta' + \sin\theta\sin\theta'\cos(\lambda - \lambda') \tag{3-17}$$

将(3-16)式代入(3-15)式，得到地球在其外部任一点 P 产生的大地位的球函数表达式

$$V(\boldsymbol{r}) = \frac{k}{r}\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{1}{r}\right)^n\int\rho(\boldsymbol{r}')r'^n\mathrm{P}_n(\cos\Psi)\mathrm{d}\boldsymbol{r}' \tag{3-18}$$

当 $n=0,1,2$ 时，勒让德多项式分别为

$$\begin{cases}\mathrm{P}_0(\cos\Psi) = 1\\ \mathrm{P}_1(\cos\Psi) = \cos\Psi\\ \mathrm{P}_2(\cos\Psi) = \dfrac{1}{2}(3\cos^2\Psi - 1)\end{cases} \tag{3-19}$$

将(3-19)代入(3-18)式，得出大地位球函数展开式中的前三项，它们分别为

$$\int\rho(\boldsymbol{r}')\mathrm{P}_0(\cos\Psi)\mathrm{d}\boldsymbol{r}' = \int\rho(\boldsymbol{r}')\mathrm{d}\boldsymbol{r}' = M$$

$$\int\rho(\boldsymbol{r}')r'\mathrm{P}_1(\cos\Psi)\mathrm{d}\boldsymbol{r}' = \int\rho(\boldsymbol{r}')r'\cos\Psi\mathrm{d}\boldsymbol{r}'$$

$$\int\rho(\boldsymbol{r}')r'^2\mathrm{P}_2(\cos\Psi)\mathrm{d}\boldsymbol{r}' = \int\rho(\boldsymbol{r}')r'^2\left(1 - \frac{3}{2}\sin^2\Psi\right)\mathrm{d}\boldsymbol{r}' \tag{3-20}$$

当坐标原点选择在地球的质心时，$\int\rho(\boldsymbol{r}')r'\mathrm{P}_1(\cos\Psi)\mathrm{d}\boldsymbol{r}'=0$，则大地位球函数展开式(3-18)可写为

$$V(\boldsymbol{r}) = \frac{kM}{r} + \frac{kM}{r^3}\int\rho(\boldsymbol{r}')r'^2\left(1 - \frac{3}{2}\sin^2\Psi\right)\mathrm{d}\boldsymbol{r}' + \cdots \tag{3-21}$$

式中，M 为地球的总质量。大地位的球函数展开是地球在其外部空间产生的重力场的一种重要表示方法。随着空间技术的发展和地面重力测量结果的不断积累，现在有可能确定大地位的球函数展开系数，尤其是展开式中的低阶项系数。

将地球简化为一均匀球体时，有

$$V(\boldsymbol{r}) = k\frac{M}{r}, \quad r \geqslant R \tag{3-22}$$

(3-22)式表明，均匀球体在外部空间任一点产生的引力场与球体的质量 M 成正比，与该点至球心的距离成反比。

三、地球的离心力场及离心力位

如图 3-4 所示。选取直角坐标系 $Oxyz$ 与地球固定在一起，$P(r)$ 为地球上的任一点，由于地球自转，P 点处单位质点的惯性离心力为

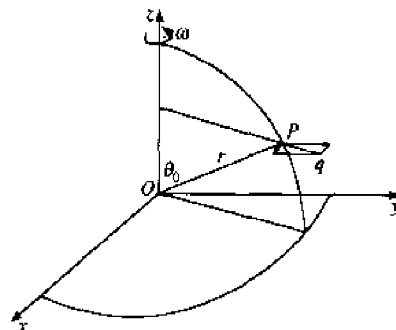


图 3-4　地球的离心力场

$q(r)$ 为地球在 P 点产生的离心力

$$\boldsymbol{q}(\boldsymbol{r}) = -\boldsymbol{\omega}\times(\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{r}) \tag{3-23}$$

式中，ω 为地球的自转角速度矢量；$\boldsymbol{r}$ 为 P 点的径矢，

$$r = 6.371\times10^6(\mathrm{m})$$

$$\omega = 0.72921151 \times 10^{-4}(\mathrm{s}^{-1}) \tag{3-24}$$

在重力测量中，矢量 $\boldsymbol{q}(\boldsymbol{r})$ 常简称为地球在 P 点产生的离心力矢量，其值为：

$$|\boldsymbol{q}(\boldsymbol{r})| = \omega^2 r\sin\theta_0 \tag{3-25}$$

式中，θ_0 是余纬度，当 $\theta_0=\pi/2$ 时，有 $q_{max}=\omega^2 r$；当 $\theta_0=0$ 时，有 $q=0$。将 ω 和 r 的值代入上式，有

$$\boldsymbol{q}(\boldsymbol{r}) = 3.39\sin\theta_0\ \mathrm{cm/s^2} \tag{3-26}$$

(3-23)式也可写成

$$\boldsymbol{q}(\boldsymbol{r}) = q_x\boldsymbol{i} + q_y\boldsymbol{j} + q_z\boldsymbol{k} = \omega^2(x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j}) \tag{3-27}$$

引入标函数 $Q(\boldsymbol{r})$，可以证明 $Q(\boldsymbol{r})$ 的梯度等于地球在 $P(\boldsymbol{r})$ 点产生的离心力 $\boldsymbol{q}(\boldsymbol{r})$，有

$$\nabla Q(\boldsymbol{r}) = \boldsymbol{q}(\boldsymbol{r}) = \omega^2(x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j}) \tag{3-28}$$

$$Q(\boldsymbol{r}) = \frac{1}{2}\omega^2(x^2 + y^2) \tag{3-29}$$

$Q(\boldsymbol{r})$ 称为地球在 P 点产生的离心力位，同样可以证明离心力位沿着任意方向的方向微商等于离心力在这个方向上的投影。由(3-29)式，可以求出离心力位的拉普拉斯公式为：

$$\nabla^2 Q(\boldsymbol{r}) = 2\omega^2 \tag{3-30}$$

四、地球的重力场和重力位

假如不考虑外部天体对地球的作用，地球上单位质点所受的地球引力和惯性离心力的矢量和称为地球在该点的重力矢量 $\boldsymbol{g}(\boldsymbol{r})$。如图 3-5 所示，$O$ 点为地球的质心，有

$$\boldsymbol{g}(\boldsymbol{r}) = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{r}) + \boldsymbol{q}(\boldsymbol{r}) \tag{3-31}$$

矢量场 $\boldsymbol{g}(\boldsymbol{r})$ 称为地球的重力场。

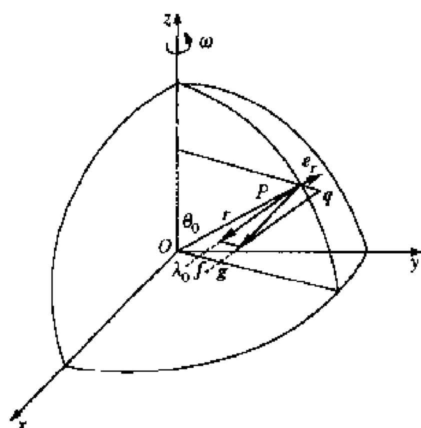


图 3-5 地球的重力场

$\boldsymbol{r}$—P 点的径矢；$\boldsymbol{g}(\boldsymbol{r})$—$P$ 点的重力矢量；$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{r})$—$P$ 点的引力矢量；$\boldsymbol{q}(\boldsymbol{r})$—$P$ 点的惯性离心力矢量；ω—地球的自转角速度矢量

地球的引力场 $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{r})$ 决定于地球内部的密度分布，而地球内部的密度分布是不规则的，因而地球的引力矢量 $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{r})$ 不指向地心，其大小随地面点位置的不同而变化。惯性离心力矢量 $\boldsymbol{q}(\boldsymbol{r})$ 决定于地球的自转角速度和 P 点在地球上的位置，一般把地球的自转角速度看成一个常矢量，所以地球的离心力场 $\boldsymbol{q}(\boldsymbol{r})$ 是一个规则的力场，因而地球的重力场是一个由地球内部密度分布及其绕轴自转角速度决定的力场，它是 P 点位置的不规则的矢量函数。重力矢量的模简称为重力，即

$$g(\boldsymbol{r}) = |\boldsymbol{g}(\boldsymbol{r})| \tag{3-32}$$

在重力学中，$g(\boldsymbol{r})$ 简称重力，重力的量纲与加速度相同，在 SI 单位中它的测量单位是 $\mathrm{m/s^2}$。由于 $\mathrm{m/s^2}$ 单位太大，重力测量中常采用 g. u. (gravity unit)单位，1 g. u. $=10^{-6}\mathrm{m/s^2}$。在 CGS 单位中，为了纪念伽利略(Galileo)，重力测量中采用 Gal(伽)、mGal(毫伽)等单位，Gal 与 SI 单位的换算关系是：

$$\begin{aligned}
1\ \mathrm{Gal} &= 10^{-2}\ \mathrm{m/s^2} = 10^4\ \mathrm{g.u.} \\
1\ \mathrm{mGal} &= 10^{-5}\ \mathrm{m/s^2} = 10\ \mathrm{g.u.} \\
1\ \mu\mathrm{Gal} &= 10^{-8}\ \mathrm{m/s^2} = 10^{-2}\ \mathrm{g.u.} \\
1\ \mathrm{nGal} &= 10^{-11}\ \mathrm{m/s^2} = 10^{-5}\ \mathrm{g.u.}
\end{aligned} \tag{3-33}$$

地球在 P 点的引力位 $V(\boldsymbol{r})$ 和离心力位 $Q(\boldsymbol{r})$ 的和称为地球在该点的重力位 $W(\boldsymbol{r})$，即

$$W(\boldsymbol{r}) = V(\boldsymbol{r}) + Q(\boldsymbol{r}) \tag{3-34}$$

将式(3-9)和(3-29)式代入上式，得

$$W(\boldsymbol{r}) = k\int \frac{\rho(\boldsymbol{r}')}{|\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}'|}\mathrm{d}\boldsymbol{r}' + \frac{1}{2}\omega^2(x^2 + y^2) \tag{3-35}$$

由重力位的定义，地球在 P 点的重力 $\boldsymbol{g}(\boldsymbol{r})$ 等于地球的重力位 $W(\boldsymbol{r})$ 在该点的梯度，即

$$\boldsymbol{g}(\boldsymbol{r}) = \nabla W(\boldsymbol{r}) \tag{3-36}$$

地球的重力位在 P 点沿着任一方向的方向微商等于重力在这个方向上的投影

$$g_n = \frac{\partial W}{\partial n} = \boldsymbol{n} \cdot \nabla W = \boldsymbol{n} \cdot \boldsymbol{g} \tag{3-37}$$

根据(3-14)和(3-30)式，地球重力位 $W(\boldsymbol{r})$ 满足下列方程：

$$\nabla^2 W = \begin{cases} 2\omega^2, & \text{当 } P \text{ 点位于地球的表面时} \\ 2\omega^2 - 4\pi k\rho, & \text{当 } P \text{ 点位于地球的内部时} \end{cases} \tag{3-38}$$

五、地球重力等位面和大地水准面、垂线和正高

由(3-37)式，当 $\boldsymbol{n} \perp \boldsymbol{g}$，有 $\frac{\partial W}{\partial n}=0$，则

$$W(\boldsymbol{r}) = C = \text{常量} \tag{3-39}$$

C 为任意常量。地球重力位相同的点在空间构成的曲面，称为重力等位面。重力等位面有两个重要的性质：一是在重力等位面上移动单位质量时，重力不做功；二是两个等位面之间的位差是个常量。一般情况下，重力等位面彼此不平行，且在同一等位面上，重力不是常量。

若空间有一条曲线，该曲线的切线与该点的重力方向(垂直线)重合，则该曲线称为垂线，垂线处处与重力等位面垂直。静止的海水面处处与垂线垂直，它是一个重力等位面，此等位面称大地水准面，大地水准面的形状是与地球内部密度分布有关的不规则的几何曲面，大地水准面的方程是

$$W(\boldsymbol{r}) = W_0 \tag{3-40}$$

W_0 为大地水准面上的重力位。

如图 3-6 所示，地面上任一点 P 沿垂线至大地水准面的距离称为 P 点的正高 $H(\boldsymbol{P})$。正高从大地水准面算起，向上为正。

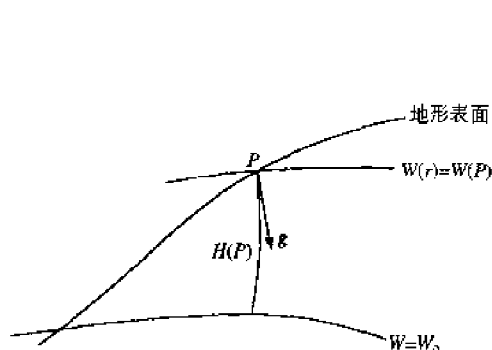


图 3-6 P 点的正高 $H(P)$
$W=W_0$ 为大地水准面；$W(r)=W(P)$ 为过 P 点的重力等位面

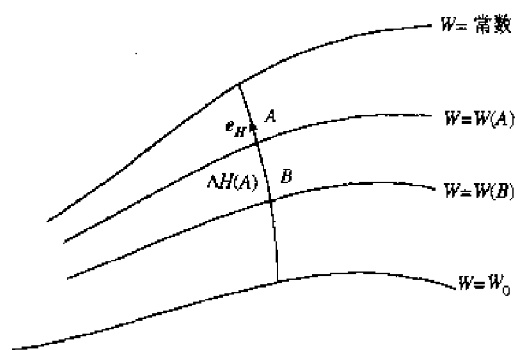


图 3-7 相邻重力等位面在 A 的距离 $\Delta H(A)$
e_H 为 A 点沿 H 方向的单位矢量；AB 为过 A 点的垂线；$W=W(A)$，$W=W(B)$ 分别为过 A，B 两点的重力等位面

如图 3-7 所示，$\Delta H(A)$ 表示 A 点处两个相邻重力等位面的距离，$\boldsymbol{e}_H$ 表示 A 点反重力方向

(沿 H 方向)的单位矢量,AB 为过 A 点的垂线,B 点为过 A 点的垂线与相邻重力等位面 $W(\boldsymbol{r})=W(B)$ 的交点,$W(A)$,$W(B)$ 分别为过 A,B 两点的重力等位面,则有

$$\frac{\partial W}{\partial H}(A) = \boldsymbol{g}\cdot\boldsymbol{e}_H = -g(A),\quad \Delta W = -g\Delta H(A)$$

$$\Delta W(A) = W(A) - W(B)$$

有

$$\Delta H(A) = -\Delta W/g \tag{3-41}$$

(3-41)式表明,在某点两个相邻重力等位面的距离等于它们之间的重力位的差除以该点的重力。

六、重力位二次导数张量

地球的重力场是一个空间矢量场,重力矢量的梯度是一个二阶对称张量,称为重力位二次导数张量。我们以符号 W_{ij} 表示重力位二次导数张量的分量,即

$$W_{ij} = \partial_i\partial_j W \quad 且有\ W_{ij} = W_{ji} \tag{3-42}$$

引入局部直角坐标系 $Oxyz$,坐标原点 O 选在某观测点 P,Ox,Oy 在水平面内,Oz 轴垂直向下沿着 P 点的重力方向。i,j 是自由坐标,可以分别取 x,y,z。

$\partial_x W(P)$,$\partial_y W(P)$ 为 P 点重力矢量的水平分量,在该坐标系里水平分量为 O,$\partial_z W(P)$ 为 P 点重力矢量的垂直分量,它等于重力矢量的模。重力位二次导数分量为 $\frac{\partial^2 W}{\partial x^2}$,$\frac{\partial^2 W}{\partial y^2}$,$\frac{\partial^2 W}{\partial z^2}$,$\frac{\partial^2 W}{\partial x\partial y}$,$\frac{\partial^2 W}{\partial x\partial z}$,$\frac{\partial^2 W}{\partial y\partial z}$,它们分别以符号 W_{xx},W_{yy},W_{zz},W_{xy},W_{xz},W_{yz} 表示,这六个二阶导数都与水准面的几何特征有关。其中 $W_{xz}=W_{zx}=\partial_x g$,$W_{yz}=W_{zy}=\partial_y g$ 称为重力水平梯度分量,$W_{zz}=\partial_z g$ 称为 P 点重力的垂直梯度。重力位二次导数的量纲为 s^{-2}。在实际应用中采用 E(艾维)单位,即

$$1\ \mathrm{E} = 1\times 10^{-9}/\mathrm{s}^2$$

3.1.2 地球形状和正常重力场

一、地球椭球

由于地球内部质量分布不均匀,使得大地水准面的形状也是一个不规则的曲面,但是,地球从总体上来说处于流体平衡状态。地球的大地水准面接近旋转椭球面,选择适当参数的旋转椭球作为真实地球的模型称做参考椭球,参考椭球选定后,大地水准面相对参考椭球面的起伏不超过 110 m。

质量等于地球总质量 M,以地球自转角速度绕其极半径为轴旋转,转动惯量 J 与地球相同的参考椭球称做正常场地球模型。正常场地球模型的表面是参考椭球面,也是一个重力等位面,它的重力位与真实地球大地水准面的位相等。这种地球模型(正常场地球模型)在其表面和外部空间产生的重力场称为地球的正常重力场。而真实地球与正常场地球模型的密度分布不同在该点产生的重力场的差值称为地球在该点产生的重力异常场。

由(3-35)式,地球在 P 点产生的重力位

$$W = k\int\frac{\rho(\boldsymbol{r}')}{|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|}\mathrm{d}\boldsymbol{r}' + \frac{1}{2}\omega^2(x^2+y^2) = V(\boldsymbol{r}) + Q(\boldsymbol{r}) \tag{3-43}$$

研究大地水准面的形状实际上是求解重力位的问题。

二、正常重力场

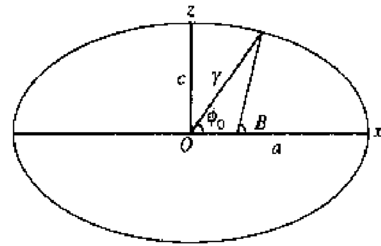


图 3-8　旋转椭球的子午椭圆

a,c 分别为赤道半径和极半径;ϕ_0、B 分别为子午椭圆上任一点的地心纬度和大地纬度

如图 3-8 所示,引入直角坐标系 $Oxyz$,坐标原点 O 在旋转椭球的中心,Oz 沿其极半径,Oxy 在赤道平面内,则旋转椭球面的方程为

$$\begin{cases}\dfrac{x^2+y^2}{a^2}+\dfrac{z^2}{c^2}=1\\ \alpha=\dfrac{a-c}{c}\end{cases} \tag{3-44}$$

式中,a,c 分别为旋转椭球的赤道半径和极半径;α 为旋转椭球的椭圆率(扁率)。地心 O 至 P 点的径矢 $\boldsymbol{r}$ 与水平轴 Ox 之间的夹角 ϕ_0 称为 P 点的地心纬度,B 为 P 点的大地纬度。

正常场地球模型的赤道半径 a、极半径 c、扁率 α、总质量 M 和旋转角速度 ω 惟一地决定了旋转椭球在其表面上和外部空间产生的重力场。

旋转椭球面是正常场地球模型的一个重力等位面,对旋转椭球面上的重力位沿其内法线方向求微商,就可以求出正常场地球模型在参考椭球面上的正常重力分布。

用 γ_e 和 γ_p 分别表示赤道上和两极的正常重力,β 表示正常场地球模型的重力扁率,它等于两极的重力和赤道上的重力差与赤道上重力的比值,即

$$\beta=\frac{\gamma_p-\gamma_e}{\gamma_e} \tag{3-45}$$

索米格兰纳(Somigliana)根据重力位公式直接导出正常重力公式的一般形式为:

$$\gamma=\gamma_e(1+\beta\sin^2B-\beta_1\sin2B) \tag{3-46}$$

其中

$$\beta=\frac{5}{2}m-\alpha-\frac{17}{14}m\alpha+\frac{15}{4}m^2$$

$$\beta_1=\frac{5}{8}m\alpha-\frac{1}{8}\alpha^2=\frac{1}{8}\alpha+\frac{1}{4}\alpha\beta \tag{3-47}$$

式中,β 值约为 5×10^{-3};$m=\dfrac{\omega\alpha^2c}{kM}$,约等于赤道上的离心力与地球重力的比值,它的量级与旋转椭球的扁率 α 相等,约为 3×10^{-3}。从(3-47)式看出,重力扁率 β 和旋转椭球的扁率 α 有如下关系

$$\alpha+\beta=\frac{5}{2}m-\frac{17}{14}m\alpha+\frac{15}{4}m^2 \tag{3-48}$$

(3-48)式称为克雷绕(Clairant)定理。

正常场地球模型有四个独立参数:地心引力常量 kM,参考椭球的赤道半径 a、扁率 α 和旋转角速度 ω,给定这四个参数,可以求出赤道上的正常重力 γ_e 和两极的正常重力 γ_p,根据(3-46)式,可以计算出地球参考椭球在它表面上的重力分布。国际大地测量和地球物理联合会于 1979 年通过了 1980 大地参考系,与 1980 参考系相对应的正常重力场地球模型的参数和导出的物理参数为

$\alpha=6\,378\,147$ m　　参考椭球的赤道半径

$kM=3.986\,005\times10^{14}$ $\mathrm{m^3s^{-2}}$　　地心引力常量

$\omega-0.729\,211\,51\times10^{-4}$ $\mathrm{s^{-1}}$　　地球的自转角速度

$1/\alpha=298.257\,222\,101$ 参考椭球扁率的倒数

$\gamma_e=978.032\,677\,15$ Gal 赤道上的正常重力

$\gamma_p=983.218\,636\,85$ Gal 两极的正常重力

$\beta=0.005\,302\,440\,112$ 重力扁率

与 1980 大地参考系相对应的正常重力公式为

$$\gamma = 978.0327(1 + 0.00530244\sin^2 B - 0.00000585\sin^2 2B) \tag{3-49}$$

与 1980 大地参考系相对应的平均重力为 $\gamma_0=979.7645$(Gal)。

目前我国勘探部门使用的是 1901 年赫尔默德正常重力公式为

$$\gamma = 978.030(1 + 0.00530\sin^2 B - 0.0000075\sin^2 2B)(\text{Gal}) \tag{3-50}$$

式中,B 表示大地纬度,它与地理纬度 ϕ 之间的关系为 $\tan\phi=\frac{c}{a}\tan B$,$c$ 为极半径;a 为赤道半径。

实际观测表明,真实地球的重力场与正常重力场相差甚小,研究这个差异部分比研究整个重力场方便得多,研究这个差异部分也就研究了整个的地球重力场。

三、大地水准面的形状和垂线偏差

地球与正常场地球模型的密度分布上的差异,一方面使得地球在空间任一点 A 的重力位 $W(A)$ 与正常场地球模型在该点产生的重力位 $U(A)$ 有偏差,这个偏差称为地球在该点的扰动位 $T(A)$,即

$$T(A) = W(A) - U(A) \tag{3-51}$$

另一方面使得大地水准面相对参考椭球面发生起伏,地面上某点重力矢量方向与该点正常重力方向之间有一个夹角,这个夹角称为该点的垂线偏差。

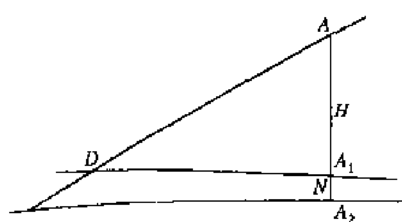


图 3-9 地面点的大地高程和正高的关系
A_1 为地面点 A 在大地水准面上的投影;A_2 为 A_1 在参考椭球面上的投影;AA_2 为 A 点的大地高程;AA_1 为 A 点的正高;$A_1A_2=N$ 为 A_1 点的大地水准面的高度

如图 3-9 所示,A_1 为地面点 A 在大地水准面上的投影,A_2 为 A_1 在参考椭球面上的投影,AA_2 为 A 点的大地高程,AA_1 为 A 点的正高,$A_1A_2=N$ 为 A_1 点的大地水准面的高度(A_1 点处大地水准面与参考椭球面之间的距离),或称为大地水准面的起伏。A 点的大地高程 AA_2 等于 A 点的正高 $H(A)$ 和 $N(A)$ 之和,即

$$AA_2 = H(A) + N(A)$$

$$H(A) = AA_1,\quad N(A) = A_1A_2 \tag{3-52}$$

大地水准面上 A_1 点的扰动位 $T(A_1)$ 等于

$$T(A_1) = W(A_1) - U(A_1) = W_0 - U(A_1) \tag{3-53}$$

式中,$W(A_1)$ 为地球在 A_1 点的重力位;$U(A_1)$ 为正常场地球模型在 A_1 点产生的重力位。由于大地水准面上的重力位 W_0 等于正常重力位 U_0,即 $W_0=U_0$,A_2 在旋转椭球面上,旋转椭球面上的重力位 $U(A_2)$ 与大地水准面的位 W_0 相等,因而有

$$U(A_2) = W_0 = U_0$$

将上式代入(3-53)式,有

$$T(A_1) = U(A_2) - U(A_1) \tag{3-54}$$

(3-54)式表明,大地水准面上 A_1 点的扰动位 $T(A_1)$ 实际上等于 A_2,A_1 两点的正常重力位的差。

由于扰动位 $T(A_1)$ 的存在，大地水准面上 A_1 点的重力矢量 $\boldsymbol{g}(A_1)$ 与正常重力矢量 $\boldsymbol{\gamma}(A_1)$ 不重合，大地水准面上 A_1 点重力矢量与正常重力矢量之间的夹角 d 称为 A_1 点的垂线偏差(图 3-10)，它们的重力差值称为 A_1 点的重力异常。

$$d(A_1)=\boldsymbol{n}_g-\boldsymbol{n}_\gamma,\quad \boldsymbol{n}_g=\boldsymbol{g}/g,\quad \boldsymbol{n}_\gamma=\boldsymbol{\gamma}/\gamma \tag{3-55}$$

$\boldsymbol{n}_g$ 为沿重力矢量的单位矢量；$\boldsymbol{n}_\gamma$ 为沿正常重力矢量的单位矢量。垂线偏差是一个矢量，它有偏差方向和大小，用 $\xi(A_1)$ 表示它的南北分量，向南为正，用 $\eta(A_1)$ 表示它的东西分量，向西为正。垂线偏差比大地水准面起伏要复杂得多，也就是说垂线偏差对重力异常更为敏感。

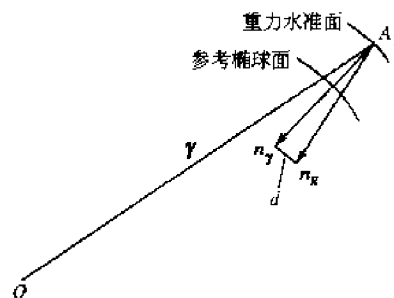


图 3-10 A_1 点的垂线偏差 d

$d=\boldsymbol{n}_g(A_1)-\boldsymbol{n}_\gamma(A_1)$，$\boldsymbol{n}_g(A_1)$ 为沿重力矢量的单位矢量，$\boldsymbol{n}_\gamma(A_1)$ 为沿正常重力矢量的单位矢量

四、卫星的正常轨道

卫星在地球的引力场内运动，如果地球是一个均质球体，即忽略地球引力场的不规则性对卫星运行的影响，也不考虑大气阻力和其他天体的干扰，则大地位球函数展开中的零阶项控制的卫星轨道称为卫星的正常轨道。这种理想情况下卫星围绕地球的运行满足行星绕太阳运行的开普勒定律，即：① 卫星的正常轨道是一椭圆，地心位于椭圆的一个焦点上；② 卫星至地心的径矢在相同的时间内扫过的面积相等；③ 卫星周期运动的角频率的平方与轨道长半轴立方的乘积等于地心引力常数 kM。而大地位球函数展开高阶项系数对卫星的正常轨道产生扰动。

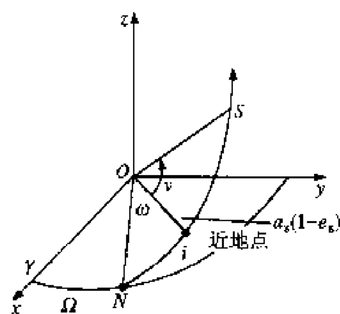


图 3-11 卫星轨道平面在地心天球上的位置

γ 为春分点，γN 为天赤道；NS 为卫星轨道平面

在上述理想情况下，由卫星的运动方程，可以解出卫星在其轨道上位置的六个参数 $a_s, e_s, \Omega, i, \omega$ 和 t_0，这六个参数又称为卫星轨道根数。如图 3-11 所示，它们分别是

a_s：卫星轨道的长半轴

e_s：卫星轨道的偏心率

Ω：卫星轨道平面升交点 N 的赤径

i：卫星轨道平面的倾角(即卫星轨道面与赤道面之间的夹角)

ω：近地点角距

t_0：卫星过近地点的时刻

卫星轨道的长半轴 a_s 及其偏心率 e_s 和卫星的真近点角 ν 给定了卫星正常轨道的几何形状及卫星在其轨道上的位置；升交点赤径 Ω 和轨道面倾角 i 确定了卫星轨道平面在直角坐标系中的位置；近地点角距 ω 确定了轨道长半轴的方向；t_0 确定了任一时刻卫星在轨道上的位置。因此如果知道这六个参数，就可以确定某一瞬间卫星的空间位置及速度。

实际的地球不是理想圆球，质量分布也不均匀，因此卫星实际轨道并不遵循开普勒椭圆的规律，这种受干扰的现象称为摄动。卫星的实际轨道是一个不规则的椭圆，受摄动的轨道也可用六个轨道参数来确定，这六个轨道参数都是时间的函数，这样的椭圆称做吻切椭圆，而实际轨道是各瞬间吻切椭圆的包络线。

给定大地位球函数展开数值系数的大地位称为地球重力场模型，地球重力场模型一方面用于计算卫星轨道，另一方面提供了计算地面长波(引力场的长波变化范围为几百 km 至 1000 km)的重力异常场。参考椭球面上的大地水准面高度和重力异常的分布是地球重力场提

供的研究地球内部结构的重要地球物理限制条件，这是近20年来空间技术的发展对重力学发展的重要贡献之一。

3.2 重力校正和重力异常

重力测量是在地球的自然表面上进行的。地面上的重力值随时间和地点而变化，其测量值受到两种因数的影响，一是观测点至大地水准面的距离，二是地形质量。为了便于对不同观测点进行比较，需要对地球自然表面上的重力观测值进行必要的校正。

在地表某一点的重力异常值(Δg)就是重力观测值(g)通过外部校正(δg)后，与该点正常重力值(γ)的差值，即

$$\Delta g = g + \delta g - \gamma \tag{3-56}$$

地面上的重力异常分布是研究地球形状和地球内部结构的根据，不同的异常用于不同的研究目的。

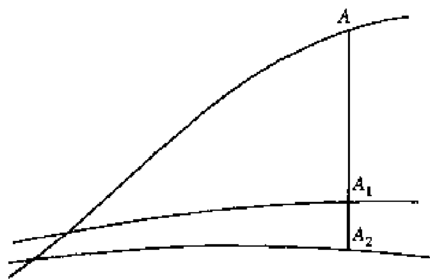


图 3-12 地球表面上的任一点 A 的自由空气重力校正和自由空气异常

A_1，A_2 分别为与 A 点相对应的大地水准面上和参考椭球面上的点

3.2.1 自由空气校正和自由空气重力异常

如图 3-12 所示，A 为地球表面上的任一点，A_1 和 A_2 为与 A 点相对应的大地水准面上和参考椭球面上的点。假若地球的地形表面与大地水准面之间不存在质量，则 A 点的重力观测值 $g(A)$ 与大地水准面上相对应 A_1 的重力值 $g(A_1)$ 之间的关系为

$$g(A) = g(A_1) + \frac{\partial g}{\partial h}h \tag{3-57}$$

式中，$\frac{\partial g}{\partial h}$为地球在 A_1 点的重力垂直梯度；h 为 A 点的正高。

令

$$\delta g_f(A) = -\frac{\partial g}{\partial h}h \tag{3-58}$$

$\delta g_f(A)$称做 A 点的自由空气校正，于是(3-57)式可改写成

$$g(A_1) = g(A) + \delta g_f(A) \tag{3-59}$$

即与 A 点相对应的大地水准面上 A_1 点的重力值等于 A 点的重力观测值与自由空气校正之和。

地球在 A 点的重力垂直梯度是未知量，一般用正常场地球模型在 A 点的重力垂直梯度代替真实地球的重力垂直梯度，即

$$\frac{\partial g}{\partial h} \approx \frac{\partial \gamma}{\partial h} \tag{3-60}$$

将1980大地参考系相对应的参考椭球面上的重力垂直梯度值代入(3-58)式，得出自由空气校正，即

$$\delta g_f = 0.308\,769(1 - 0.001\,443\,7\sin^2 B)h(\mathrm{mGal}) \tag{3-61}$$

式中，h 以 m 为单位。若不考虑离心力，分层均匀的球状地球模型在其外部的重力

$$g(r) = k\frac{M}{r^2} \tag{3-62}$$

式中，kM 为地球的地心引力常数，由(3-62)式可得出分层均匀的球状地球模型在其表面上产生的重力垂直梯度，即

$$\left.\frac{\partial g}{\partial r}\right|_{r=R}=-2\frac{g_0}{R},\quad g_0=k\frac{M}{R^2} \tag{3-63}$$

式中，R 为地球的平均半径；g_0 为地球的平均重力。将 kM 和 R 的数值代入上式得

$$\frac{\partial g}{\partial r}=-0.308(\mathrm{mGal/m}) \tag{3-64}$$

当 A 点的正高 h 较小时(不超过 9 km)，可以认为正常场地球模型在 A 点的重力垂直梯度与分层均匀的球状地球模型表面的重力垂直梯度相等，即

$$\frac{\partial \gamma}{\partial h}=-0.308\ (\mathrm{mGal/m}) \tag{3-65}$$

于是由(3-58)式得

$$\delta g_f=0.308h\ (\mathrm{mGal}) \tag{3-66}$$

对 A 点的重力观测值作自由空气校正后，得出与 A 点相对应的大地水准面上 A_1 的重力值 $g(A_1)$，$g(A_1)$与其在参考椭球面相对应点 A_2 处的正常场地球模型的正常重力值 $\gamma(A_2)$的差称为 A 点的自由空气重力异常 $\Delta g_f(A)$

$$\Delta g_f(A)=g(A)+\delta g_f-\gamma(A_2) \tag{3-67}$$

3.2.2 布格校正和布格重力异常

如图 3-13 所示，地面观测点 A 的重力观测值包括地形表面和大地水准面之间的地形质量对该点产生的引力的垂直分量。为了从重力观测值提取有关地球内部异常质量分布的信息，必须考虑地形质量对地面重力观测值的影响。在研究分析局部地区重力测量结果时，把参考面取为平面，远区地形质量对测区的重力影响视为常量。观测点 A 的布格校正 $\delta g_B(A)$包括局部地形校正 $\delta g_{B_1}(A)$和中间层校正 $\delta g_{B_2}(A)$两部分，即

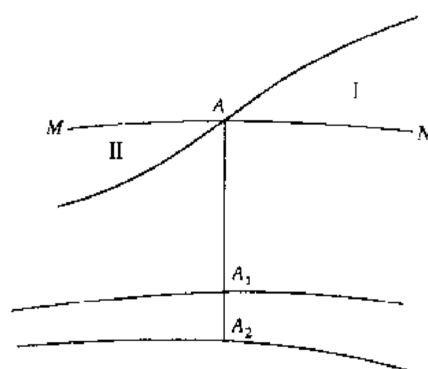


图 3-13 地面观测点 A 的布格校正

AA_1 为过 A 点的垂线，A_1，A_2 分别为垂线 AA_1 与大地水准面和参考椭球面的交点，MAN 为过 A 点的水准面

$$\delta g_B(A)=\delta g_{B_1}(A)+\delta g_{B_2}(A) \tag{3-68}$$

如图 3-13 所示，MAN 为过 A 的水准面，A 点的局部地形校正等于地形表面和水准面 MAN 之间的地形质量在 A 点产生的重力影响。Ⅰ区的多余地形质量和Ⅱ区的空缺地形质量都是使 A 点的重力观测值减小，因而 A 点的局部地形校正值总是正值。

计算观测点的局部地形校正时，需要有测区的地形图。将绘有同心圆和半径的透明纸放在地形图上(图 3-14)，使圆心 O 和测点 A 重合。还采用如图 3-15 所示的柱坐标系，将坐标原点置于 A 点，Az 轴反重力方向垂直向上，则地形质量元对 A 点的重力影响(引力的垂直分量)为

$$\mathrm{d}g(A)=k\rho\frac{rz}{(r^2-z^2)^{\frac{3}{2}}}\mathrm{d}r\mathrm{d}z\mathrm{d}\alpha \tag{3-69}$$

式中，ρ 为地形的密度。对于内半径为 r_i、外半径为 r_{i+1}，相对中心点 A 的下底面高度为 h_1、上底面高度为 h 的空心柱状地形，在 A 点产生的重力为

$$\delta g(A)=\iiint \mathrm{d}g(A)=\iiint \frac{k\rho rz}{(r^2+z^2)^{\frac{3}{2}}}\mathrm{d}r\mathrm{d}z\mathrm{d}\alpha=-2\pi k\rho\sqrt{r^2+z^2}\Bigg|_{r_i}^{r_{i+1}}\Bigg|_{h_1}^{h}$$

$$=2\pi k\rho(\sqrt{r_i^2+h^2}-\sqrt{r_i^2+h_1^2}-\sqrt{r_{i+1}^2+h^2}+\sqrt{r_{i+1}^2+h_1^2}) \tag{3-70}$$

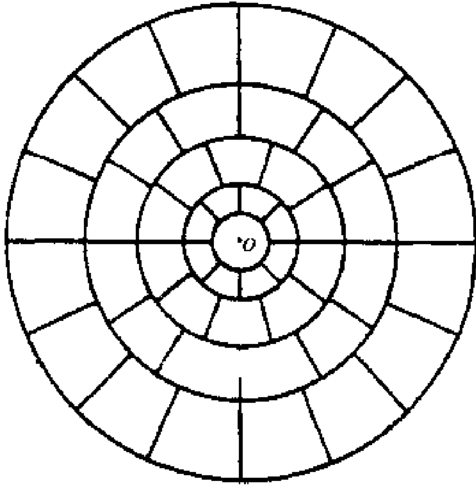


图 3-14 计算局部地形校正的量板

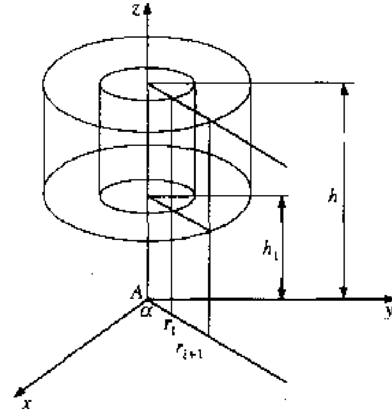


图 3-15 地面观测点 A 的局部地形校正

当 $h_1=0$ 时,有

$$\delta g(A)=2\pi k\rho(r_{i+1}-r_i+\sqrt{r_i^2+h^2}-\sqrt{r_{i-1}^2+h^2}) \tag{3-71}$$

用 r_i=常数的圆环和等间距 a_i=常数的射线将过 A 点的水平面分割成扇形,用高度等于常数的空心扇形柱体的组合逼近 A 点周围的地形,由(3-71)式,高度为 h_{ij}的第 i 个空心扇形圆柱体在 A 点产生的重力影响为

$$\delta g_{ij}(A)=\frac{2\pi}{n}k\rho[r_{i+1}-r_i-(r_{i-1}^2+h_{ij}^2)^{1/2}+(r_i+h_{ij})^{1/2}] \tag{3-72}$$

A 点的局部地形校正为

$$\delta g_{\mathrm{B}_1}(A)=\sum_i^P\sum_j^n \delta g_{ij} \tag{3-73}$$

式中,P 为圆环个数;n 等于圆环内的扇形个数。计算局部地形校正需要计算三重数值积分,现在都在计算机上完成。

根据(3-70)式,当 $r_i=0$,r_{i+1}趋于∞时,得出厚度等于 h 的水平板在 A 点产生的重力影响是

$$\delta g(A)=2\pi k\rho h=\frac{3h}{2R}\frac{\rho}{\rho_{\mathrm{m}}},\quad k=\frac{3g_0}{4\pi R\rho_{\mathrm{m}}} \tag{3-74}$$

式中,ρ_{m} 为地球的平均密度;g_0 为地球的平均重力;R 为地球的平均半径。

A 点的中间层校正 $\delta g_{\mathrm{b}2}(A)$大小等于介于过 A 的水平面和大地水准面之间的平面层在 A 点产生的重力影响。在陆地上中间层校正为负,在海上为正。

在大陆上

$$\delta g_{\mathrm{B}_2}(A)=-\frac{3g_0}{2R}\frac{\rho}{\rho_{\mathrm{m}}}h \tag{3-75}$$

在海洋上

$$\delta g_{\mathrm{B}_2}(A)=-\frac{3g_0}{2R}(\rho-\rho_{\mathrm{w}})h_{\mathrm{w}} \tag{3-76}$$

式中，ρ_w 为海水的密度；h_w 为 A 点的海水深度。这样，A 点的布格校正为

$$\delta g_B(A) = \delta g_{B_1}(A) + \delta g_{B_2}(A) = \delta g_{B_1} - \frac{3g_0}{2R}\frac{\rho}{\rho_m}h$$

A 点的重力观测值经自由空气校正和布格校正后与其在参考椭球面上 A_2 点正常重力 $\gamma(A_2)$ 的差称为 A 点的布格重力异常 $\Delta g_b(A)$，即

$$\begin{aligned}\Delta g_B(A) &= g(A) + \delta g_f(A) + \delta g_B(A) - \gamma(A_2) \\ &= g(A) + \delta g_f(A) + \delta g_{B_1}(A) + \delta g_{B_2}(A) - \gamma(A_2)\end{aligned} \tag{3-77}$$

若将地表附近岩石的密度 ρ 取为 2.67 g/cm³，地球的平均密度 ρ 取为 5.53 g/cm³，则有

$$\Delta g_B(A) = g(A) + \delta g_f(A) + (1 - 0.362)\frac{2g_0}{R}h - g(A) - \delta g_f(A) + 0.197h - \gamma(A_2)\,(\text{mGal}) \tag{3-78}$$

式中，h 单位为 m。(3-78)式表明，陆地上的中间层校正的大小约为自由空气校正的三分之一，但符号与其相反，中间层校正使自由空气校正的影响减少了三分之一。

3.2.3 地壳均衡模型、均衡校正和均衡重力异常

一、均衡模型

1740 年布格(Bouguer)在南美的基多(Quito)测量摆的周期时，发现山脉处测得的引力比其海水面测得的引力要小。后来在一座山旁测量垂线偏差时，其测量结果也比预期的小得多。1854 年英国人普拉特(J. H. Pratt)在整理喜马拉雅山附近的垂线偏差测量记录时，发现比计算的垂线偏差值小(图 3-16)。20 世纪初的大量重力测量结果表明，山区的布格重力异常是负的，山脉越高，其负值越大，海洋地区是正的，海洋越深，其正值越大。20 世纪初的地震资料也表明，在地球的表层有一密度间断面，即莫霍界面，山脉下莫霍界面深，海洋下的莫霍界面浅，可推测，在地球的表层存在着与地形有关的补偿质量，为了计算补偿质量对观测点重力的影响，必须对补偿质量的形式作定量的假设，常用的均衡校正模型有三个：普拉特-海福特均衡模型、艾里-海斯卡宁均衡模型和温宁·梅尼兹均衡模型。根据不同的均衡模型，可以计算出补偿质量在地球表层的分布，从而计算出补偿质量对观测点的重力影响。

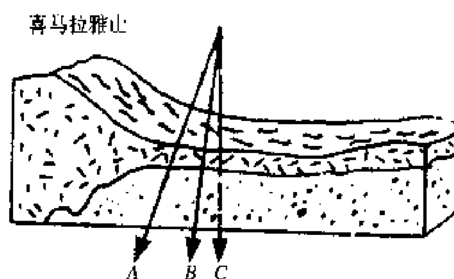


图 3-16 由喜马拉雅山引起的垂线的偏差和偏斜

A—由于山的质量应当引起的理论偏斜；B—实测的偏斜；C—不偏斜的位置

1. *普拉特(J. H. Pratt)-海福特(F. Hayfort)均衡模型*

1854 年普拉特认为，山脉是由于地下物质从某个补偿深度起，向上热膨胀形成的，山脉越高，则山脉下地壳岩石的密度越小。地球表层中存在一个等压力深度(又称补偿深度)，无论是在山脉下，还是在平原、海洋下，这个深度的压力处处相等，在这个深度以上的每一个截面积相等的岩石柱体的总质量相等，补偿质量分布在大地水准面与补偿深度 T 之间的地球表层。

如图 3-17 所示，设任意柱体密度为 ρ，地壳平均密度 $\rho_0 = 2.67$ g/cm³，柱体顶部相对于大地水准面的高度为 h，补偿深度 D，则有

$$\rho(h + D) = \rho_0 D$$

可以导出补偿质量的密度 $\Delta\rho$

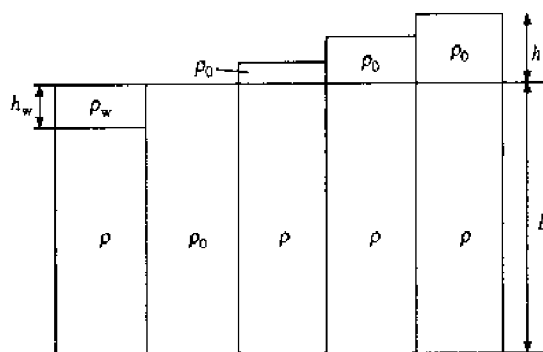


图 3-17　普拉特-海福特地壳均衡模型

$$\Delta\rho = \rho_0 - \rho = \frac{h}{D}\rho \tag{3-79}$$

(3-79)式表明，补偿质量的密度与地形高度成正比。

对于海底柱体，柱体上部有密度 ρ_w 的海水，则有

$$\rho_w h_w + (D - h_w)\rho = \rho_0 D$$

$$\Delta\rho = \rho_0 - \rho = \frac{h_w}{D - h_w}(\rho_w - \rho_0) \tag{3-80}$$

式中，$\Delta\rho$ 为剩余密度；h_w 为海水深度。

模型表明，高山下地球表层的密度小，海洋下地球表层的密度大，地球表层中存在着补偿质量，高山下的不足质量和海洋下的多余质量与地形质量相抵消，使地壳达到均衡。

2. 艾里(A. Airy)-海斯卡宁(W. A. Heiskanen)均衡模型

1855 年艾里假设，山脉浮在地壳上部，地壳在岩浆中飘浮，山脉有“山根”，山脉越高，陷入岩浆的山根越深，海洋地区有与海洋相对应的反山根，山根与反山根在地球表层产生的质量不足或过剩形成的补偿质量与地形质量相补偿。他也把地壳划分成截面积相等的许多柱体，并假设地壳的密度各处是相等的，$\rho_0 = 2.67\ \mathrm{g/cm^3}$。固体地壳柱体飘浮在密度较大($\rho_1 = 3.27\ \mathrm{g/cm^3}$)的均匀流体物质上，并处于静力平衡状态。如图 3-18 所示，h 为柱体顶面的海拔高程，T 为地壳正常厚度、“t”为山根厚度，“t'”为反山根厚度，$\Delta\rho = \rho_1 - \rho_0$ 为壳下层与地壳的密度差。根据阿基米德原理有

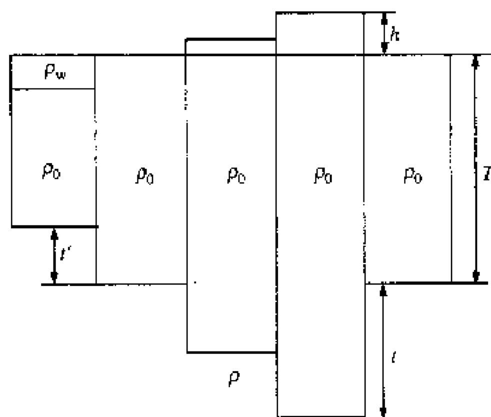


图 3-18　艾里-海斯卡宁均衡模型示意图

$$\rho_0(h + T + t) = \rho_1 t + \rho_0 T$$

即

$$t = \frac{\rho_0}{\Delta\rho}h \tag{3-81}$$

或

$$t = \lambda h \tag{3-82}$$

式中，$\lambda = \rho_0/\Delta\rho$，$\lambda$ 的物理意义是密度比。(3-81)式表明，山根的厚度 t 与地形高度 h 成正比。同理，对于反山根，有

$$(\rho_0 - \rho_w)h_w = \Delta\rho t'$$

$$t' = \frac{\rho_0 - \rho_w}{\Delta\rho}h_w \tag{3-83}$$

式中，ρ_w 为海水的密度，h_w 为海水的深度。或写成

$$t' = \lambda' h_w \tag{3-84}$$

式中，$\lambda' = \dfrac{\rho_0 - \rho_w}{\Delta\rho}$ 为另一密度比。(3-84)式表明，反山根的厚度与海水深度成正比。

普拉特和艾里地壳均衡模型的共同处是，在地球的表层有与地形质量相等的补偿质量，在地球表层的某一深度上，尽管地形的存在，由于补偿质量的抵消作用，地球介质所受的流体静

压力处处相等。

3. 温宁·曼乃兹(Vening Meinsz F.A)均衡模型

温宁·曼乃兹修正了艾里的假设,将完全、均匀、局部补偿调整为完全、均匀、区域补偿。把地壳当成弹性薄板,山脉加载在弹性薄板上,山脉的质量把地壳向下压弯,地壳向下弯曲陷入壳下层的流体物质上,形成与山脉相对应的区域山根,山根造成的补偿质量等于山脉的地形质量(图 3-19)。计算表明当高山的横向宽度大于 25 km 时,才能将莫霍面压弯,这已为实践所证明。

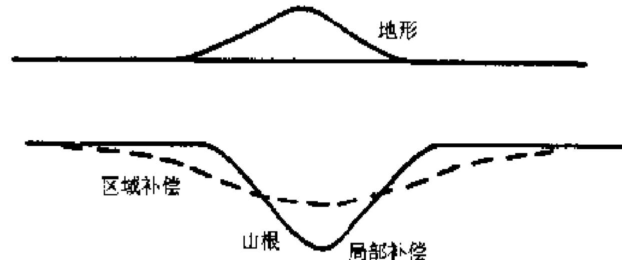


图 3-19　温宁·曼乃兹均衡模型示意图

艾里和温宁·曼乃兹模型假说的基本特点都是山根陷入岩浆中,不同的是温宁·曼乃兹引入了大区域性的补偿概念,以弹性理论为基础,克服了地壳划分为许多独立柱体的困难,从理论上更为合理,但计算更为复杂,所以实际工作中很少采用温宁·曼乃兹模型。

二、均衡校正和均衡异常

重力测量和地震资料都表明,在地球的表层存在着与地形相对应的补偿质量,根据补偿质量在地球表层的分布可以计算出补偿质量对地面观测点的重力影响。考虑与全球地形质量相对应的补偿质量对观测点重力的影响的校正称为均衡校正。全球地形对观测值影响的重力校正称为全球地形校正,观测点的重力观测值 $g(A)$经自由空气校正、全球地形校正和均衡校正后与参考椭球面对应点正常重力 $\gamma(A_2)$的差称为该点的均衡重力异常 $\Delta g_i(A)$,即

$$\Delta g_i(A) = g(A) + \delta g_f(A) + \delta g_t(A) + \delta g_i(A) - \gamma(A_2) \qquad (3\text{-}85)$$

式中,$g(A)$为 A 点的重力观测值;$\delta g_f(A)$为自由空气校正,等于$\frac{2g_0}{R}h$;$\delta g_t(A)$为全球地形校正,大小等于全球地形质量对观测点重力的影响,符号与其相反;$\delta g_i(A)$为均衡校正,大小等于补偿质量对观测点重力的影响,符号与其相反;$\gamma(A_2)$为 A_2 点的正常重力。

自由空气校正只考虑测点高度的影响,并没有改变地球的总质量。自由空气异常中包括全球地形质量以及与其对应的补偿质量的影响,它近似等于普拉特-海福特均衡模型中补偿深度等于 0 时的均衡重力异常。自由空气校正对大地水准面的形状影响很小,因而自由空气异常常用于物理大地测量及计算大地水准面的形状和垂线偏差。

布格校正包括测点周围的局部地形校正和中间层校正,它消除了测点周围的地形和大地水准面之间的地形质量对观测点的重力影响,改变了地球的质量,对大地水准面的形状有显著影响。布格重力异常反映了地球内部异常质量对重力测量结果的影响,也就是说,布格异常主要是由莫霍界面、康氏界面、沉积基底面的起伏以及沉积岩中的构造以及金属矿等密度不均匀体引起。布格重力异常多用于局部地区的地壳上地幔结构和浅层地质构造的研究。

均衡校正消除了与地形质量相对应的补偿质量对观测点的重力影响,全球地形校正和均衡校正没有改变地球的质量,只是把地形质量做了适当的调整,把地形质量按补偿模型以一定

的方式移到大地水准面以下。可以利用均衡重力异常计算调整后的大地水准面的形状和垂线偏差，研究地球的均衡状态，为研究地球内部动力学过程提供重力根据。

3.3 重力异常场的正反演问题

真实地球的密度与正常场地球模型的密度差称为地球的剩余密度，地球的剩余密度是地球内部各点位置的函数，它是地球重力异常场产生的原因。研究地球的剩余密度分布是重力测量的重要目的之一。根据给定的地球剩余密度计算重力异常场，称为重力异常场的正演问题；根据地面上测出的重力异常场求出产生此重力异常场的剩余密度在地球内部的分布，称为重力异常场的反演问题。一般情况下，它的解不是惟一的，因此反演解带有推测性质，常需要地质和其他地球物理资料来限制解的范围。当重力异常所占据的水平范围的半径不超过几百公里时，可以把计算正反演问题的参考面取为水平面，采用直角坐标系 $Oxyz$，并令 Oz 轴垂直向下沿着地球的重力方向。当反演深度大的异常体时，应考虑地球表面的弯曲。

3.3.1 几种规则均匀密度异常体重力异常的正反演

一、均匀球

自然界一些近于等轴状的地质体，如盐丘、穹隆构造、岩株等都可近似地当做球体来研究。

正演：假设一半径为 R 的均匀质量球，球体的密度 ρ 与周围介质的密度 ρ' 之差（即剩余密度）为 $\Delta\rho=\rho-\rho'$，球的剩余质量为 ΔM。如图 3-20(a)所示，取坐标原点于球心在地面上投影的位置，球心坐标为$(0,0,h)$，z 轴通过球心垂直向下，x 轴与所选的剖面方向重合。一个密度均匀的球体在球外产生的引力场和具有相同质量位于球心的质点所产生的引力场相同，那么，在 x 轴上任意一点 P 的引力为：

$$f = k\,\frac{\Delta M}{r^2},\quad \Delta M = \frac{4}{3}\pi R^3\Delta\rho \tag{3-86}$$

均匀球在 Ox 轴上的 P 点的重力异常 Δg 为引力 f 的垂直分量，即

$$\Delta g(x,0,0) = f\cos\beta = \frac{k\Delta M h}{(x^2+h^2)^{\frac{3}{2}}} \tag{3-87}$$

由(3-87)式看出，均匀球在地面上产生的重力异常对球心的水平坐标对称，当 $\Delta\rho>0$ 时，计算结果如图 3-20(a)中曲线。等重力异常线为以球心水平坐标为中心的一系列疏密不等的同心

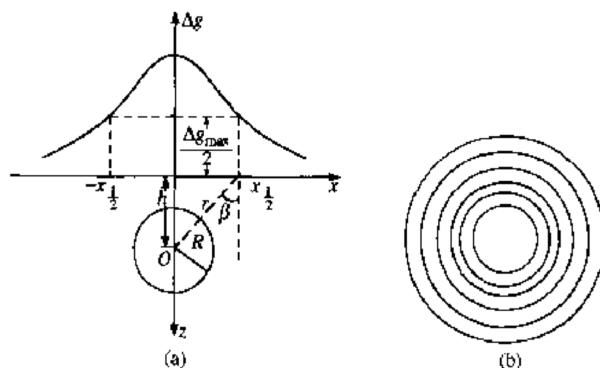


图 3-20 球体

圆(图 3-20(b))。

反演：在 Δg 曲线上任选两点 Δg_1 和 Δg_2，与之对应的坐标有 x_1 和 x_2，由(3-87)式

$$\Delta g_1(x_1^2+h^2)^{\frac{3}{2}}=\Delta g_2(x_2^2+h^2)^{\frac{3}{2}}$$

可得到均匀球的埋深为：

$$h=\left|\left[\frac{x_2^2-x_1^2\left(\frac{\Delta g_1}{\Delta g_2}\right)^{\frac{2}{3}}}{\left(\frac{\Delta g_1}{\Delta g_2}\right)^{\frac{2}{3}}-1}\right]^{\frac{1}{2}}\right| \tag{3-88}$$

均匀球在 Ox 轴上的 $x=0$ 处的重力异常达极大，即

$$\Delta g_{max}(0,0,0)=\frac{k\Delta M}{h^2} \tag{3-89}$$

取特征点 $x_{1/2}, x_{-1/2}$ 表示与 $\frac{1}{2}\Delta g_{max}$ 对应的两个水平坐标，则由(3-87)，(3-89)式可得出

$$h=1.305|x_{1/2}| \tag{3-90}$$

由(3-89)式可求出均匀异常球的质量

$$\Delta M=h^2\Delta g_{max}/k \tag{3-91}$$

如果由钻探或其他手段知道球体的剩余密度 $\Delta\rho$，只要将 h，Δg_{max} 和 $x=0$ 代入(3-86)式和(3-87)式，则可求得球体的半径或体积，即得

$$R=\left|\left(\frac{3\Delta g_{max}h^2}{4\pi k\Delta\rho}\right)^{\frac{1}{3}}\right| \tag{3-92}$$

总之，通过反演，可求得异常源的如下参数：与 $\frac{1}{2}\Delta g_{max}$ 对应的两个水平坐标 $x_{1/2}, x_{-1/2}$，埋深 h，球体半径 R 和剩余质量 ΔM。

由(3-87)和(3-89)式可知，若 ΔM 不变，当 h 增大 n 倍时，Δg_{max} 将降为原值的 $1/n^2$ 倍，$x_{1/2}$ 将增大为原值的 n 倍，所以，随着地质体埋深的增大，Δg 异常曲线将变得越来越平缓。当达某一深度后，异常将不易被发觉，这个极限就是用重力测量寻找这类矿体的极限深度。

二、均匀水平无限延伸圆柱体

对于一些走向长度较长而截面形状近于圆体的地质体，如两翼较陡的长轴背、向斜等，都可作为水平圆柱体来求它的近似解。

正演：如图 3-21(a)所示，设异常源是具有剩余密度 $\Delta\rho$ 的均匀圆柱体，半径为 R，圆柱体中心坐标为 $(0,0,h)$，令 Oy 轴平行于圆柱体的走向。当水平圆柱体的长度比其轴线的埋深 h 大得多时，可将其作为无限长水平圆柱体来处理。

圆柱体在水平轴 Ox 上的重力异常为：

$$\Delta g(x,0,0)=2k\lambda\frac{h}{x^2+h^2} \tag{3-93}$$

式中，圆柱体的线密度 $\lambda=\pi R^2\Delta\rho$。圆柱体的外部异常重力场如图 3-21(b)。由(3-91)式可以看出，二维水平圆柱体在地面上产生的等重力异常线为一组对称于 Oy 轴(走向)的平行直线(图 3-21(b))。

当 $x=0$ 时，重力异常达极大值。

$$\Delta g_{max}=2k\frac{\lambda}{h} \tag{3-94}$$

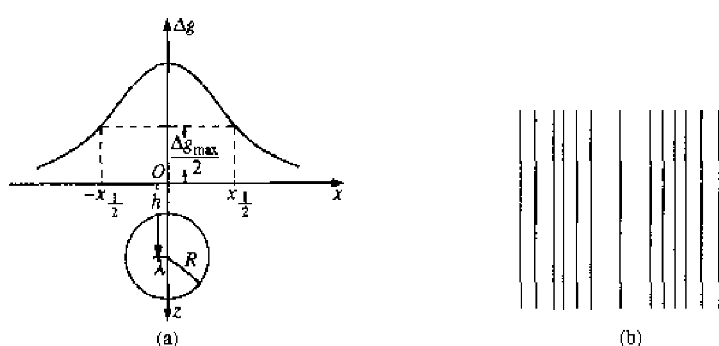


图 3-21 水平圆柱体

反演：分别用 $x_{1/2}$，$x_{-1/2}$表示与$\frac{1}{2}\Delta g_{max}$对应的两个水平坐标，由(3-93)式，可求出

$$h = |x_{1/2}| \tag{3-95}$$

根据(3-94)式，可以求出二维水平圆柱体的线密度 λ

$$\lambda = \frac{\Delta g_{max} h}{2k} \tag{3-96}$$

若能知道圆柱体的剩余密度 $\Delta\rho$，可求出圆柱体的半径为 $R=\left|\frac{\lambda}{\pi\Delta\rho}\right|^{\frac{1}{2}}$。当 λ 不变时，h 增大 n 倍，Δg_{max}降为原值 $1/n$ 倍。$x_{1/2}$增大为原值的 n 倍。因此，与均匀球体比较，其 Δg 异常曲线随埋深的增加而衰减的速度较慢。

三、垂直断层

正演：如图 3-22(a)所示，坐标原点选在断层面中心与地面的交线上，y 轴与交线重合，z 轴垂直向下，h，H 分别为垂直断层上、下界面的深度，$\Delta h=H-h$ 为垂直断层的断距。设断层

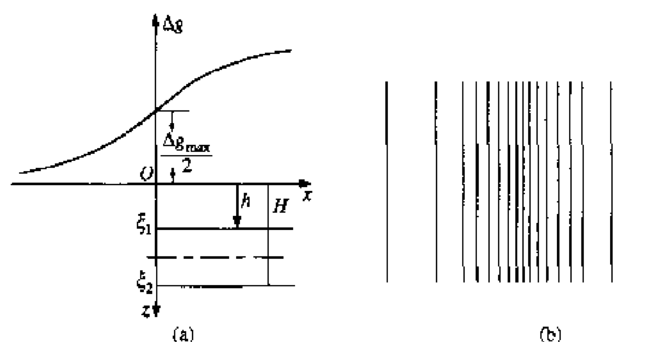


图 3-22 垂直台阶

在 x 和 y 正方向无限延伸时，垂直断层在垂直于其走向的 Ox 轴上任一点产生的重力异常为：

$$\Delta g(x,0,0) = k\Delta\rho\left[\pi(H-h) + x\tan\frac{x^2+H^2}{x^2+h^2} + 2H\tan^{-1}\frac{x}{H} - 2h\tan^{-1}\frac{x}{h}\right] \tag{3-97}$$

当 $x\to+\infty$时，垂直断层的重力异常趋于极大值，

$$\Delta g_{max} = 2\pi k\Delta\rho(H-h) \tag{3-98}$$

当 $x\to-\infty$时，$\Delta g=0$。

当 $x=0$ 时，

$$\Delta g(0,0,0) = \pi k\Delta\rho(H-h) = \frac{1}{2}\Delta g_{max} \tag{3-99}$$

Δg_{max}和 $\Delta g(0,0,0)$的重力值只与剩余密度 $\Delta\rho$ 和垂直断层的断距 Δh 有关，埋藏深度 h 的变化

只改变异常曲线的陡、缓，h 愈小，曲线变化越陡；h 愈大，变化越平缓。

Δg 异常的平面等值线如图 3-22(b)所示，是一些平行的直线，在垂直断层断面的正上方，等值线最密集，向两侧逐渐变稀。由此，根据垂直断层在地面上产生的重力异常，可以反演出垂直断层面中心的水平坐标和剩余密度与断层距的乘积(3-99)式。若能知道断层的剩余密度 $\Delta\rho$，可以得出断层的垂直断距 Δh。

3.3.2 任意横截面的二维均匀水平柱体的正反演

正演：计算任意横截面积二维均匀水平异常体在地面上产生的重力异常有两种方法：一是事先设计好量板，利用量板求它的近似解；二是利用边数足够多的多边形逼近二维水平异常体的横截面积，用计算机求它的近似解。下面简单介绍量板法计算任意横截面积二维水平异常体产生的重力异常。

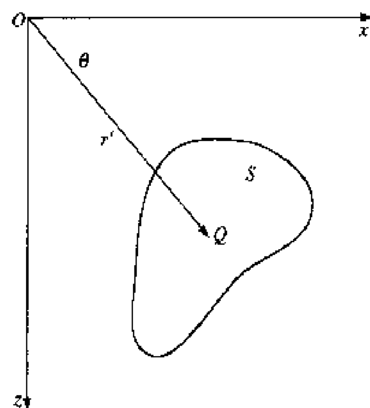


图 3-23 横截面积为 S 的均匀二维水平柱体在地面坐标原点产生的重力异常

$Q(r')$ 为柱体内的动点

如图 3-23 所示，S 为一任意横截面积的水平柱体。令水平轴 Ox 垂直于柱体的走向，Oz 轴向下沿着重力方向。制作如图 3-24 所示的量板。将 x 轴的下半空间划分成许多横截面积为扇形的水平棱柱体，使每一个棱柱体在原点产生的重力异常相等，令其等于常数 c，c 称为量板的格值。将所要计算的均匀二维水平柱体的横截面 S 按量板上所要求的比例尺画在透明纸上，同时画出 x 轴，当我们要计算 x 轴上某一点的 Δg 时，就把透明纸上 Ox 轴上的某一点置于量板的原点处，x 轴须与量板的横轴重合，数出柱体的横截面积 S 所覆盖量板的总网格数，若总网格数为 N，将 N 乘以量板的格值 c，即 cN，这样，可以求出横截面积为 S 的二维水平柱体在垂直于其走向的 x 轴上任一点的重力异常值。

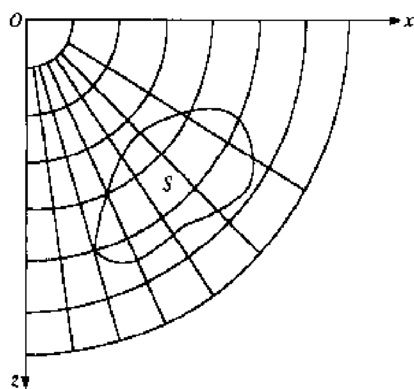


图 3-24 极坐标系内计算任意横截面积为 S 的二维均匀水平柱体在 O 点产生的重力异常的量板

反演：先根据实测曲线的特点，结合地质资料给出假想的地质剖面，设计其截面形状、埋藏深度、密度等，作为一种计算的初始模型，然后，按照上述的量板法利用计算机计算沿剖面的各点的重力值，绘出 Δg 曲线，称为理论曲线。将理论曲线与实测曲线进行比较，根据它们之间的偏差修改设计的初始地质模型，直至其偏差在容许的误差范围内，最后的地质模型就为解释的结果。

3.4 异常的划分

3.4.1 局部重力异常和区域重力异常

地面上观测到的重力异常是分布在地球内部不同深度的密度界面和大小不同的孤立异常体在地面上产生的重力异常的相互叠加结果。埋藏浅、水平延伸小的密度异常体在地面产生的重力异常的水平梯度大，幅度小，占据的水平范围小，异常的波长短，随着高度的增加衰减速度快，这种异常称为局部异常；反之，埋藏深或水平延伸广的密度异常体在地面上产生的重力异常的水平梯度小，占据的水平范围大，异常的波长长，随着高度的增加衰减速度慢的异常较前

者而言称为区域重力异常。区域重力异常与局部重力异常的划分是相对的，利用局部重力异常反演埋藏浅、水平延伸小的密度异常体，而利用区域重力异常反演埋藏深、水平延伸广的密度异常体。当研究的对象所引起的局部异常和一定区域异常叠加在一起时，不仅使局部异常形态发生相应的变化，而且使异常的中心位置也会发生偏离。同样，局部异常往往使区域异常复杂化，因此进行地质解释时，尤其是在反演的过程中，必须划分局部异常和区域异常。重力预查与普查中关注区域异常，而详查、细测中研究对象主要是局部异常。

3.4.2 重力场的解析延拓

从 3.3.1 介绍的几种规则均匀密度异常体产生的重力异常公式可以看到，重力异常随着场源深度变化而变化。浅部地质体随着观测平面高度的变化具有较高的敏感性。在高度越高的观测平面上的重力异常中，埋藏深、水平延伸范围大的异常体的重力异常占的比重大，而埋藏浅、水平延伸范围小的异常体的重力异常占的比重小。根据这种性质，将地面的实测异常换算到不同高度来划分场源深度不同的叠加异常，这种方法称为重力异常的解析延拓。从地面水平面上的实测异常向上解析延拓到某一定高度的异常称为向上延拓，它可以突出埋藏较深、水平延伸范围较大的场源引起的异常，压制浅部异常。从地面水平面上的实测异常向下解析延拓到地下某一深度平面上的异常称为向下延拓，向下延拓是为了突出埋藏较浅、水平延伸范围较小的场源异常，压制深部异常。这样，可以把一定高度水平面上的重力异常看成地面水平面上重力异常的区域异常，地面上的重力异常与所选定的区域重力异常的差就是局部重力异常。

3.4.3 高阶导数法

将布格重力异常换算成它的各阶导数，如二阶导数 W_{zz}、三阶导数 W_{zzz}等的方法称为高阶导数法。这种方法的特点是：① 重力异常的导数在不同形状地质体上有不同的特征，因此它有助于对异常的解释和分类。② 可以突出浅而小的地质体异常特征而压制区域性深部地质因素的影响，在一定程度上可以划分不同深度和大小异常源产生的叠加异常。且导数的次数越高，这种分辨能力就越强(图 3-25)。③ 重力高阶导数可以将几个互相靠近、埋深相差不大的相

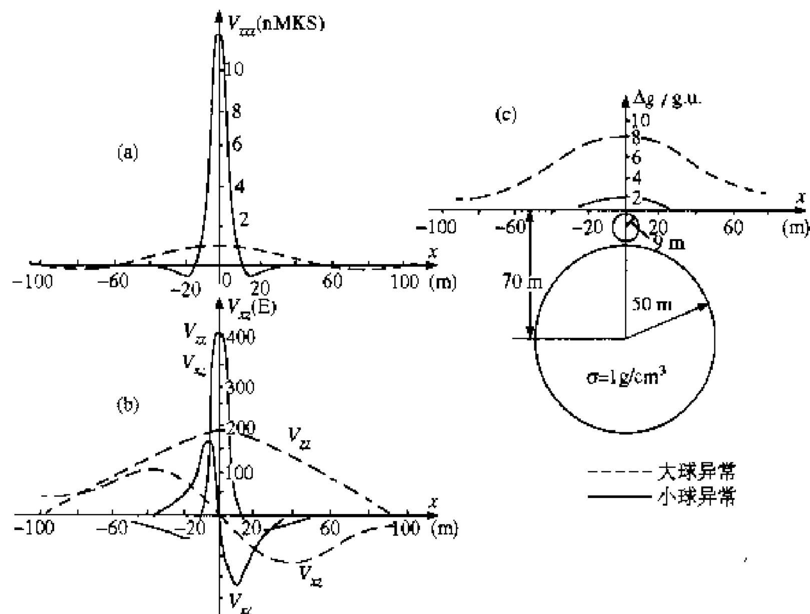


图 3-25 不同大小、不同埋深的球体上方 Δg, V_{xz}, V_{zz}及 V_{zzz}异常对比

(据胡德昭，1995)

邻地质因素引起的叠加异常划分开来(图 3-26),这是由于导数阶数越高,则异常随中心埋深加大而衰减越快,从水平方向来看,基于同样的道理,阶次越高的异常范围越小,因而无论从垂向或水平方向看,高阶导数异常的分辨能力都提高了。

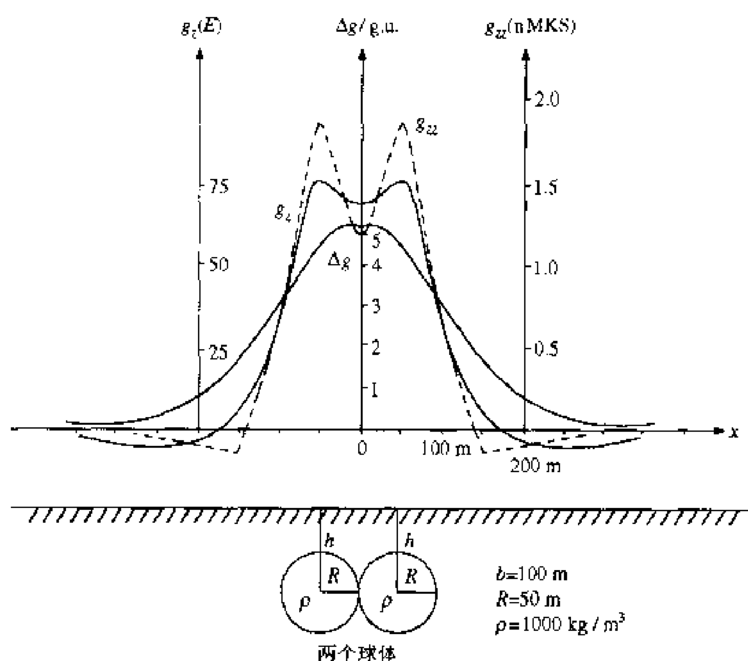


图 3-26 两个相邻球体异常的叠加

(据胡德昭,1995)

3.5 重力测量和重力仪

重力测量学是研究重力测量的方法和仪器的一门学科。它分为绝对重力测量和相对重力测量。

3.5.1 绝对重力测量

物体受到地球的重力而下落的规律,最初是 16 世纪 80 年代由意大利物理学家伽利略(Galileo)发现的。1590 年,他在著名的比萨斜塔降落了两个重量不同的铅球,两个重量不同的铅球同时到达地面的实验(英大不列颠百科全书中曾提到,对伽利略是否作过比萨斜塔实验有争议)证实了物体下落的速度与物体重量无关,物体下落不是等速度的,而是越来越快,即物体下落时具有加速度。伽利略利用球体在斜面上滚动速度来研究落体的下落规律。他发现,滚动的球体在单位时间内所走的距离不同,越来越长,从而计算出地球的重力加速度的粗略数值为 9.8 m/s^2,这大约是最早所测定的重力加速度。

随后,荷兰物理学家惠更斯(L. Huygens)发现了数学摆公式:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \tag{3-100}$$

式中,T 为周期;l 为摆长;g 为重力。此式给出了摆长、周期与重力之间的关系,为重力测量奠定了理论基础。人们在研究摆的周期和摆长的过程中,发现在地球不同的地点其重力 g 是不

同的。因此以后的发展都是测定摆的周期与长度来测定重力 g。重力的测量转变为同时进行周期(时间)和长度的测定。除了单摆还发展了复摆,可倒摆。后来,将近代的测量技术应用到测量工作中,解决时间精度、长度精度、悬挂点的摩擦、周围空气阻力、摆身弹性弯曲、摆架共振等影响,大大提高了测量精度。这种用摆的原理进行的重力测量从 17 世纪 70 年代一直延续至 20 世纪中叶,近 300 年。

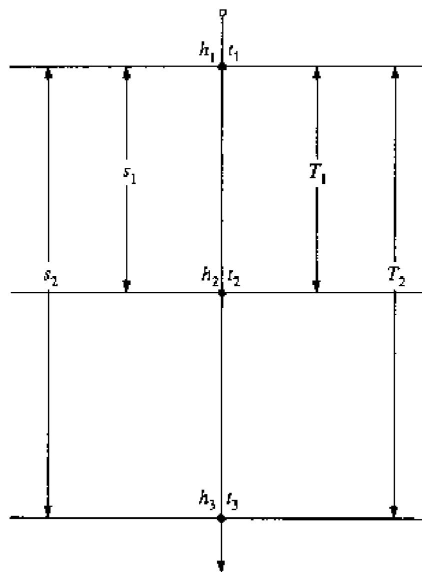


图 3-27 自由下落单程绝对重力测定

自由落体方法首先是 1946 年由法国的伏莱(C. Volet)提出的,下面对这一方法进行介绍:

如图 3-27 所示,自由落体在真空中下落,质心在时刻 t_1,t_2,t_3,相应经过的位置分别为 h_1,h_2,h_3,时间间隔为 T_1,T_2,经过距离为 s_1,s_2,任意时刻 t 自由落体的运动方程为

$$h = h_1 + v_0 t + \frac{1}{2}gt^2 \tag{3-101}$$

由(3-101)式可得

$$g = \frac{2\left(\frac{s_2}{T_2} - \frac{s_1}{T_1}\right)}{T_2 - T_1} \tag{3-102}$$

只要精确地测定距离 s_1,s_2 和时刻 t_1,t_2,就可计算出精确的绝对重力值 g。

可以看出,仅由落体(或上抛及降落)方法,仍然是准确进行时间和长度(高度)测量的问题,而时间和长度测量属基本物理量的测量。因此,许多绝对重力测量都是在计量研究单位进行的。如我国的绝对重力仪研制和测量就是由中国计量科学院进行的。今后自由落体式的仪器和发展,主要是更好估计系统精度和增强野外工作的实用性。

现代的绝对重力测量的精度在 10~20 μGal 的量级。目前美国、日本、法国、意大利、原苏联和我国都已制成了可移动的绝对重力仪。这对研究重力场的时间变化是极有利的。

目前世界上大多数重力测量系统都以德国的波茨坦系统重力值为基准点,由它起算,按点间的重力差推算出某一点的绝对重力值。波茨坦基点的绝对重力值为

$$g = 981\,274.20\ \text{mGal} \pm 3\ \text{mGal} = (981.274 \pm 0.003)\text{Gal}$$

1971 年国际大地测量和地球物理联合会(I. U. G. G)会议上通过修正,确定其值为

$$g = (981\,260.19 \pm 0.17)\text{mGal}$$

3.5.2 相对重力测量

相对测量是测量某一点与另一点间的重力差值。现在讨论一下相对重力测量的原理。

假设一个摆先在已知重力值 g_1 的甲地上摆动,观测到周期为 T_1,观测完后,将此摆移到待定重力 g_2 的乙地观测,得周期 T_2,根据数学摆公式,由于摆长长度不变,则乙地的重力值为 $g_2=g_1\frac{T_1^2}{T_2^2}$,通过级数展开,略去高次项后,可以得到 $g_2-g_1=-2g_1\frac{\Delta T}{T_2}\left(1-\frac{3}{2}\frac{\Delta T}{T_2}\right)$,$\Delta T=T_2-T_1$。这就是根据两地所观测的摆的周期求其中一地的重力值来推算另一地的重力值的公式。即在两个测点上,测量某一个基本量时,使另一个基本量保持不变。测点的重力差可由测得的时间差或长度差来计算。

相对重力测量一般用重力仪进行。重力仪种类很多,但它们的构造原理基本上是相同的,就是利用一种力来平衡重力,然后再用适当的方法来量测平衡力的变化以决定重力变化。如气压重力仪则用气压变化平衡重力变化,弹簧重力仪则用弹簧的弹力来平衡重力。它们大都是质量旋转型,均是利用弹力矩平衡重力矩原理来测量重力变化。这些仪器统称静力重力仪。静力重力仪又分为两大类型:直线型和助动型重力仪。

直线型重力仪:平衡物体的变化量大致和重力变化成正比。如上述的气体或弹簧。其特点是结构简单,但灵敏度低,需要高倍的量测系统测量其微小变化。这种重力仪有哈尔克(H. Haalck)气压重力仪,哈特莱(K. Hartley)重力仪等。

助动型重力仪:利用弹簧的特殊安置方法,使灵敏度系统处于不稳定状态的情况。普通的重力摆,重力的作用是力图使它达到平衡状态,所以重力在普通摆上所产生的力矩是稳定力矩,而弹性倒摆,重力的作用与此相反,是一个反稳定力矩,在这种摆上另加一个力矩,即弹簧片的弹性力矩,它力图使摆恢复到平衡状态,所以这个力矩是稳定力矩。因此有两种不同性质的力矩-稳定力矩 D 和反稳定力矩 D' 同时作用于这个摆上。比例 $N=\frac{D}{D-D'}$,N 称为助动系数,它可以使观测的数值扩大几十至几百倍,从而大大地降低观测值精度的要求。这就提高了它对于重力变化的灵敏度,它的优点是灵敏度系统本身就预先将灵敏度提高了几百乃至几千倍,所以不必采用高倍的量测系统,但这种仪器受倾斜和温度的影响很大,必须采用特殊的读数方法和温度计补偿方法来避免其缺点。

现在的重力仪大多是助动型的。有德国阿斯卡尼亚(Askania)GS 型重力仪,底森(St. V. Thyssen)重力仪和美国拉科斯特(L. J. B. LaCoste)重力仪等,均为金属弹簧重力仪。德国伊辛(G. Ising)重力仪,美国沃登(S. Worden)重力仪,丹麦诺伽(G. Norgaard)重力仪及我国的 ZSM 型重力仪等均为石英弹簧重力仪。以下重点介绍国产 ZSM 型石英重力仪和美国拉科斯特重力仪。

一、石英弹簧重力仪

其弹簧系统是熔融石英材料制成的,其观测精度为 0.3 g.u. 左右。主体结构见图 3-28,弹性系统见图 3-29。主弹簧上端焊接在用作温度补偿的石英杆上,下端与另一根与摆保持固定位置的石英支杆连接。在正常重力作用下,主弹簧的弹力矩与摆杆及负荷的重力矩平衡,摆杆处于水平状态,此时指示丝处于零位置;当重力变化时,摆杆会绕着扭丝偏转,偏离零点而达到新的平衡。适当调节测量弹簧的长度,可使温度补偿杆绕测量扭丝产生微小的偏转,从而改变了主弹簧的长度和弹力矩,使摆杆又回到零点位置,测量弹簧长度的变化可由上端计数器显示,此读数方法称为“零点读数法”,两测点零点读数的差值即为相对重力值。

如图 3-30 所示,整个系统的各力矩为:

重力矩:$mg\cos(\beta+\varphi)$

石英摆扭丝扭力矩:$\tau(\theta-\beta)$

主弹簧的弹力矩:$kd(s-s_0)$

摆杆的平衡方程式可写成

$$mgl\cos(\beta+\varphi)-\tau(\theta-\beta)-kd(s-s_0)=0 \tag{3-103}$$

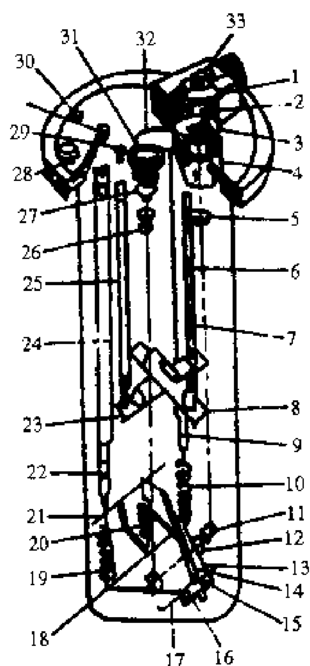


图 3-28　ZSM 型重力仪主体结构图

1—目镜筒；2—目镜座；3—刻度片；4—纵水准器调节孔；5—场镜；6—计数器连杆；7—纵水准器调节连杆；8—纵水准器；9—读数测微螺丝；10—读数弹簧；11—棱镜；12—物镜；13—指示丝；14—温度补偿丝；15—温度补偿杆；16—温度补偿扭丝；17—测量扭丝；18—摆杆；19—测量弹簧；20—主弹簧；21—摆扭丝；22—测程测微螺丝；23—横水准器；24—测程调节连杆；25—横水准器调节连杆；26—聚光镜；27—灯泡；28—电源开关；29—横水准器调节孔；30—外接电源插孔；31—灯座；32—水准器望窗；33—计数器

（据胡德昭，1995）

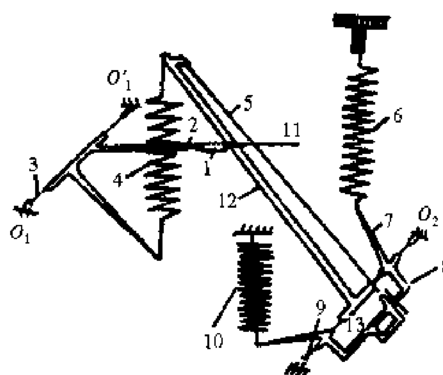


图 3-29　弹性系统结构图

1—负荷；2—摆杆；3—摆扭丝；4—主弹簧；5—温度补偿丝；6—读数弹簧；7—读数弹簧连杆；8—温度补偿框架；9—读数框架丝扭；10—测程调节弹簧；11—指示丝；12—温度补偿杆；13—温度补偿扭丝

（据胡德昭，1995）

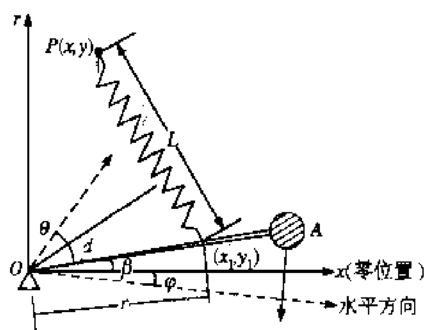


图 3-30　石英弹簧重力仪工作原理图

式中：m——摆的质量；

l——摆杆长度；

φ——摆杆零位置和水平方向之间的夹角；

β——摆杆和零位置之间的夹角；

θ——摆杆无重量时扭丝的预扭角；

$(\theta-\beta)$——摆杆受重力作用后扭丝所产生的扭角变化；

k——主弹簧的弹性系数；

d——摆杆在扭丝上的连接点 O 到主弹簧的垂距；

s——弹簧伸长后的总长度；

s_0——弹簧原始长度；

τ——摆扭丝的扭力系数。

二、金属弹簧重力仪

此类仪器也有很多种，如德国 Askania 的 GS 型重力仪，美国的北美(North America)重力仪，地球动力(Geodynamica)型重力仪等，其弹簧系统是由金属材料制成。由美国 LaCoste-Romberg 公司的创始人 L. J. B. LaCoste 于 1934 年根据长周期的立式地震仪的原理设计、生产的拉科斯特-隆贝克(LaCoste-Romberg)重力仪，简称拉科斯特(LCR)重力仪，为当今世界公认性能最好，精度高的重力仪。

其工作原理如图 3-31(a)，AB 是主弹簧，它的基长为 H，m 为重锤，OB 为横杆，横杆 OB 原与水平方向 Ox 相合。此时，弹簧长度等于 H。受到重力变化的影响后，OB 与 Ox 倾斜 γ 角，此时，弹簧长为 $H+x$，又令 $a=OA$，$\alpha=\angle zOA$，$\beta=\angle AOB$ 及 $\theta=\angle OBA$。设弹簧受的拉力为 F，弹簧的弹性系数为 k，则

$$F = kx$$

此力与重力的作用相平衡，则有：

$$kx\sin\theta = mg\cos\gamma \tag{3-104}$$

在三角形 OAB 中，有以下的关系：

$$(H + x)^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\beta = a^2 + b^2 + 2ab\sin\gamma \tag{3-105}$$

式中，$b=OB$。又有

$$\sin\theta = \frac{a\sin\beta}{H + x} = \frac{a\cos\gamma}{H + x} \tag{3-106}$$

当 OA 与垂直轴 Oz 重合时，$\alpha=0°$，于是 $\beta=90°+\gamma$。对(3-105)式的两侧进行微分，可得

$$\frac{d\gamma}{dx} = \frac{H + x}{ab\cos\gamma}$$

又将(3-106)代入(3-104)式微分，得

$$\frac{dx}{dg} = \frac{x(H + x)}{gH}$$

由此可得

$$\frac{d\gamma}{dg} = \frac{d\gamma}{dx} \cdot \frac{dx}{dg} = \frac{1}{g}\,\frac{x(H + x)^2}{Hab\cos\gamma} \tag{3-107}$$

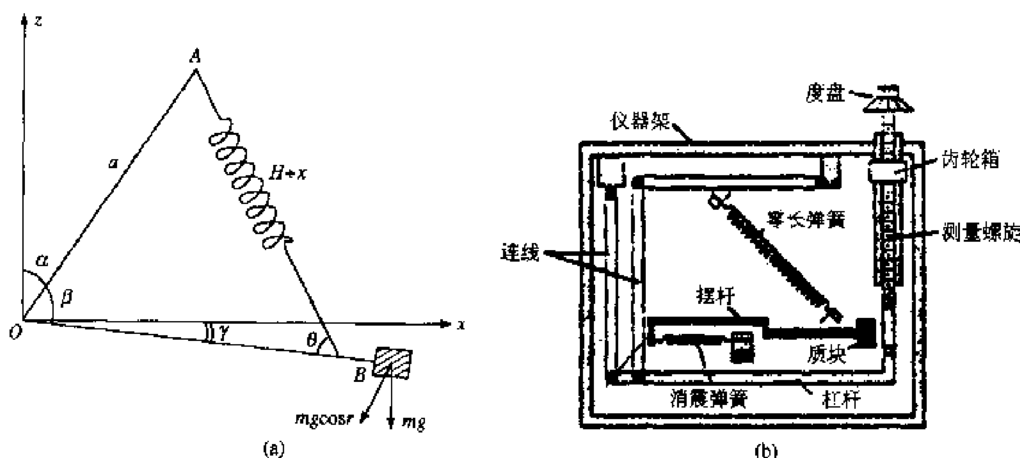


图 3-31　金属弹簧重力仪工作原理图及 LCR 重力仪原理图(助动杠杆弹簧秤)
(据罗孝宽，1991)

对于零长弹簧来说，$H=0$，故仪器的灵敏度为∞。从(3-107)式可看出，仪器的灵敏度为仪器倾斜角γ的函数。当$\gamma \to 0$时，灵敏度最大。所以在读数时，仪器必须严格的置平。

图 3-31(b)为读仪器结构示意图。它的主体结构是一根倾斜(约 45°)悬挂的零长弹簧(主弹簧)及水平反应重力变化的摆杆构成的弹簧秤。这种"零长弹簧"每圈之间都有一种相互挤压而使整个弹簧长趋于零的预应力。施于一定的拉力之后，能使圈与圈之间分开，而不会发生弹簧丝扭转的效应。这是"零长弹簧"一种极为重要的力学性质。这种螺旋弹簧的优点是可以适当布置它在仪器中的位置来按需要提高重力仪的灵敏度。

图中，零长弹簧下端拉住负有重锤的横杆，上端则固定在一个连杆框架的横杠杆之上，而不是直接固定在仪器座上。连杆框架的端点则固定在仪器座上。当仪器已经校准之后，此两点的空间位置不变。框架有四个关节，其中的一点的连接采用薄弹簧片。因为，当此点上下移动时，可能出现微小的横向移动。其他的连接则是一般的关节连接，负载重锤的横杆也不是直接地，而是用一个很细的弹簧与仪器座相连。采用这种结构的目的，一方面为了减少仪器本身受到地面微震对于横杆的影响(故名消震弹簧)，另一方面也是为减小横杆端点在支点上的摩擦。当重力变化时，旋转量测螺旋，移动连杆框架，使主弹簧的上端移动，以便横杆恢复到原位，然后在测微器上读出重力值的变化。这即是一般所谓的"零位读数法"。

LCR 重力仪分为 G 型(大地型)，其特点是测程大，适用于全球测量而不需调量程，其精度一般为±10 μGal；D 型(勘探型)，适用于区域重力测量，测程为 200 mGal，精度为±5 μGal。ET 型(固体潮型)，用于台站固体潮观测，精度为±1 μGal。为了保证"零位读数"，现在的 LCR 重力仪在电子线路上又增加"电子反馈系统"，以提高精度。随着相对重力仪自身不断完善和陀螺技术的广泛应用，近 20 年来，LCR 公司还发展了在运动体上进行重力测量的海洋重力仪和航空重力仪以及水下、井下重力仪。除美国拉科斯特海洋和航空重力仪外，还有法国的 GSS-3，日本的 NIPROR1 和中国的 ZTZY 海洋重力仪等。

三、超导重力仪

随着科学技术的发展，人们将一些新的物理概念和观测引用到重力观测中来。20 世纪 60 年代以后，美国人把超导技术引进了这个领域。他们利用某些物质在低温(～3 K)条件下，具备完全导电性和完全抗磁性的特性，用磁悬浮系统取代了重力仪的弹性系统。

超导重力仪的工作原理是，用超导材料制成一个线圈，将它置于临界温度以下的环境中，这时线圈进入超导状态，给它输入一个电流，这个电流将长期流下去，并形成一个永久的磁场。如果在线圈上面同时放置一个重量很小，又有一定厚度的超导材料制成的空心小球，这个小球也同时进入超导状态，由超导体的迈斯纳效应可知，在小球的表面产生了电流，这电流在其内部的磁场完全抵消了超导线圈在小球内的磁场，即超导小球有了抗磁性，这时小球将被"浮"起来，因为超导线圈的电流不变，故磁场恒定，因此小球在这个磁场中将随着重力的变化而上下浮动，若把这种上下位移转换成电信号输入记录器就可以记录到重力变化。利用这种超导悬浮装置制成的重力仪称为超导重力仪。

使超导体进入超导状态，必须建立一个低温环境。目前一般都是用液态氦(77 K)做制冷剂，即把整个装置放在密封的容器内并置于液氦中。

超导重力仪取代了一般重力仪的弹性系统，因此克服了弹簧系统因长期工作而产生的疲劳——"零点漂移"问题。超导重力仪漂移率仅 5 μGal/a，被誉称为无零漂重力仪。为进行重力固体潮观测，特别是非潮汐重力变化带来了很大的好处。但同时由于用液氦作为制冷剂，故日

常的维护费很高。目前，世界上已有几台超导重力仪用于固定台站的重力固体潮观测，其目的是检测长周期潮汐波，非潮汐变化的极移，构造过程中的重力效应，液核动力学效应等。

3.5.3 微重力测量

20 世纪 70～80 年代初期的重力学研究，是以重力学理论和方法来研究深部构造方面的问题，随着世界上最先进 LCR D 型微伽级精度重力仪的问世，加之计算机的高度发展，于是步入高精度重力勘探。

微重力测量的对象是小尺度、小范围的物质体产生很微小的重力异常(微伽级)。应用微重力测量可以探测到近地表的溶洞、地下河、孔穴、废矿坑基道以及规模较小的断裂等。因此，微重力测量在资源、能源工程的勘探、地震的监测及至地下古文物等的探测方面有着广泛的应用前景。

当今世界各国的观测成果一般皆以 LCR 重力仪的测量结果为准，其精度高，零漂移小，性能稳定，使用方便。

3.5.4 重力测量的野外工作方法和重力异常图示

重力测量中，为了将重力仪测得的相对重力值换算成绝对重力值，为了与全国各地重力值相互对比，为了避免累积误差以提高测量精度，为了经常检查仪器的工作状态和进行日变校正，在重力测量中首先需要建立一套完整的基点网。在建立了测区的基点网之后，便可以开始对普通点进行测量。按测量的方式，可分为面积测量和路线测量。只沿一条或几条路线测量进行观测的测量形式称为路线测量。在路线测量中，路线的距离常常是很远的，它们之间甚至很少有联系。路线测量的测点分布要尽可能垂直于地层的走向。如果在测区内测点大致均匀分布，而且根据测量结果能够绘出整个测区的等重力异常线图的测量形式称为面积测量。通过面积测量能得到测区内最完整的重力场特征，所以它是一种基本的测量形式。在进行面积测量时，基点网是用来控制和保证在普通点上观测精度的，因此在基点上的观测精度要比普通点高 2～3 倍。重力测量的比例尺，可根据工作任务的要求，采用 1：100 万，1：50 万，1：20 万，1：10 万，1：5 万，1：1 万等不同比例尺，进行实际的野外测量。

通过面积测量获得的各个测点上的原始观测数据，再经过零点校正、日变校正、布格校正、纬度校正、地形校正等一系列的整理计算后，便得到了各个测点的布格异常值，然后采用图件的形式表示出重力异常的分布情况。绘制重力异常平面图的方法和绘制地形等高图的方法是一样的，即按一定的比例尺在纸上点出各测点的位置，在每一测点旁边注明该测点的号码和重力异常值，然后按事先选定的等异常线距，用内插法连出平滑的等异常曲线。

3.6 重力资料的地质解释及应用实例

重力异常的分布与构成地壳物质的密度分布有着密切的关系，也就是与地质构造和矿产分布密切相关。通过对重力异常分析，首先与已知的地质和其他物、化探资料的综合对比来确定引起异常的地质原因，然后在上述定性解释的基础上作定量解释，计算被研究地质体的产状要素，如埋藏深度、大小、倾角、密度等，最终作出合理的地质解释。

3.6.1 重力资料在研究地壳深部构造及地壳均衡中的应用

利用重力资料研究地壳深部构造，不仅对地壳上部高山、大陆和海洋的形成及其演化过程有重要意义，而且在对地壳运动和地壳结构的研究、确定地壳深部各物质层之间的密度界面的起伏变化，提供有关地壳均衡状态的信息与天然地震的活动性，岩浆侵入活动以及矿产的成矿预测方面都具有重要作用。

用于研究地壳深部构造及地壳均衡作用的重力资料主要是大区域范围的布格重力异常图和重力均衡异常图。

一、均衡异常分布特征与地壳运动的关系

根据均衡异常的大小分布，可以判断地壳的均衡状态。一般来说，均衡异常较为平静(即异常值接近于零)的地区，表明地壳基本上处于均衡状态。若均衡异常出现较大的正值，说明地壳均衡补偿过剩，反之则说明补偿不足。因此，均衡异常不论出现正值或负值，都说明地壳是处于不均衡状态。

根据地壳均衡原理，如果喜马拉雅山区达到均衡状态，那么在喜马拉雅山下面应该相应地出现巨大的负重力异常。但实际测量结果得到的是重力异常梯级带，并不是负重力异常。从大地高程测量结果也表明，喜马拉雅山还在继续上升，即该区内地壳均衡运动仍然处于继续调整的过程中。这可用板块学说来解释，认为喜马拉雅山的隆起是来自南面的印度大陆板块对亚洲板块碰撞挤压的结果，而重力异常梯级带明显地反映出这两个板块之间的挤压接触边界线。在大陆上许多地区，特别是高山和高原地区及新沉积物填平的低凹地带，由重力测量结果经常发现均衡补偿不足的现象，这主要是推动地壳运动的内动力造成的。地壳各个部分都在不断地通过补偿以其达到均衡，而地壳构造运动，冰川的融化和山脉被破坏却倾向于打破均衡。地壳各个部分争取达到均衡的倾向，可以引起局部地区发生升降运动。如在印度东北的阿萨姆高原及缅甸西部地区，均衡异常图上展示出两个走向相互垂直的重力异常带(图 3-32)，东西走向的正均衡异常带平行于喜马拉雅山和阿萨姆高原的构造走向，其异常值由 0 增加到 +100 mGal，主要反映为基底的隆起。而南北走向的均衡负异常，则是沿缅甸西部的布拉马普特拉谷的构造走向分布，其异常值由 0 降低至 −125 mGal。异常幅度变化与形态轮廓，明显地反映出基底下陷的构造特征，说明盆地演变是受老构造单元控制的。从均衡异常的急剧变化说明该地区的地壳均衡尚处于补偿不足的状态；从该区所发生的频繁地震活动也说明地壳均衡作用正处于剧烈调整过程中。

将 1956～1971 年间全球所发生的地震震中分布和地震震源深度与均衡重力异常进行对比，发现震中主要分布在两个地区：一个地区是反映为均衡正异常的阿萨姆高原和喜马拉雅地区，并接近喜马拉雅山前沿。地震震中分布呈东西向排列，大多数浅源地震都是分布在基底隆起的正均衡异常区，如图 3-33 中 DD' 剖面图所示。另一个地区是反映为均衡负异常的缅甸西部地区，地震活动性相对较为强烈，而且中等深度震源多分布在基底下陷较深的负均衡异常区内，如图 3-34 中 CC' 剖面所示。随着均衡异常下降而显示出较高的地震活动率，但在均衡异常接近零或正的地区，地震活动性显著下降，震源深度则随着负异常值的增大而相应加深，表明它与基底逐渐下陷有关。

上述例子表明，均衡异常的大小不仅能反映出地壳的均衡状态，而且还与大地构造特征、地震的活动性及其震源深度有着密切的关系。

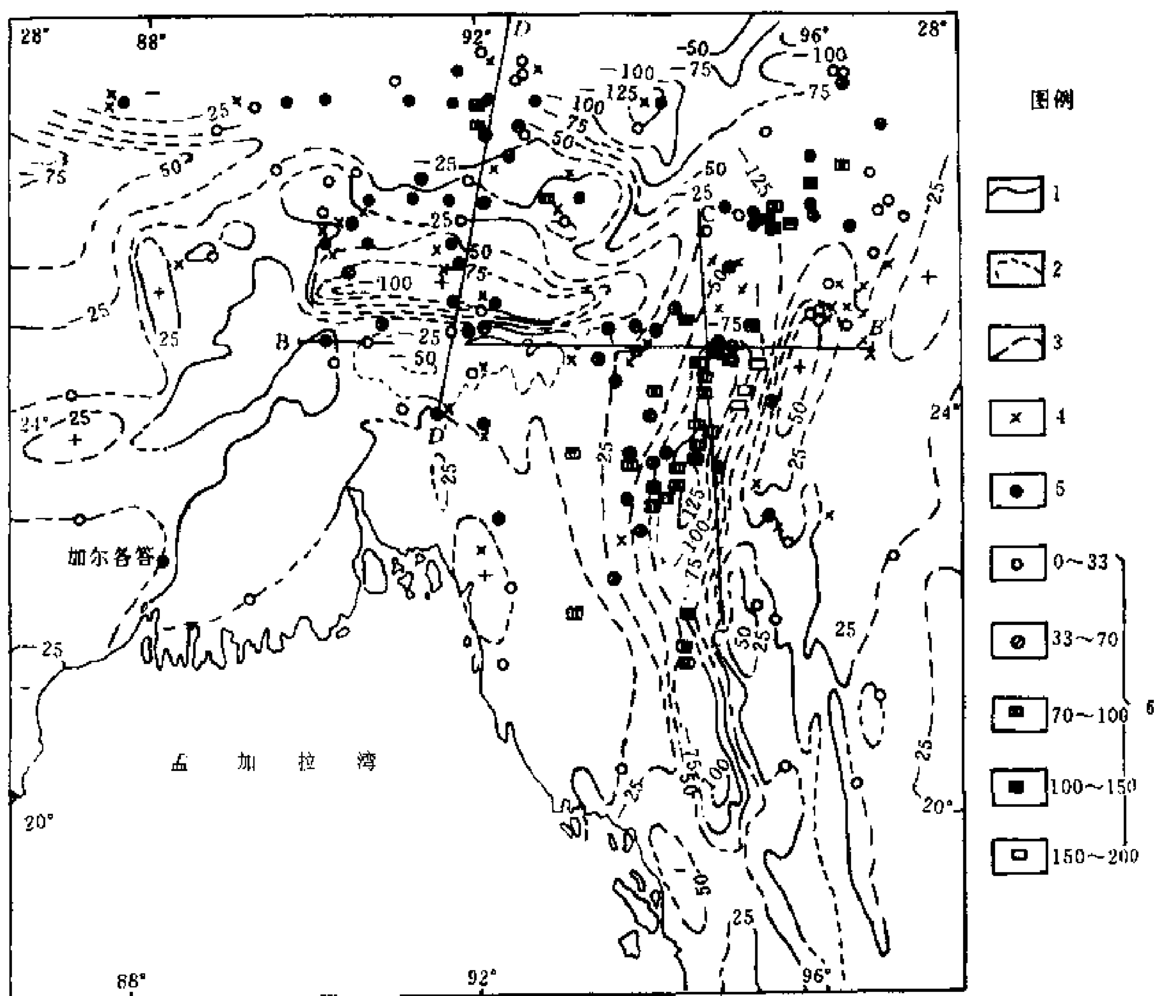


图 3-32
1—严密控制线；2—中等控制线；3—控制差的线；4—浅源地震；5—A_{12}级能量地震；6—震源深度(km)
(据黄仲良，1999)

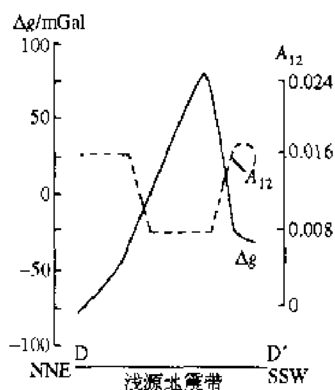


图 3-33 阿萨姆地区均衡异常与地震活动性(A_{12})

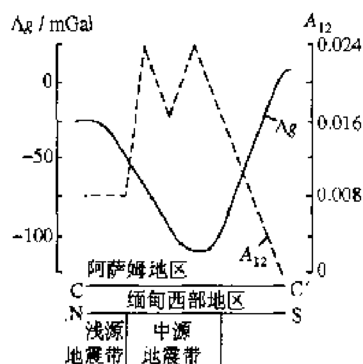


图 3-34 缅甸西部地区均衡重力异常与地震活动性
(据黄仲良，1999)

二、布格重力异常与深部构造和地震分布规律的关系

1. 我国布格重力异常的特征及其与深部构造关系

图3-35和图3-36是我国布格重力异常图和由它推断的莫霍界面深度图。由图3-35看出

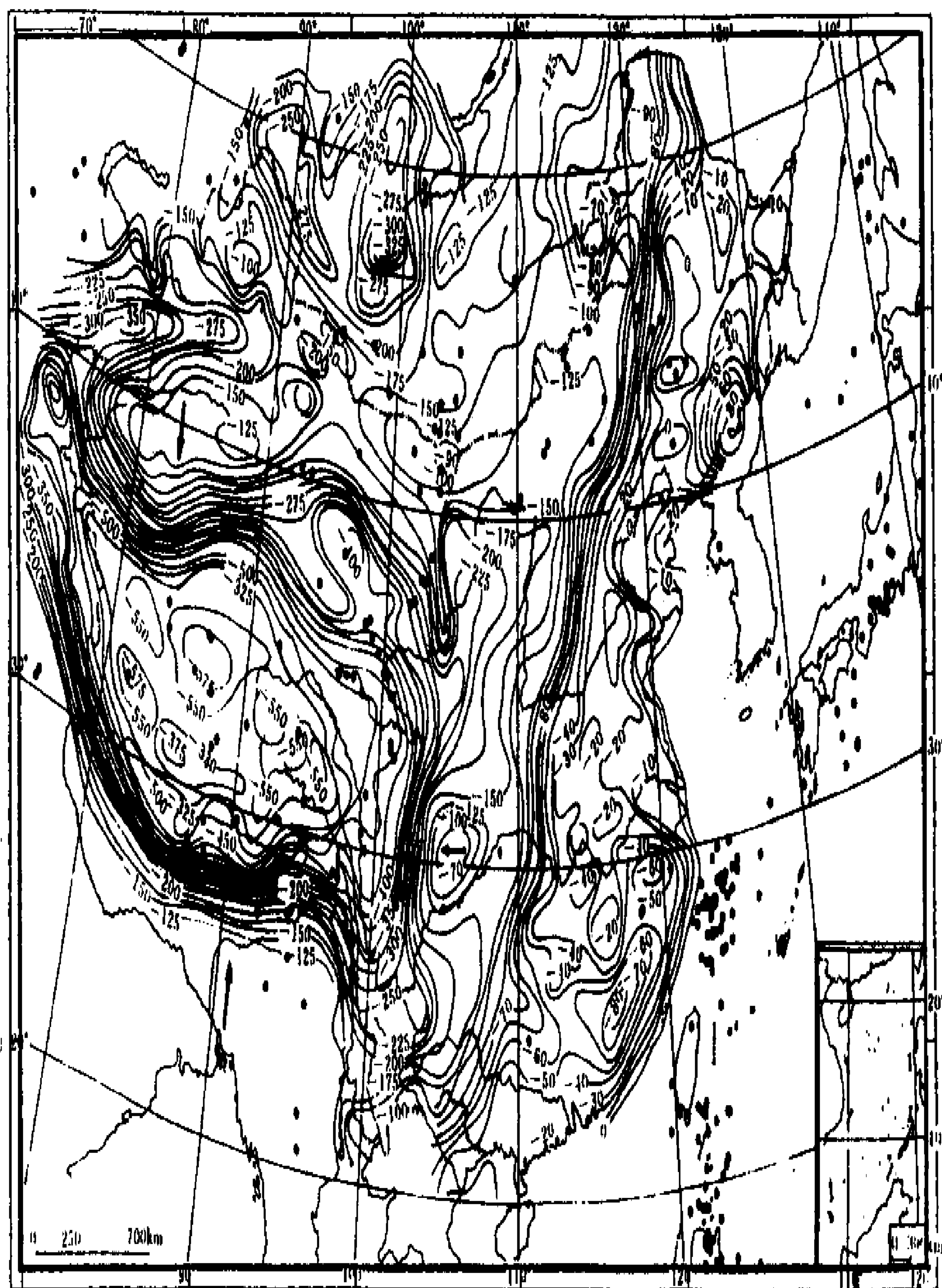


图 3.35 全国布格重力异常示意图(1∶25 000 000)

· 震级(M_s)≥7.0

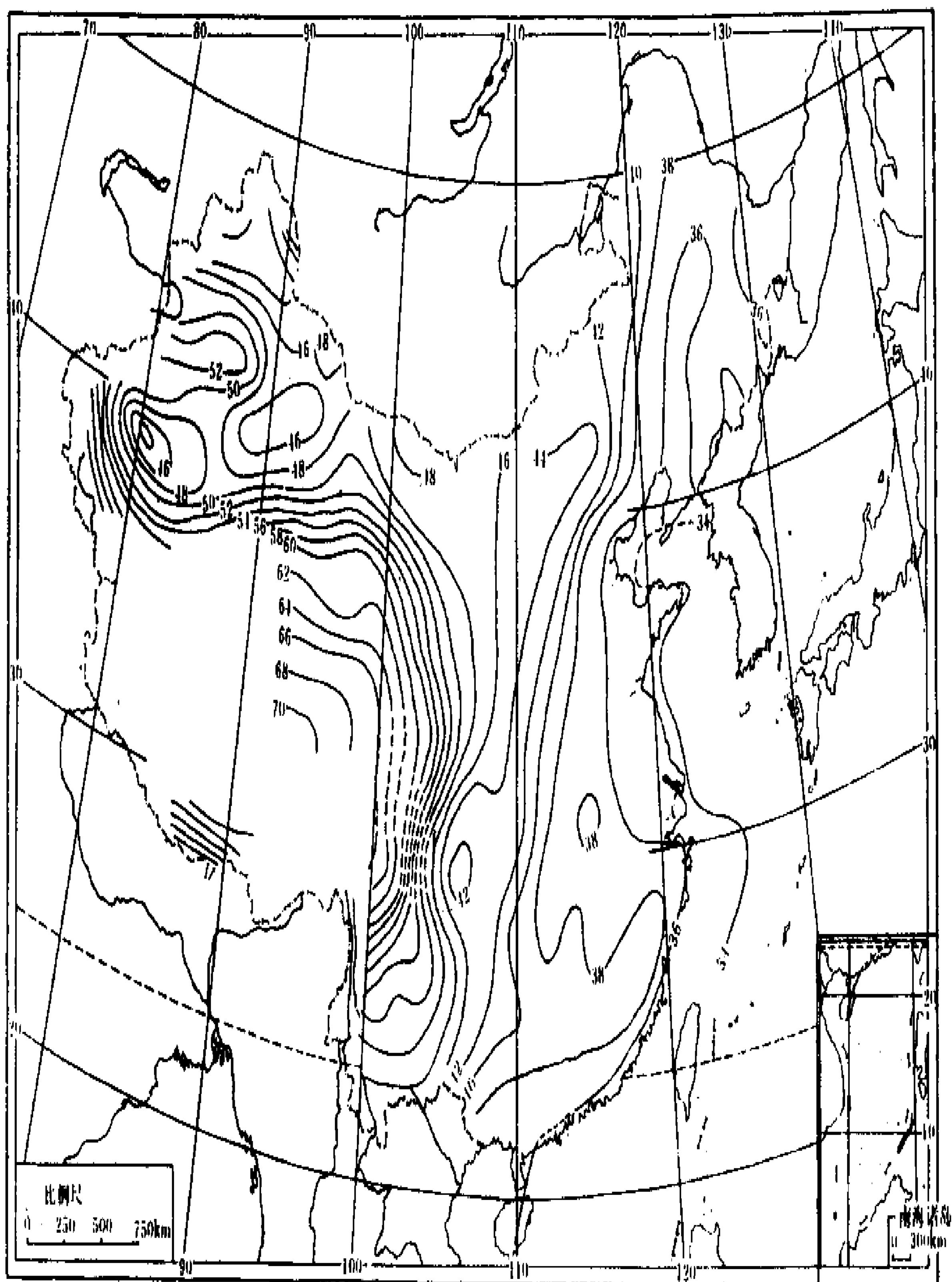


图 3.36　全国莫霍界面深度示意图

（据黄仲良，1999）

以下几个特征：

（1）布格重力异常的变化趋势是由东部沿海向西到青藏高原，异常值逐渐降低。在辽东半岛渤海地区，布格重力异常值为－20 mGal 左右，到西藏南部雅鲁藏布江一带则降至－575 mGal 以下。这反映出我国东部沿海地区上地幔隆起，而到青藏高原高山地区上地幔明显加深的总体特征，变化趋势反映出我国东部沿海一带莫霍界面深度为 34 km 左右，往西逐渐加深，直到青藏高原及藏南的雅鲁藏布江一带地壳厚度达 70 km 以上（图 3-36）。

（2）从布格重力异常等值线的走向来看，在总的重力异常变化趋势的背景上，有几条规模巨大的重力异常梯级带纵横于全国，大体上分为两组：在我国东部地区以北北东向及北东向为主，纵贯全国南北的一条北北东向梯级带最大。它北起黑龙江大兴安岭，经由太行山、雪峰山直至云南的滇东南地区，其南北两端有向外延伸之势。福建沿海及川西地区的梯级带也很明显，它们都与该区的山脉有关。在我国西部地区则以北西西向或近东西向的梯级带为主，它与东部梯级带异常走向相互垂直甚至交会。这种异常走向截然不同的特征反映出我国东西部不同的深部地壳构造走向的变化规律。从异常强度看，西部梯级带的梯度变化较东部大得多，而且与地形高度有密切关系。如西藏南缘的梯级带与喜马拉雅山相吻合，北边梯级带的西段与昆仑山相重合，东段则分成南北两支：北支与祁连山相关，南支与巴颜喀拉山一致，这种重力异常梯级带与山脉之间的相关关系表明，在地壳运动过程中，为使地壳达到均衡，由于山脉所导致的那部分质量剩余，正由上地幔物质的迅速转移给予补偿，也就是地壳正处于均衡调整过程中。伴随褶皱山脉的出现，地壳厚度也产生相应的变化。

（3）在上述几条巨大的重力梯度带之间分布着变化比较平稳的区域重力异常。这些异常的特征表明，这些区域的地壳构造活动性较小，长期处于稳定状态，它们多属基底较坚固的地区，如我国东部的东北地区、华北地区、华南地区、西北部的塔里木地块、柴达木地块。

（4）在大区域背景上出现一系列不同规模的局部重力异常，与地形上的盆地相对应，如新疆的准噶尔盆地、四川盆地、鄱阳湖盆地以及黑龙江的三江平原，反映为上地幔的相对局部凸起。而局部重力负异常则与一些较小的山脉相对应，如东北的小兴安岭、长白山，往南是华东的泰山、黄山、武夷山，西部是天山山脉等。它们反映出上地幔的局部下陷（地壳局部加厚）。

2. 我国布格重力异常特征与天然地震区域的分布规律

将我国布格重力异常图与全国地震震中分布图进行对比分析，可以看出以下规律：

（1）纵贯全国区域性的重力梯级带，反映出地壳深部构造的深大断裂带，上地幔物质的埋藏深度在梯级带内及其两侧发生了急剧的变化。从板块构造角度来看，它是板块之间挤压碰撞的“缝合线”，故地震震中分布与区域性重力梯级带有着密切的关系。最近 20 年内在营口、唐山、邢台和云南、新疆发生的大地震都在纵贯全国南北的最大的重力梯级带内。

（2）区域性重力梯级带相互交会的地区是深部地壳构造最复杂、受破坏最厉害，而且也是地壳活动最强烈的地区，如云南省地处北东向、北西向和南北向三组深部构造交会处，因此，震中分布几乎遍布于全省。

（3）在次一级的重力正、负异常之间的梯级带上，上地幔深度变化也比较剧烈，因此也是地震活动带，如新疆天山山脉的南北两翼，东北长白山脉的南北两端。北端是比较活跃的深震区，而南端则是海城、营口地震区。

总之，根据重力异常梯级带的分布特征和变化规律，可以研究地震区的趋势及可能分布地带。

3.6.2 重力资料在地震预报中的应用

对 1975 年海城地震和 1976 年唐山地震发生前后的重力变化，以及 1981～1995 年间京津唐地区的十几个 4～5 级地震的重力变化资料进行分析，当近地表水和地壳内地下流体对地震的孕育和发生产生响应时，剩余重力变化可能主要来自其对近地表水和地壳内各个深度地下流体的响应。深部物质迁移很可能就是地下流体的迁移，而深部物质的迁移，有可能引起大幅度重力变化。

3.7 固 体 潮

3.7.1 固体潮现象

在太阳和月球起潮力的作用下，海水面每天有一次或两次周期性涨落的现象称为海潮。涨落的幅度一般可达几十厘米，有的地方甚至可达几米，海水面的升降速度可达 10^{-5}～10^{-4} m/s。1882 年英国人达尔文(Darwin)分析了当时英国海潮的观测资料，发现半月潮的潮高与其相对应的从理论上计算出的刚体地球模型的平衡潮潮高的比值等于 0.68，这表明，地球在太阳和月球的作用下，它的表面也发生升降，其升降幅度约为海潮平衡潮潮高的三分之一。这个发现证实了地球整体在太阳和月球的起潮力作用下发生形变，这种形变称为固体潮。固体潮在地球表面产生可以用仪器观测到的一些地球物理现象，这些现象有：

(1) 地球的重力变化　重力固体潮

(2) 地球的垂线相对地壳的变化——地倾斜固体潮

(3) 地面上两点距离的相对变化——应变固体潮

(4) 承压水井水位的涨落——井水水位固体潮

(5) 垂线相对地球旋转轴的变化——经纬度固体潮

(6) 相对固体地球表面的海水水位的涨落——海潮

(7) 地球自转速度的变化

自 1957 年地球物理年以来，随着观测技术和计算机技术的发展，固体潮观测技术和研究工作获得了迅速的发展，在观测技术方面有观测精度为 1 μGal 的 LCR-ET 型重力仪和超导重力仪，观测精度为 1 ms 的倾斜仪，观测精度为 10^{-9}的线应变仪等。

地球的固体潮使地球表面上任一点至地心距离都随时间变化，其变化幅度为几厘米至几十厘米，所以任何在地球表面上进行精密重力测量、大地测量的仪器，以及近年来，激光测月、激光卫星测距、全球定位系统(GPS)等的精密测量中都必须考虑固体潮的影响。这样，固体潮的研究已发展成与海洋学、大地测量学和地质学密切相关的地球物理学的一个分支。

3.7.2 起潮力

如图 3-37 所示，O，O'分别为地球和月球的质心；C 为月地系统的质心。月球和地球相互吸引，根据万有引力定律，有

$$F_m(O) = k\frac{EM}{r_m^2}e_0, \quad F_e(O') = -k\frac{EM}{r_m^2}e_0 \tag{3-108}$$

式中，$\boldsymbol{F}_m(O)$，$\boldsymbol{F}_e(O')$大小相等，方向相反。它们是作用在月地系统上的内力，其合力等于0，系统公共质心C的空间位置保持不动或作匀速直线运动。$E=5.9993\times10^{24}$ kg，是地球的质量，$M=7.3537\times10^{22}$ kg，是月球的质量，$r_m=OO'$为地心月心之间的距离，$\boldsymbol{e}_0$为OO''方向的单位矢量。

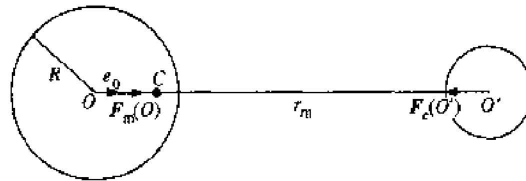


图 3-37 月地系统

根据质心的定义，有

$$OC(M+E)=r_mM$$

$$OC=\frac{M}{M+E}r_m \tag{3-109}$$

将$\frac{E}{M}\approx81.5$，$r_m\approx60.3R$代入上式，有

$$OC\approx0.73R \tag{3-110}$$

从上式看出，月地系统的质心C位于地球的内部，它至地心的距离为$0.73R$。月球的质心O'沿以月地系统的质心为焦点的椭圆旋转。为了保持月地系统的动态平衡，地心绕C旋转，使得地心O、月地系统的质心C、月心O'始终保持在一条直线上，C在空间的位置不动。当地球的质心O绕C沿着$0.73R$的半径旋转时，地球内部任一点所描绘的轨迹与地心O所描绘的轨迹相似，即为圆心不同，半径相等(等于$0.73R$)的圆周(图3-38)，此时，地球所作的运动是平动，其内部各点的向心加速度都等于地心O的向心加速度。由于地球所作的这种由地心O所描述的平动加速运动，地球不是惯性参考系，当研究地球上发生的力学现象时，必须考虑这种平动加速运动产生的惯性离心力。

如图3-38所示，月球在地球内部任一点$P(\boldsymbol{r})$产生的引力为

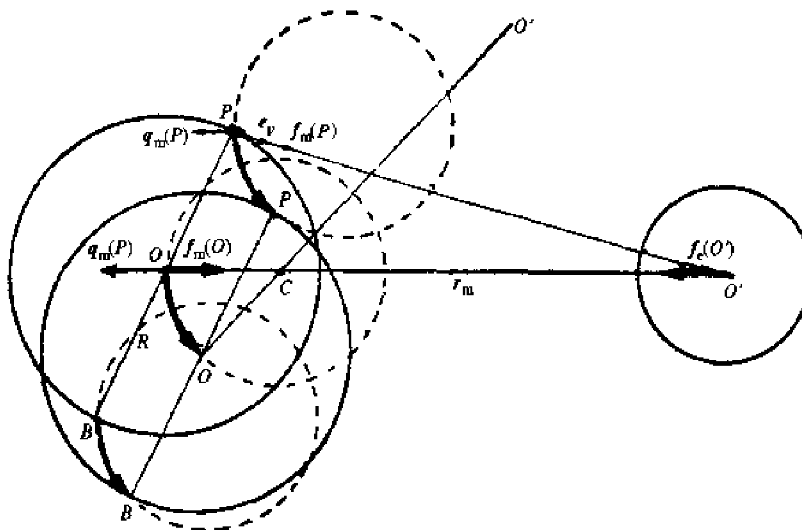


图 3-38 地球在月球的引力作用下所作的运动

$$\boldsymbol{f}_m(P) = k\frac{M}{r_{PO'}^2}\boldsymbol{e}_p \tag{3-111}$$

式中，$\boldsymbol{r}$ 为 $P(\boldsymbol{r})$点相对地心 O 的径矢；$r_{PO'}$为 PO'之间的距离；$\boldsymbol{e}_p$ 为 PO'方向的单位矢量。由地心 O 描述的地球整体平动加速运动在 P 点产生的惯性离心力为

$$\boldsymbol{q}_m(\boldsymbol{P}) = -\boldsymbol{f}_m(O) = -k\frac{M}{r_m^2}\boldsymbol{e}_0 \tag{3-112}$$

地球内部的惯性离心力 $\boldsymbol{q}_m(\boldsymbol{P})$是一个大小相等，方向相同的平行力场，它的大小等于月球在地心产生的引力。而方向与其相反。月球在地球内部任一点产生的引力 $\boldsymbol{f}_m(\boldsymbol{P})$和由于地心绕月地系统质心 C 旋转来描述的地球平动在地球内部产生的惯性离心力 $\boldsymbol{q}_m(\boldsymbol{P})$的矢量和，称为月球在地球内部任一点 P 产生的起潮力 $\boldsymbol{t}_m(\boldsymbol{P})$，即

$$\boldsymbol{t}_m(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{f}_m(\boldsymbol{P}) + \boldsymbol{q}_m(\boldsymbol{P}) = k\frac{M}{r_{PO'}^2}\boldsymbol{e}_p - k\frac{M}{r_m^2}\boldsymbol{e}_0 \tag{3-113}$$

由上式可知，月球在地心 O 产生的起潮力等于 0，其余各点$|\boldsymbol{t}_m|\neq 0$。月球在地球内部产生的起潮力将是 P 点在地球内部的位置和时间的函数，地球在地心和月心的连线方向的起潮力自地心向外，而在与其垂直的平面内的起潮力指向地心。

考虑到太阳的作用，太阳在地球内部任一点产生的起潮力 $\boldsymbol{t}_s(\boldsymbol{P})$，等于太阳在 P 点的引力 $\boldsymbol{f}_s(\boldsymbol{P})$和由于地心 O 绕日地系统的质心旋转来描述的地球平动加速运动在地球内部形成的惯性离心力 $\boldsymbol{q}_s(\boldsymbol{P})$的矢量和，即

$$\boldsymbol{t}_s(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{f}_s(\boldsymbol{P}) + \boldsymbol{q}_s(\boldsymbol{P}) \tag{3-114}$$

月球是离地球最近的一个天体，它在地球内部产生的起潮力约为太阳在地球内部产生的起潮力的两倍。其他天体在地球内部产生的起潮力要比月球和太阳在地球内部产生的起潮力小几个数量级，由于受目前的固体潮仪器的观测精度限制，我们所说的起潮力指的是月球和太阳起潮力的矢量和：

$$\boldsymbol{t}(\boldsymbol{P}) = \boldsymbol{t}_m(\boldsymbol{P}) + \boldsymbol{t}_s(\boldsymbol{P}) \tag{3-115}$$

地球在月球和太阳的起潮力作用下发生形变，地球在地心和月心以及地心和日心的这两个连线上拉伸，在与它们垂直的两个平面内压缩(图 3-39)，地球对起潮力的这种响应称为地球的固体潮。固体潮在地球内部形成潮汐应变、潮汐应力，并使地球的自转角速度发生变化等等，这些都可以用仪器观测到。

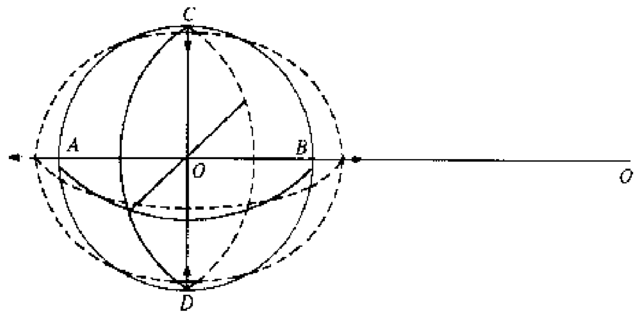


图 3-39　地球在月球的起潮力作用下发生的形变

3.7.3 起潮力位

由于地球的自转，月球绕地球的旋转和地球绕太阳的旋转，因而在地球内部任一点的起潮力是一个随时间变化的矢量场。物体的引力是保守力，因而月球在 P 点的引力 $\boldsymbol{f}_{\mathrm{m}}(\boldsymbol{P})$ 可用它在 P 点产生的引力位 $U_{\mathrm{m}}(\boldsymbol{P})$ 的梯度表示，即

$$\boldsymbol{f}_{\mathrm{m}}(\boldsymbol{P}) = \nabla U_{\mathrm{m}}(\boldsymbol{P}) \tag{3-116}$$

地球内部的惯性离心力 $\boldsymbol{q}_{\mathrm{m}}(\boldsymbol{P})$ 也是一个保守力，也可用地球在月球引力场内的平动加速运动在 P 点产生的惯性离心力位 $Q_{\mathrm{m}}(\boldsymbol{P})$ 的梯度表示，即

$$\boldsymbol{q}_{\mathrm{m}}(\boldsymbol{P}) = \nabla Q_{\mathrm{m}}(\boldsymbol{P}) \tag{3-117}$$

用 $W_{\mathrm{m}}(\boldsymbol{P})$ 表示引力位 $U_{\mathrm{m}}(\boldsymbol{P})$ 和惯性离心力位 $Q_{\mathrm{m}}(\boldsymbol{P})$ 的和，即

$$W_{\mathrm{m}}(\boldsymbol{P}) = U_{\mathrm{m}}(\boldsymbol{P}) + Q_{\mathrm{m}}(\boldsymbol{P}) \tag{3-118}$$

则有

$$\boldsymbol{t}_{\mathrm{m}}(\boldsymbol{P}) = \nabla W_{\mathrm{m}}(\boldsymbol{P}) \tag{3-119}$$

$W_{\mathrm{m}}(\boldsymbol{P})$ 称为月球在地球内部任一点 P 产生的起潮力位。

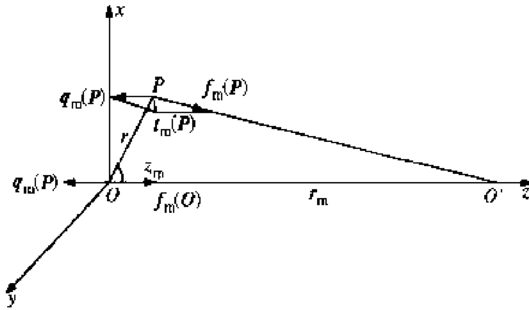


图 3-40 月球在地球内部任一点 P 产生的起潮力 $t_{\mathrm{m}}(\boldsymbol{P})$ 和起潮力位 $W_{\mathrm{m}}(\boldsymbol{P})$

引入瞬时直角坐标系 $Oxyz$，如图 3-40 所示，r 是 P 点至地心的距离，r_{m} 是地心至月心的距离，z_{m} 是月球对 P 点的地心天顶距，将月球在 P 点引力位 $U_{\mathrm{m}}(\boldsymbol{P})$ 展成 $\frac{r}{r_{\mathrm{m}}}$ 的级数，有

$$U_{\mathrm{m}}(\boldsymbol{P}) = k\frac{M}{r_{\mathrm{m}}}\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{r}{r_{\mathrm{m}}}\right)^{n}\mathrm{P}_{n}(\cos z_{\mathrm{m}}) \tag{3-120}$$

式中，$\mathrm{P}_{n}(\cos z_{\mathrm{m}})$ 为 $\cos z_{\mathrm{m}}$ 的 n 阶勒让德多项式。

令 Oz 轴沿地心和月心的连线 OO'，则 P 点的惯性离心力

$$\boldsymbol{q}_{\mathrm{m}}(\boldsymbol{P}) = -k\frac{M}{r_{\mathrm{m}}^{2}}\boldsymbol{j} \tag{3-121}$$

式中，$\boldsymbol{j}$ 是 OO' 方向的单位矢量。P 点的惯性离心力位为：

$$Q_{\mathrm{m}}(\boldsymbol{P}) = -k\frac{M}{r_{\mathrm{m}}^{2}}z,\quad z = r\cos z_{\mathrm{m}} \tag{3-122}$$

运用 $\mathrm{P}_{1}(\cos z_{\mathrm{m}})=\cos z_{\mathrm{m}}$，得出月球在地球内部任一点 P 产生的起潮力位 $W_{\mathrm{m}}(\boldsymbol{P})$，即

$$W_{\mathrm{m}}(\boldsymbol{P}) = U_{\mathrm{m}}(\boldsymbol{P}) + Q_{\mathrm{m}}(\boldsymbol{P}) = k\frac{M}{r_{\mathrm{m}}}\left[1 + \sum_{n=2}^{\infty}\left(\frac{r}{r_{\mathrm{m}}}\right)^{n}\mathrm{P}_{n}(\cos z_{\mathrm{m}})\right] \tag{3-123}$$

在目前观测精度下，在 $W_{\mathrm{m}}(\boldsymbol{P})$ 的表达式中，只需考虑含 $\left(\frac{r}{r_{\mathrm{m}}}\right)^{3}$ 的项，(3-123)式可写成

$$\begin{aligned} W_{\mathrm{m}}(\boldsymbol{P}) &= k\frac{M}{r_{\mathrm{m}}}\left(\frac{r}{r_{\mathrm{m}}}\right)^{2}\left\{\mathrm{P}_{2}(\cos z_{\mathrm{m}}) + \left(\frac{r}{r_{\mathrm{m}}}\right)\mathrm{P}_{3}(\cos z_{\mathrm{m}})\right\} \\ &- k\frac{M}{r_{\mathrm{m}}}\left[\left(\frac{r}{r_{\mathrm{m}}}\right)^{2}\left(\frac{3}{2}\cos^{2}z_{\mathrm{m}} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{r}{r_{\mathrm{m}}}\right)^{3}\left(\frac{5}{2}\cos^{3}z_{\mathrm{m}} - \frac{3}{2}\cos z_{\mathrm{m}}\right)\right] \end{aligned} \tag{3-124}$$

其中

$$\mathrm{P}_{2}(\cos z_{\mathrm{m}}) = \frac{1}{2}\left(3\cos z_{\mathrm{m}} - \frac{1}{2}\right)$$

$$P_3(\cos z_m)=\frac{1}{2}(5\cos^3 z_m-3\cos z_m)$$

同理,可以把太阳在地球内部的起潮力位 $W_s(\boldsymbol{P})$写成

$$W_s(\boldsymbol{P}) = k\frac{S}{r_s}\sum_{n=2}^{\infty}\left(\frac{r}{r_s}\right)^n P_n(\cos z_s) \tag{3-125}$$

式中,S 是太阳的质量;Z 是太阳对 P 点的地心天顶距,由于日心至地心的距离 r_s 很大,在目前的观测精度下,在 $W_s(\boldsymbol{P})$的表达式中,只考虑含$\left(\frac{r}{r_s}\right)^3$ 的项,(3-119)式可写成

$$W_s(\boldsymbol{P}) = k\frac{S}{r_s}\left(\frac{r}{r_s}\right)^2 P_2(\cos z_s) = \frac{kS}{r_s}\left(\frac{r}{r_s}\right)^2\cdot\left(\frac{3}{2}\cos^2 z_m-\frac{1}{2}\right) \tag{3-126}$$

这样,月球和太阳在地球内部任一点 P 产生的起潮力位为

$$W(\boldsymbol{P}) = W_m(\boldsymbol{P}) + W_s(\boldsymbol{P}) \tag{3-127}$$

由于月球绕地球旋转和地球绕太阳旋转,所以 r_m,r_s 是时间的函数,由于地球的自转,z_m 和 z_s 也随时间在变化,因而月球和太阳在地球内部的起潮力位 $W(\boldsymbol{P})$是时间 t 和 P 点在地球内部位置的函数。

3.7.4 重力固体潮与地倾斜固体潮

一、重力固体潮

选择球状刚体地球模型作为地球的一级近似来研究地球的固体潮。作用在地球表面上任一点的起潮力矢量的垂直分量使地球在该点的重力发生变化,这种变化称为地球的重力固体潮。

球状刚体地球模型表面上任一点的垂直方向即为该点的径向,约定重力固体潮向下为正,则月球在地面上任一点 P、任意时刻 t 产生的重力固体潮为

$$\Delta g_m(\boldsymbol{P},t) = -\frac{\partial W_m}{\partial r}(\boldsymbol{P},t)\Big|_{r=R} \tag{3-128}$$

式中,R 为地球的平均半径;$W_m(P,t)$为月球在 P 点处产生的起潮力位。由(3-124)式可得出

$$\begin{aligned}\Delta g_m(\boldsymbol{P},t) &= -\frac{\partial W_m}{\partial r}(\boldsymbol{P},t)\Big|_{r=R}\\ &= \frac{kMR}{r_m^3}\left[(1-3\cos^2 z_m)+\frac{3}{2}\left(\frac{R}{r_m}\right)(3\cos z_m-5\cos^2 z_m)\right]\end{aligned} \tag{3-129}$$

同理,太阳在地面上任一点 P,t 时刻产生的重力固体潮为

$$\Delta g_s(\boldsymbol{P},t) = -\frac{\partial W_s}{\partial r}(\boldsymbol{P},t)\Big|_{r=R} \tag{3-130}$$

由(3-125)式,可得出

$$\Delta g_s(\boldsymbol{P},t) = -\frac{\partial W_s}{\partial r}(\boldsymbol{P},t)\Big|_{r=R} = \frac{kSR}{r_s^3}(1-3\cos^2 z_s) \tag{3-131}$$

这样,月球和太阳在 t 时刻在刚体地球模型表面上任一点 P 产生的重力固体潮为

$$\Delta g(\boldsymbol{P},t) = \Delta g_m(\boldsymbol{P},t) + \Delta g_s(\boldsymbol{P},t) \tag{3-132}$$

二、地倾斜固体潮

作用在地球表面上任一点的总起潮力矢量与该点的重力矢量的和称为地球在该点的瞬时

重力矢量，它的方向称为瞬时垂线，与地面任一点瞬时垂线垂直的平面称做该点的瞬时水平面。起潮力的水平分量使地球的瞬时垂线方向相对地球表面在该点的法线不断发生变化（球状刚体地球模型表面的法线就是地球的径向）。这种变化又表现为刚体地球模型表面相对瞬时水平面的倾斜，这种变化称为地倾斜固体潮。地倾斜固体潮 t 是一矢量，它有倾斜方向和大小。它的方向表示形变后的地表面相对瞬时水平面的倾斜方向，它的模表示倾角大小。通常选取以地面点 P 为原点的直角坐标系 $Pxyz$，Px 轴沿 P 点的子午线向南，Py 轴向西，Pz 轴垂直向下沿 P 点半径方向指向地心，用 $t_m(\boldsymbol{P})$ 表示月球在 P 点产生的地倾斜固体潮的大小，$\xi_m(\boldsymbol{P})$，$\eta_m(\boldsymbol{P})$ 分别表示任意时间 t 月球在球状地球模型表面上任一点 P 产生的地倾斜固体潮 t 的南北分量和东西分量，并约定南北分量向南为正，东西分量向西为正，则有

$$\begin{cases} t_m(\boldsymbol{P}) = \dfrac{H_m(\boldsymbol{P})}{g_0}, \quad g_0 = \dfrac{kE}{R^2} \\ \xi_m(\boldsymbol{P}) = t_m(\boldsymbol{P})\cos A_m \\ \eta_m(\boldsymbol{P}) = t_m(\boldsymbol{P})\sin A_m \end{cases} \tag{3-133}$$

式中，g_0 为地球的平均重力；kE 为地球的引力常数；R 为地球的平均半径；$H_m(\boldsymbol{P})$ 为月球在 P 点产生的起潮力的水平分量；A_m 为月球对 P 点的方位角，A_m 自 Px 轴起，向西为正，若约定月球在 P 点 $H_m(\boldsymbol{P})$ 指向月球为正，则有

$$H_m(\boldsymbol{P}) = -\left.\frac{\partial W_m(\boldsymbol{P},t)}{r\partial z_m}\right|_{r=R} = \frac{3}{2}\frac{kMR}{r_m}[\sin 2z_m + (5\cos^2 z_m - 1)\sin z_m] \tag{3-134}$$

式中，z_m 为月球对 P 点的地心天顶距；用 $\xi(P)$，$\eta(P)$ 表示月球和太阳在地面上任意点 P 产生的地倾斜固体潮的南北分量和东西分量，则有

$$\begin{cases} \xi(\boldsymbol{P}) = \xi_m(\boldsymbol{P}) + \xi_s(\boldsymbol{P}) \\ \eta(\boldsymbol{P}) = \eta_m(\boldsymbol{P}) + \eta_s(\boldsymbol{P}) \end{cases} \tag{3-135}$$

3.7.5 勒夫数与潮汐因子

如图 3-41 所示，aa 是未变形的地壳表面，cc 是相应的海水面（大地水准面）。AA' 是固定在地面的水位标尺。若地球是刚体，在起潮力作用下 aa 不变形，而大地水准面从 cc 到 dd，海水面的这种变化（大地水准面的变形）称为平衡潮。平衡潮潮高 CD 定义为

$$CD = \text{起潮力位} / \text{测点重力值} = W(\boldsymbol{P})/g \tag{3-136}$$

图 3-41

实际地球近似于弹性体，拉梅常量 λ、切变模量 μ 等地球弹性常量和介质密度 ρ 均为地球半径 R 的函数。弹性地球在起潮力作用下变形，地面由 aa 升到 bb，AB 就是固体潮潮高。起潮力引起的弹性地球的潮汐形变，使地球的外形以及地球内部的密度发生变化，这种变化引起地球本身在其内部任一点的引力位发生变化，这种引力位的变化称为附加起潮力位。

为了反映地球潮汐变形的弹性特征，1909 年英国人勒夫（Love）引入两个量纲一参数 h，k，1912 年日本人志田（Shida）引进了另一个量纲一参数 l。h，k，l 称为勒夫数；h 为弹性地球的固体潮潮高与刚体地球的海洋平衡潮潮高之比；k 为地球弹性变形引起的附加起潮力位与太阳、月球的起潮力位之比；l 为在起潮力作用下固体地球表面的水平位移与相应的大地水准面

的水平位移之比。重力固体潮潮汐因子 δ 是勒夫数的线性组合，它是与地球内部力学参数分布有关的物理量。

主要参考文献

1. 吴庆鹏. 重力学与固体潮. 北京：地震出版社，1997
2. 方俊. 重力测量与地球形状学. 北京：科学出版社，1965
3. [比利时]P. 梅尔基尔. 行星地球的固体潮. 杜平仁等译. 北京：科学出版社，1980
4. [德]W. Torge. 重力测量学. 徐菊生等译. 北京：地震出版社，1993
5. 李瑞浩. 重力学引论. 北京：地震出版社，1988
6. 王谦身等. 微重力测量——理论、方法与应用. 北京：科学出版社，1995
7. 顾功叙等. 中国京津唐张地区时间上连续的重力变化与地震的孕育和发生. 科学通报，1997，42(18)
8. 黄仲良等. 石油重、磁、电法勘探. 山东：石油大学出版社，1999

第四章 地 磁 学

我国是世界上最早发现并应用磁现象的国家之一。远在春秋战国时期，随着冶铁业的发展和铁器的应用，对天然磁石（磁铁矿）已有了一些认识，指南针是我国古代的伟大发明之一，它对世界文明的发展有重大的影响。11 世纪北宋科学家沈括在《梦溪笔谈》中第一次明确地记载了指南针。沈括还在世界上最早发现了地磁偏角，比欧洲的发现早 400 年。据有人考证，指南针首次在中国用于航海，当在 838 年与 1099 年之间。

磁针的指极性是由于地球本身仿佛像一块极大的磁石，地球的磁北极吸引着磁针的南极，地球的磁南极吸引着磁针的北极。这个解释是英国女王伊丽莎白一世的私人医生吉伯特（W. Gilbert）提出的。他在 1600 年用拉丁文写下的《论磁性、磁体和巨大地磁体》巨著中叙述了地磁场类似于一个磁化球体的磁场；磁针的指极性；地磁场的变化（地磁偏角）；地磁倾角等。1833 年德国数学家和物理学家高斯（C. F. Gauss）和物理学家韦伯（W. E. Weber）共同建立地磁观测台、组织磁学学会以及联系全世界的地磁台站网。1837 年高斯发明了磁强计，1838 年他首次运用球谐分析的方法，阐明了地球的磁性绝大部分来源于地球的内部。这个方法以后一直在使用，为地磁学的发展奠定了理论基础。

地球磁场的一小部分来自地球以外的空间。太阳风、电离层、极光等都对地磁场有影响，使它产生短时期的变化，它们都和太阳活动有密切的关系。

4.1 地磁场的基本概念

4.1.1 磁场强度和磁势

一、物理基础

近代物理学理论指出，一切磁性来源于电荷的运动。电磁学里的麦克斯韦方程组说明磁场是一个无源有旋场。1933 年英国物理学家狄拉克（P. A. M. Dirac）根据电子的电荷量子化，提出“可能存在磁单极”的假设，但至今未在实验上得到证实，但是，以下我们将说明，在静磁场或似稳场条件下可引入磁势，于是可借用磁荷和磁偶极子及其磁偶极矩的概念。

地磁场满足麦克斯韦方程组

$$\oint \boldsymbol{B}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{s}=0,\quad \oint \boldsymbol{H}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l}=\iint\left(\boldsymbol{j}_0+\frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t}\right)\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{s}$$

利用高等数学中的高斯定理和斯托克斯定理，可将上述两个积分形式的方程变换为微分形式的方程，

$$\nabla\cdot \boldsymbol{B}=0 \tag{4-1}$$

$$\nabla\times \boldsymbol{H}=\boldsymbol{j}_0+\frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t} \tag{4-2}$$

式中，$\nabla=\frac{\partial}{\partial x}\boldsymbol{i}+\frac{\partial}{\partial y}\boldsymbol{j}+\frac{\partial}{\partial z}\boldsymbol{k}$；$\boldsymbol{B}$ 为磁感应强度矢量；$\boldsymbol{H}$ 为磁场强度矢量；$\boldsymbol{j}_0$ 为电流密度矢量；$\boldsymbol{D}$

为电位移矢量；$\frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t}$为位移电流密度矢量。

在地球表面附近，大气的电导率 $\sigma \approx 0$，即空气可视为绝缘体，于是传导电流密度 $j_0 = \sigma \boldsymbol{E} = 0$。又由于地球地磁场随时间变化比较缓慢，可视为似稳场，所以位移电流密度$\frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t} \approx 0$，于是有

$$\nabla \times \boldsymbol{H} = 0 \tag{4-3}$$

上式说明在上述近似条件下，地磁场是一个无旋场，可引入一个标量磁势 U，使得

$$\boldsymbol{H} = -\nabla U \tag{4-4}$$

因为 $\boldsymbol{B} = \mu \boldsymbol{H}$，且设磁导率 $\mu = \mu_0$，所以(4-4)式变为：

$$\boldsymbol{B} = -\mu_0 \nabla U \tag{4-5}$$

将上式代入(4-1)式，可得拉普拉斯方程

$$\nabla^2 U = 0 \tag{4-6}$$

由此可见，只要 $\sigma \approx 0$ 和$\frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t} \approx 0$，上式处处成立，即在上述条件下，可引入磁荷的概念。

二、磁库仑定律和磁荷单位

人类最早发现磁现象是从磁铁开始的。磁铁有 N，S 两极，它们同号相斥，异号相吸，这一点同正、负电荷有很大相似性。所以人们可以假定，在一根磁棒的两极上有一种叫做“磁荷”的东西，N 极上的叫正磁荷，S 极上的叫负磁荷，同号磁荷相斥，异号磁荷相吸。当磁极本身的几何线度远比它们之间的距离小得多时，我们就把其上的磁荷叫做点磁荷。例如一根细长磁针两端的磁荷就可看做是点磁荷。

由于电荷和“磁荷”的相似性，人们很早就自然地会想到磁荷和电荷有相同的规律性。历史上，法国物理学家库仑(C. A. Coulomb)在总结出点电荷之间电相互作用的规律之前，就通过实验方法得到了两个点磁荷之间磁相互作用的规律：即真空中两个静止点磁荷之间的相互作用力 $\boldsymbol{F}$ 的大小与它们之间的距离 r 的平方成反比，与每个磁荷的数量的乘积 $Q_{m1} \cdot Q_{m2}$ 成正比，相互作用力的方向沿着它们之间的联线，同号磁荷相斥，异号磁荷相吸。用公式表示，则为：

$$F = k \frac{Q_{m1} Q_{m2}}{r^2} \tag{4-7}$$

若各物理量选用 SI 制单位，则 $k = \frac{1}{4\pi\mu_0}$，其中 $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\ \mathrm{A \cdot m^{-2}}$，磁荷 Q_m 的单位为 $\mathrm{N \cdot m \cdot A^{-1}}$。经过上面比例系数 k 选择后，磁库仑定律(4-7)式写为：

$$F = \frac{1}{4\pi\mu_0} \frac{Q_{m1} Q_{m2}}{r^2} \tag{4-8}$$

仿照电场强度的定义，用试探磁荷 Q_{m0} 在磁场中所受的力 $\boldsymbol{F}$ 来定义磁场强度 $\boldsymbol{H}$，即

$$\boldsymbol{H} = \frac{\boldsymbol{F}}{Q_{m0}} \tag{4-9}$$

磁场强度 $\boldsymbol{H}$ 的单位为 $\mathrm{A \cdot m^{-1}}$。磁场强度也常用奥斯特(Oe)表示，它们之间的关系为：

$$1\ \mathrm{Oe} = \frac{10^3}{4\pi}\ \mathrm{A \cdot m^{-1}} \quad 或 \quad 1\ \mathrm{A \cdot m^{-1}} = 4\pi \times 10^{-3}\ \mathrm{Oe}$$

地磁场也常用磁感应强度矢量 $\boldsymbol{B}$ 来描述，在 SI 制中，它的单位为特斯拉(T)。在地磁学中，常嫌特斯拉这个单位太大，通常采用纳特(nT)，两者的关系为 $1\ \mathrm{nT} = 10^{-9}\ \mathrm{T}$。在高斯单位制中，磁感应强度的单位是高斯(Gs)，$1\ \mathrm{Gs} = 10^{-4}\ \mathrm{T}$，$1\ \gamma = 10^{-5}\ \mathrm{Gs} = 1\ \mathrm{nT}$。

由(4-8)式和(4-9)式可知，点磁荷 Q_m 在空间产生的磁场强度为：

$$H=\frac{1}{4\pi\mu_0}\frac{Q_m}{r^2}$$

由 $B=\mu_0 H$，得点磁荷 Q_m 在空间产生的磁感应强度为

$$B=\frac{1}{4\pi}\frac{Q_m}{r^2} \tag{4-10}$$

三、磁势

磁场中某一点的磁势 U 等于自该点经过任意路径到无穷远处磁场强度的线积分，即有

$$U=\int_r^{\infty}\boldsymbol{H}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{r} \tag{4-11}$$

对于点磁荷 Q_m 产生的磁场中，与 Q_m 相距 r 处的磁势为：

$$U=\int_r^{\infty}\boldsymbol{H}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{r}=\int_r^{\infty}\frac{1}{4\pi\mu_0}\frac{Q_m}{r^2}\mathrm{d}\boldsymbol{r}=\frac{1}{4\pi\mu_0}\frac{Q_m}{r} \tag{4-12}$$

由(4-5)式，有

$$\boldsymbol{B}=-\mu_0\left(\frac{\partial U}{\partial x}\boldsymbol{i}+\frac{\partial U}{\partial y}\boldsymbol{j}+\frac{\partial U}{\partial z}\boldsymbol{k}\right) \tag{4-13}$$

式中，$\boldsymbol{i},\boldsymbol{j},\boldsymbol{k}$ 是直角坐标系 x,y,z 坐标轴的单位矢量。$\boldsymbol{B}$ 在三个坐标轴上的分量分别为：

$$B_x=-\mu_0\frac{\partial U}{\partial x},\quad B_y=-\mu_0\frac{\partial U}{\partial y},\quad B_z=-\mu_0\frac{\partial U}{\partial z} \tag{4-14}$$

四、磁偶极子

磁偶极子是由一对等量异号的点磁荷 $\pm Q_m$ 组成的体系，如图 4-1 所示，它们之间的距离 l 远比到场点的距离 r 为小。令 $\boldsymbol{l}$ 代表 $-Q_m$ 到 $+Q_m$ 的位移矢量，则磁偶极矩定义为：

$$\boldsymbol{P}_m=Q_m\boldsymbol{l} \tag{4-15}$$

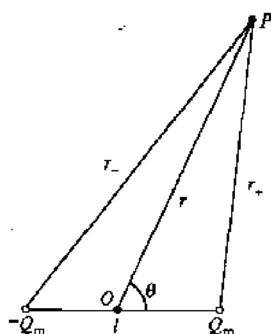


图 4-1　磁偶极子的磁势

在距磁偶极子中心 O 点相当远的场点 P 的磁势为：

$$U=\frac{1}{4\pi\mu_0}\frac{Q_m}{r_+}+\frac{1}{4\pi\mu_0}\frac{-Q_m}{r_-}$$

$$=\frac{1}{4\pi\mu_0}\left(\frac{Q_m}{r-\frac{l}{2}\cos\theta}-\frac{Q_m}{r+\frac{l}{2}\cos\theta}\right)$$

$$=\frac{1}{4\pi\mu_0}\frac{Q_m l}{r^2}\cos\theta=\frac{1}{4\pi\mu_0}\frac{\boldsymbol{P}_m\cdot\boldsymbol{r}}{r^3} \tag{4-16}$$

顺便提一句，磁偶子的磁偶极矩 P_m 和磁矩 M 之间的关系为

$$P_m=\mu_0 M \tag{4-17}$$

4.1.2　地磁场组成

地磁场是一个弱磁场，在地面上的平均磁感应强度约为 0.5×10^{-4} T(对应磁场强度为 0.5 奥斯特①)。从一级近似来看，地磁场近似于一个置于地心的磁偶极子的磁场。这个磁偶极子 ns 的延长线 N_mS_m 称为磁轴，它和地轴 NS 斜交一个角度 θ_0，$\theta_0\approx11.5°$。地心磁偶极子磁场

① 奥斯特(Oe)是高斯单位制的计量单位，1 Oe≙(1000/4π)A/m。

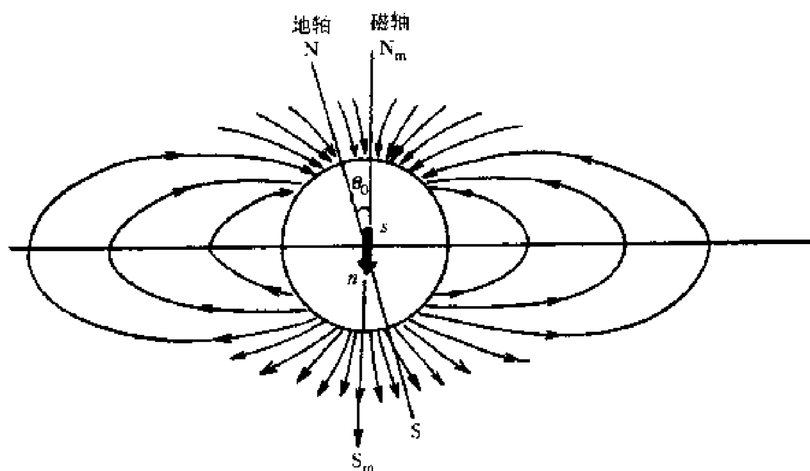


图 4-2 地心偶极子磁场示意图

的磁力线分布情况如图 4-2 所示。磁轴 N_mS_m 在地面上的两个交点 N_m 和 S_m 分别称为地磁北极和地磁南极。地磁北极 N_m 与地理北极 N 相邻，地磁南极 S_m 与地理南极 S 相邻。

地磁场是由多种不同来源的磁场叠加而成的。按它们的稳定性来区分，地磁场 $\boldsymbol{B}_t$ 可分为两大部分，即主要来源于地球内部的稳定场 $\boldsymbol{B}_t^0$ 和主要来源于地球外部的变化磁场 $\delta\boldsymbol{B}_t$，

$$\boldsymbol{B}_t = \boldsymbol{B}_t^0 + \delta\boldsymbol{B}_t \tag{4-18}$$

要指出的是 $\delta B_t \ll B_t^0$，最大的 $\delta\boldsymbol{B}_t$ 也只占地磁场感应强度的 2%～4%。因此稳定磁场是地磁场的主要部分。

根据地磁场的高斯球谐分析法，可以把稳定磁场和变化磁场划分为起源于地球内部和地球外部两部分

$$\boldsymbol{B}_t^0 = \boldsymbol{B}_i + \boldsymbol{B}_e \tag{4-19}$$

$$\delta\boldsymbol{B}_t = \delta\boldsymbol{B}_i + \delta\boldsymbol{B}_e \tag{4-20}$$

式中起源于地球内部的稳定磁场 $\boldsymbol{B}_i$ 称为地磁场的内源场，起源于地球外部的稳定磁场 $\boldsymbol{B}_e$ 称为地磁场的外源场，它仅占稳定磁场感应强度的 1%以下。由此可见，稳定磁场主要起源于地球内部。$\delta\boldsymbol{B}_e$ 是变化磁场的外源场，对于地磁静日 S_q 变化，其外源变化约占变化磁场的 2/3。外源变化磁场起源地球外部的各种电流体系。这种外部变化的电流体系的磁场还会在具有导电性质的地球内部感应出一个内部电流体系，它就是产生内源变化磁场 $\delta\boldsymbol{B}_i$ 的原因。因此，从本质上来看，变化磁场的起源是地球外部的各种电流体系。

4.1.3 地磁要素

地磁场 $\boldsymbol{B}_t$ 是矢量，它既有大小又有方向，为了描述它需要引入坐标系，一般以测点为坐标系的原点。常用坐标系有以下三种。

一、直角坐标系(x,y,z)

图 4-3 画出了测点 O 为坐标原点的直角坐标系，其中 x 轴朝北，y 轴朝东，z 轴向下。xOy 平面就是地平面或水平面。图中的 $\boldsymbol{B}_t$ 为测点地磁场总磁感应强度矢量，它在 x，y，z 轴上的分量分别为

x：北向分量；　y：东向分量；　z：垂直分量。

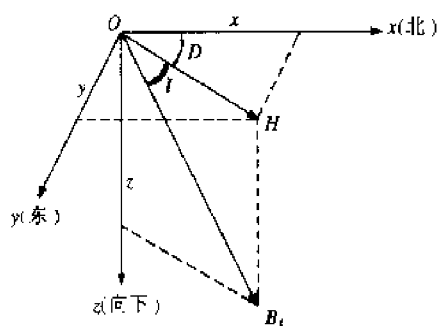


图 4-3 地磁要素

在理论研究中常采用直角坐标系，但由于一般不可能直接测出 x 和 y 两个分量，所以通常采用柱坐标系或球坐标系。

二、柱坐标系(H,D,z)

地磁台站对地磁场作相对测量时，常采用柱坐标系。图 4-3 中的 $\boldsymbol{H}$ 是地磁场 $\boldsymbol{B}_t$ 在水平面上的投影，称为水平分量。水平分量 $\boldsymbol{H}$ 所指的方向就是指南针的正磁极 $\boldsymbol{n}$ 所指示的方向，称为磁北。$\boldsymbol{H}$ 矢量与 x 轴的夹角 D 称为磁偏角。磁偏角也就是磁子午面与地理子午面之间的夹角。规定磁偏角向东偏为正，向西偏为负。

三、球坐标系(B_t,I,D)

在野外或台站对地磁场作绝对测量时，常采用球坐标系。图 4-3 中的 I 是地磁场 $\boldsymbol{B}_t$ 偏离水平面的角度，称为磁倾角，规定 $\boldsymbol{B}_t$ 下倾为正，上倾为负。

以上三个坐标系列出 B_t,x,y,z,D,H 与 I，共 7 个物理量，称它们为地磁场的要素。由图 4-3 可以看出，这 7 个物理量之间有如下的变换关系。

$$\left.\begin{aligned} &x = H\cos D, \quad &y = H\sin D \\ &\tan I = z/H, \quad &\tan D = y/x \\ &H^2 = x^2 + y^2, \quad &B_t^2 = H^2 + z^2 \\ &B_t = H\sec I, \quad &B_t = z\csc I \end{aligned}\right\} \tag{4-21}$$

要想确定地面上一点地磁场的强度与方向，至少要测出任意三个彼此独立的地磁要素，称之为地磁三要素。目前，通常进行 I,D,H,z 与 B_t 的绝对值的直接测量。根据地磁要素之间的关系，在地磁三要素中，磁偏角 D 是必须测量的，其他两个要素可任意选测。

4.1.4 地磁图

在地面上进行地磁场的测量结果，常用地磁图表示，即在地图上作出地磁要素等值线图。所谓等值线就是将同一时代地面上各测点的某个地磁要素值相等的点连接起来的光滑曲线。例如有磁偏角数值相等的等偏线图、地磁场倾角等值线图等等。地磁图可以将某区域乃至整个地球的地磁场的数值和特征清晰地表示出来。

由于地磁要素是随时间变化的，且各测点的测量往往不可能同时进行，所以必须把测量的数值都换算到某一特定日期。一般来说，世界地磁图通常每 5 年画一次，日期通常选在某一年的元月元日，也有选在某一年的 7 月 1 日。

图 4-4 至图 4-8 分别是世界地磁场的等偏线图、等倾线图、水平强度等值线图、垂直强度等值线图与总强度等值线图。从这些世界地磁图可以看出，全球地磁要素的地理分布与地球大构造带之间并无明显联系，这是因为地磁场主要由地核以及幔-核界面附近的物质所产生的，因此它和地壳以及上地幔大构造带的位置不相符合。从世界地磁图上还可看出，各个地磁要素的等值线的分布是不均匀的，甚至在某些地区形成封闭的曲线。这种情况正说明了非偶极子磁场的存在。

世界地磁场等偏线图上有两条 $D=0°$的等偏线，把磁偏角分为正负两个区域。等偏线在南北两半球上汇聚于四个点，两个是磁极，两个是地极。

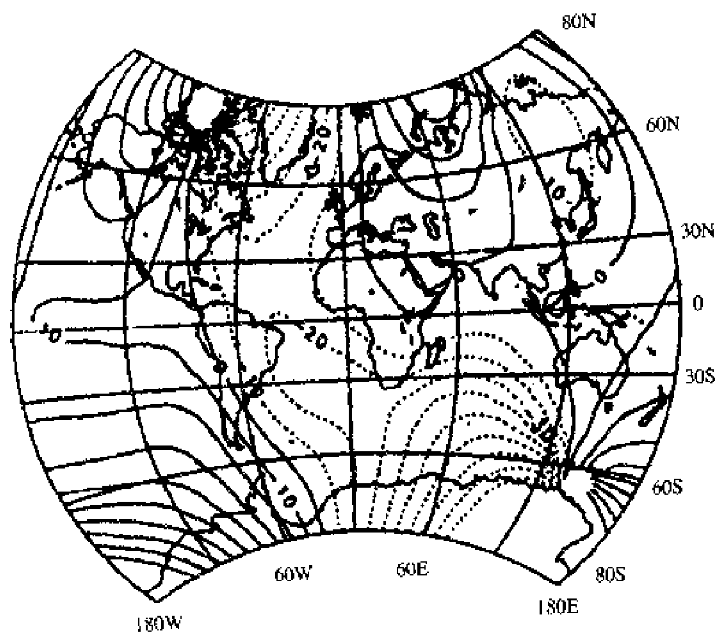


图 4-4 世界地磁场偏角等值线图(1990.0年)
实线—正值;虚线—负值;单位—度;等值线间隔—10°
(根据 R. A. Langel, 1990)

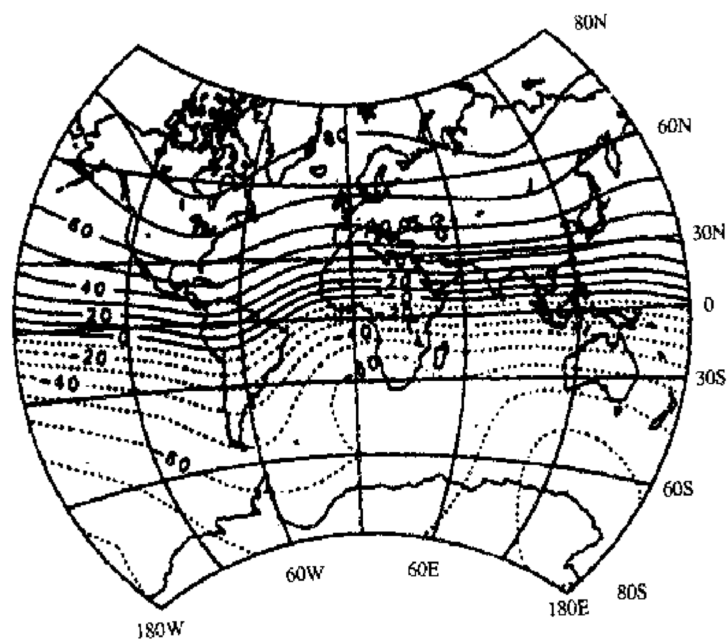


图 4-5 世界地磁场倾角等值线图(1990.0年)
实线—正值;虚线—负值;等值线间隔—10°
(根据 R. A. Langel, 1990)

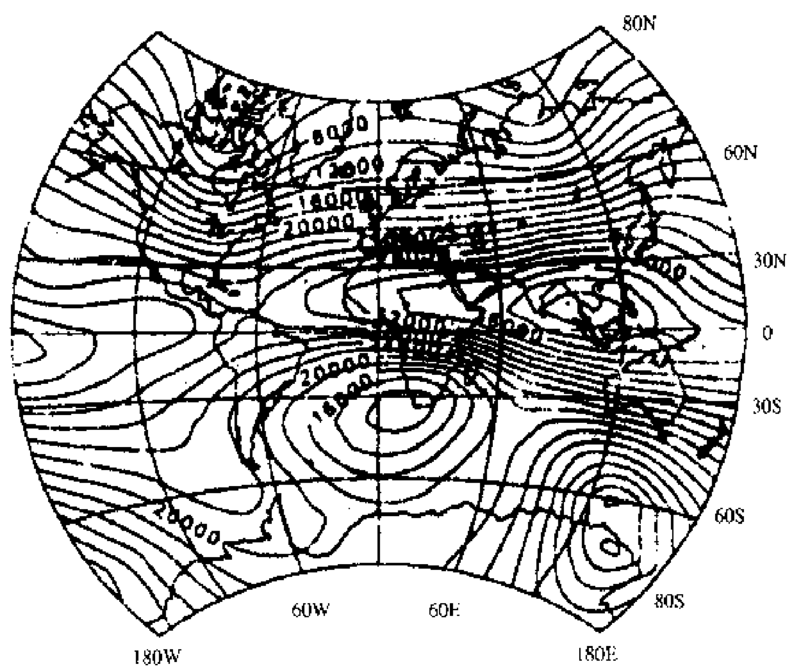


图 4-6　世界地磁场水平强度等值线图(1990.0 年)
单位—nT；等值线间隔—2000 nT
(根据 R. A. Langel，1990)

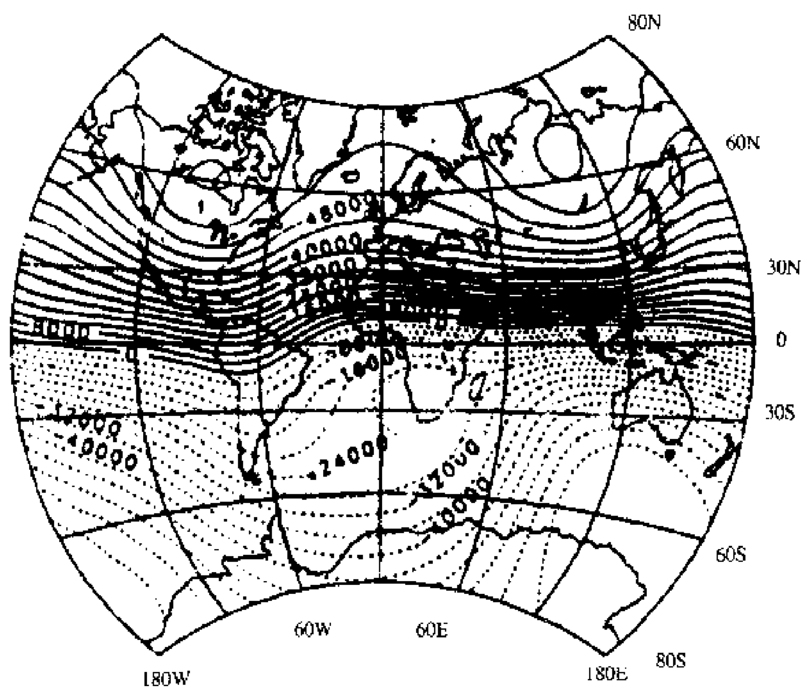


图 4-7　世界地磁场垂直强度等值线图(1990.0 年)
实线—正值；虚线—负值；等值线间隔—4000 nT
(根据 R. A. Langel，1990)

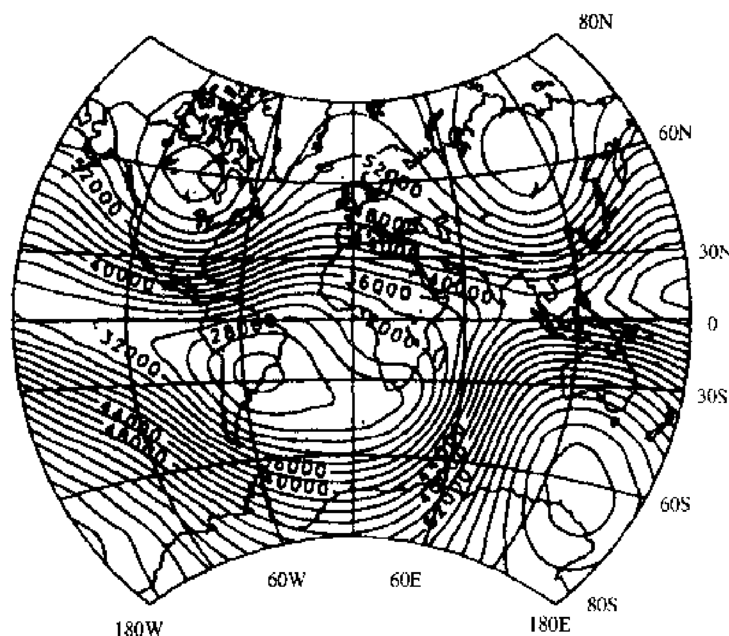


图 4-8 世界地磁场总强度等值线图(1990.0 年)
单位：nT；等值线间隔：2000 nT
(根据 R. A. Langel，1990)

世界地磁场等倾线是大致沿纬度分布的一系列平行曲线，分布均匀且规则。由赤道至两极，倾角由 0°逐渐达到±90°。零值等倾线称为磁赤道(或倾角磁赤道)；磁极就是倾角 $I=\pm90°$ 的两点。不仅地磁要素的数值随时间变化，而且南北磁极的位置也随时间变化，如表 4-1 所示。

世界地磁场水平强度等值线大致是沿地理纬度排列的曲线簇，从北磁极到南磁极，其数值由零逐渐增至最大，然后再逐渐减至零，最大值在赤道附近，但最大值在不同的子午线是有差别的，其中最大的一个数值为 0.4×10^{-4} T，在大巽他群岛附近。

世界地磁场垂直强度等值线也是大致沿纬度排列的曲线簇。在赤道附近它的数值为零；在南北两磁极处最大，约为$(0.6\sim0.7)\times10^{-4}$ T。

表 4-1 各年代的磁极位置

年 份	北磁极		南磁极	
	北纬	西经	南纬	东经
1600	78°42′	59°00′	81°16′	169°30′
1700	75°51′	68°48′	77°12′	155°15′
1770	66°00′	104°00′	—	—
1829	73°21′	93°56′	72°40′	150°45′
1885	69°57′	182°45′	73°45′	153°00′
1900	69°18′	96°37′	—	—
1922	71°	96°	72°25′	154°00′
1950	72°	96°	70°	150°
1960	74°54′	101°00′	67°06′	142°42′
1965	75°30′	100°30′	66°30′	139°54′
1970	76°12′	101°00′	66°00′	139°06′
1975	76°06′	100°06′	65°48′	139°24′
1980	78°12′	102°54′	65°36′	139°24′

图 4-9 至图 4-13 是中国地磁图。由这些图可以看出各地磁要素的分布特点：

垂直强度 Z，由南到北从 -0.1×10^{-4} T 增加至 0.56×10^{-4} T。

水平强度 H，由南到北从 0.4×10^{-4} T 减小至 0.21×10^{-4} T。

磁倾角 I，由南到北从 $-10°$ 增加至 $+70°$。

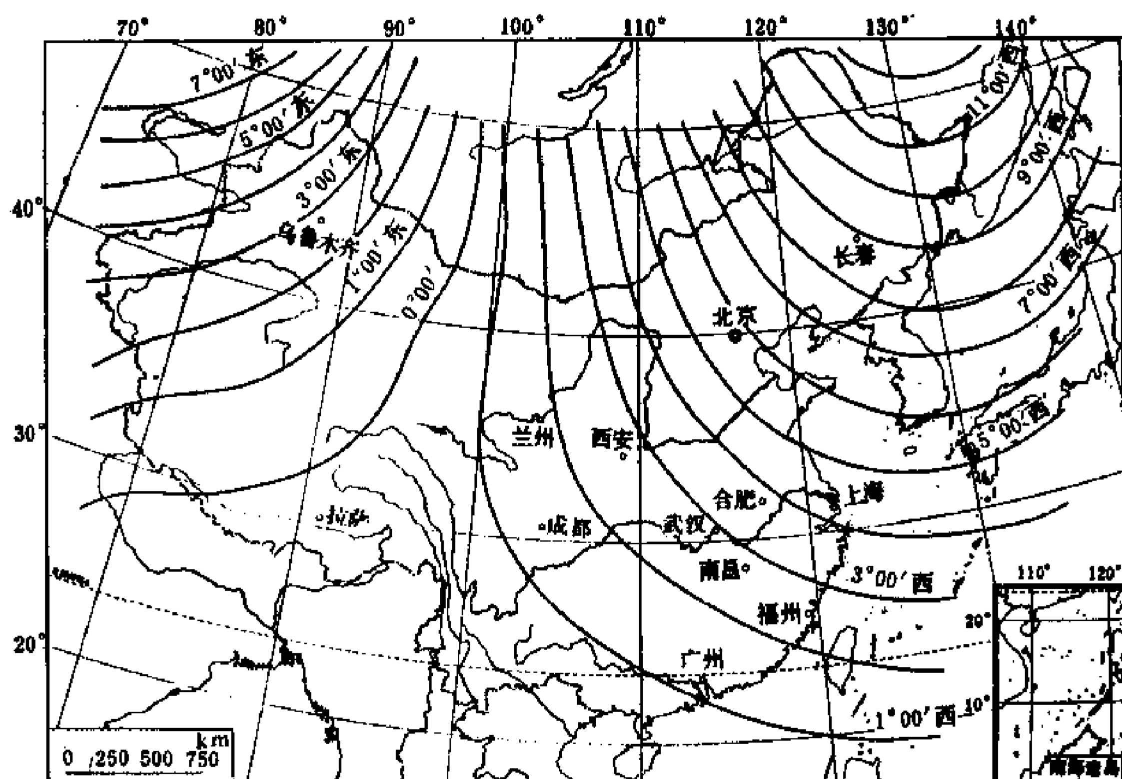


图 4-9　中国地磁场偏角等值线图(1970.0 年)

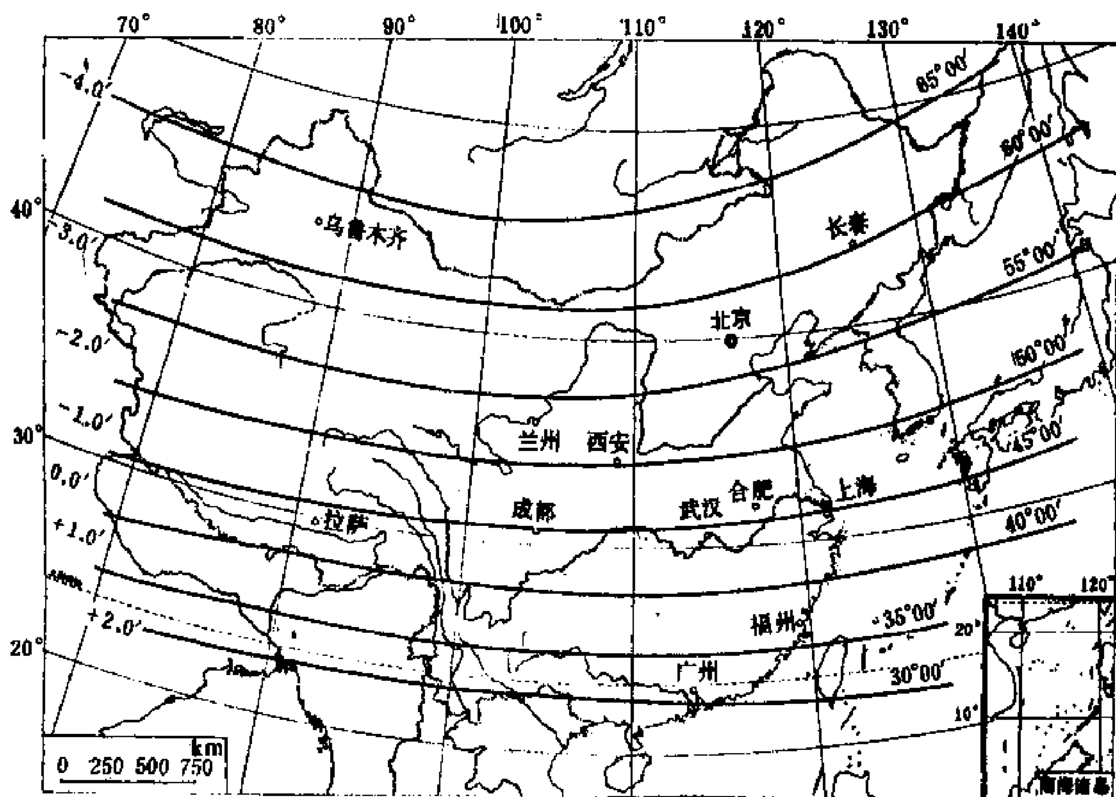


图 4-10　中国地磁场倾角等值线图(1970.0 年)

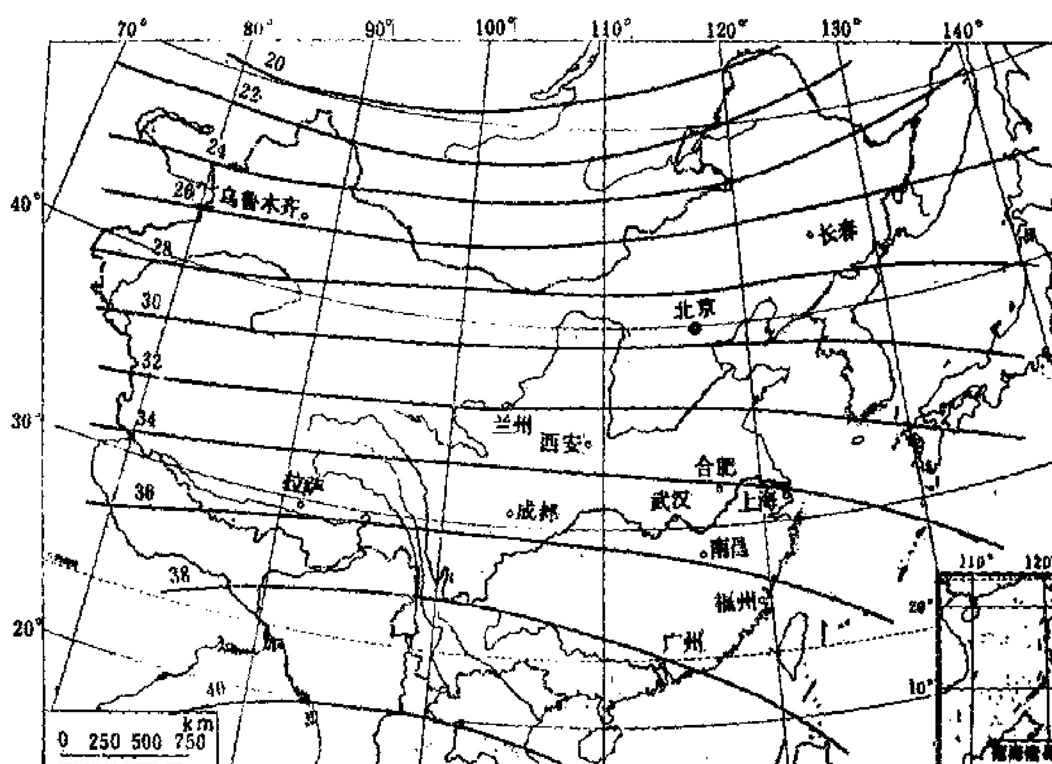


图 4-11 中国地磁场水平强度等值线图(1970.0年)
(单位为μT)

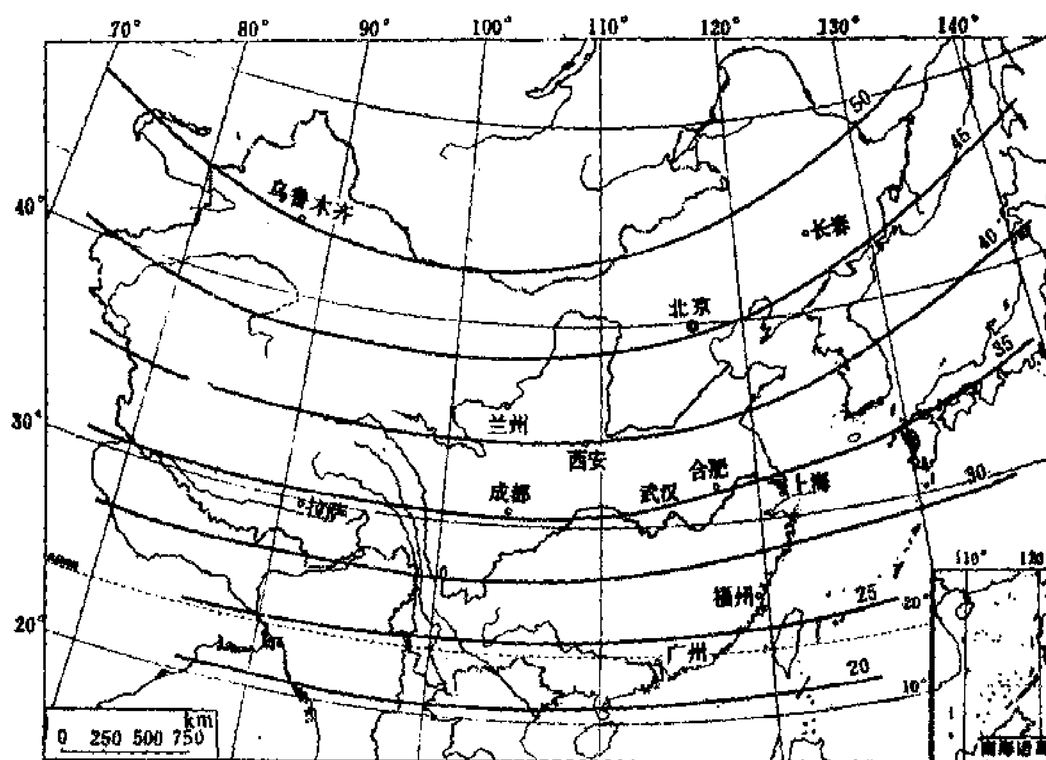


图 4-12 中国地磁场垂直强度等值线图(1970.0年)
(单位为μT)

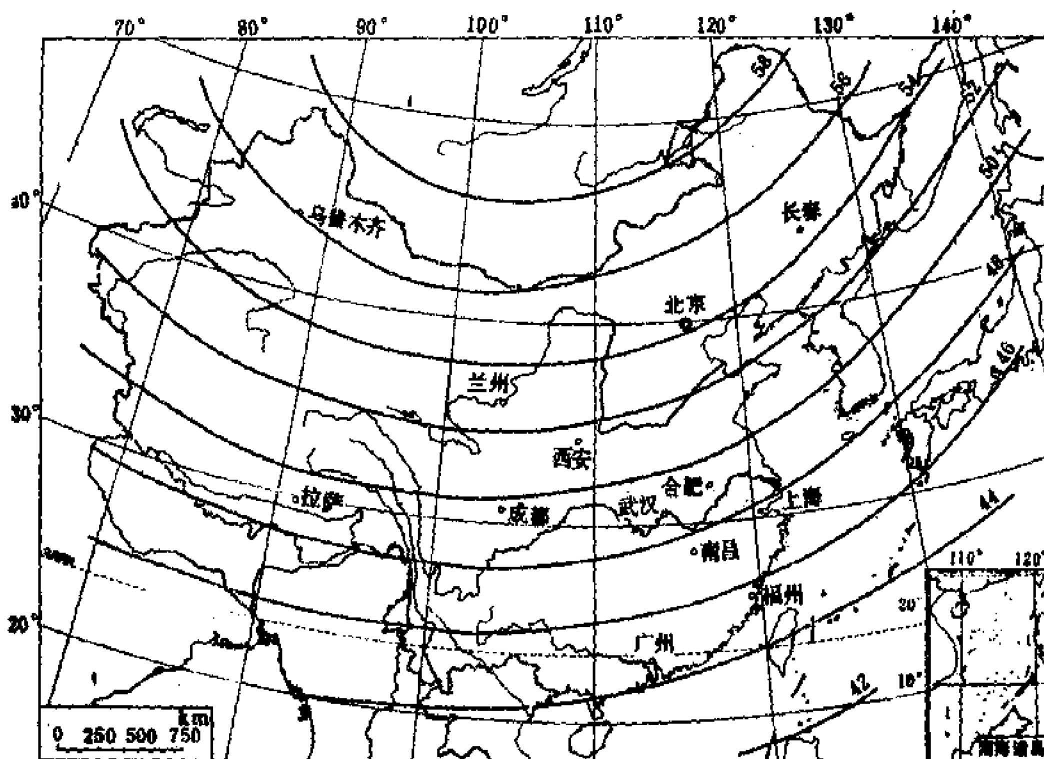


图 4-13 中国地磁场总强度等值线图(1970.0 年)
(单位为 μT)

磁偏角 D 的零偏线约从新疆与西藏交界处向东南方向延伸,穿过青海,并在兰州与成都之西折向西南方向,再穿过四川、贵州与云南,然后延伸至越南。零偏线以东,D 由 0°变化至 11°(西);零偏线以西,D 由 0°变化至 5°(东)。

研究工作有时需要了解世界或全国的正常磁场的分布状况。正常磁场分布图的一般绘制方法是在小比例尺地图上对世界(或全国)地磁图的等值线加以光滑而成。这种经过光滑后的地磁图消除了异常磁场部分,只剩下正常磁场。

地磁场的实测表明,各地磁要素在地面上的分布并不遵循地心偶极子磁场的分布规律,二者之间有较为显著的差异。从世界正常地磁图中减去按地心偶极子磁场计算出来的地面各点磁场数值,这种差值即为非偶极子磁场(也称大陆磁异常或剩余磁场)。在地图上画出这些等差值线图称为非偶极子磁场等值线图或非偶极子磁场分布图。图 4-14 是非偶极子磁场垂直强度分布图。由图可见,非偶极子磁场是围绕着几个中心分布的,分布的地域非常广。这些异常中心的位置和强度随不同的年代而变化。

现在一般认为,非偶极子磁场可能是由地核和地幔边界附近存在着物质的对流运动形成涡流电流形成的。卫星测量表明,非偶极子磁场随高度的增加衰减很慢,这是非偶极子磁场可能起源于地球深部的一个依据。

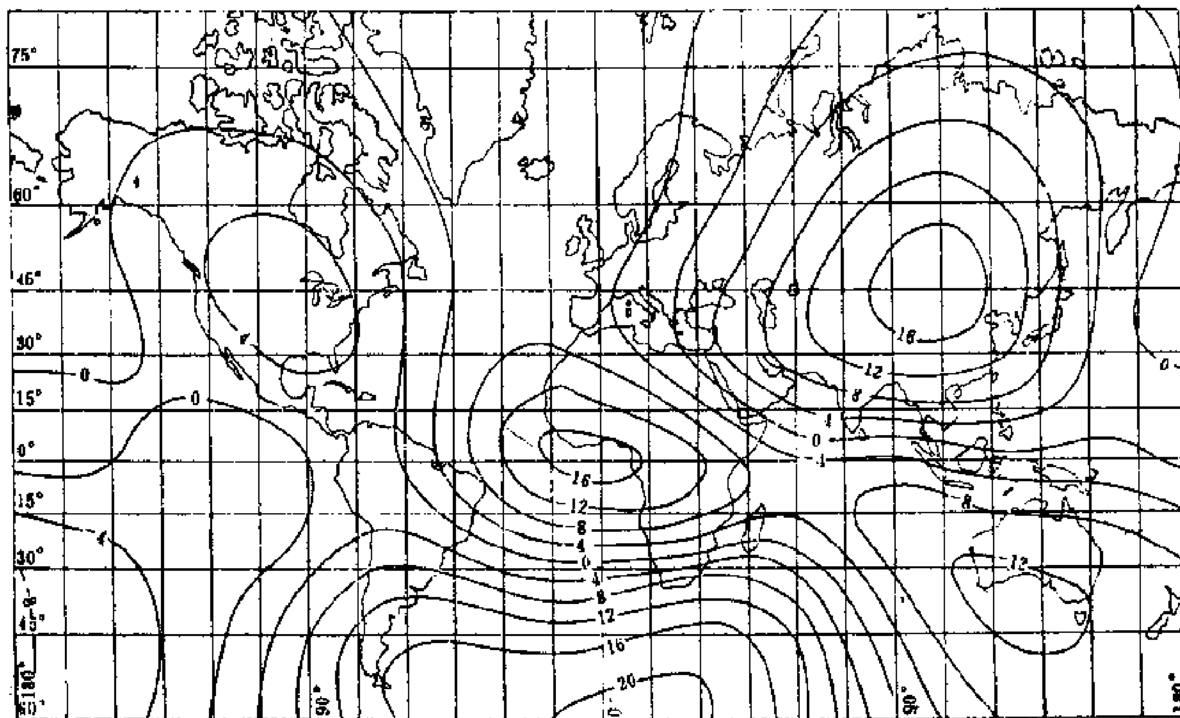


图 4-14　非偶极子磁场垂直强度分布图(1980.0 年)
(单位为 μT)

4.1.5　区域及局部地磁异常

区域及局部地磁异常区域就是地磁场梯度发生显著差异的地方,所以在这些地区内地磁要素分布呈现复杂的情况。这些地磁异常是由地壳内岩层受到磁场的磁化引起的。按磁异常的分布范围分为区域异常($\boldsymbol{B}_a'$)和局部异常($\boldsymbol{B}_a''$)两类。前者($\boldsymbol{B}_a'$)是地壳深部岩石的磁化所产生的磁场,分布范围较广(几十平方公里以上),磁场梯度小,磁异常一般较弱;后者($\boldsymbol{B}_a''$)是地壳浅部岩层(包括矿物)的磁化所产生的磁场,分布范围小(几十平方公里或几平方公里),磁场梯度大,磁异常一般较强。

磁异常等值线图可以清晰地表示磁异常区的磁场特征,它可由实测结果减去正常磁场值(由正常磁场地磁图给出)所得的数值给出,图 4-15 是世界著名的俄罗斯库尔斯克磁异常区的垂直强度磁异常的等值线图。这个地区的磁异常是正异常,呈条形分布,条形的中心部分有几个磁异常中心,其强度可达 1.8×10^{-4} T 以上。条形的伸展方向称为磁异常的走向。钻探发现,在地下 200 m 深度附近,埋藏着很厚的含有磁铁矿的石英岩脉,它是产生磁异常的原因。

磁异常的成因在于地壳构造的不均匀以及地壳内岩层在地磁场中受到磁化后所产生的磁场,所以磁异常分布的面积可以从几平方米至几百平方公里,强度可从 10 nT 至$(2\sim3)\times10^5$ nT。

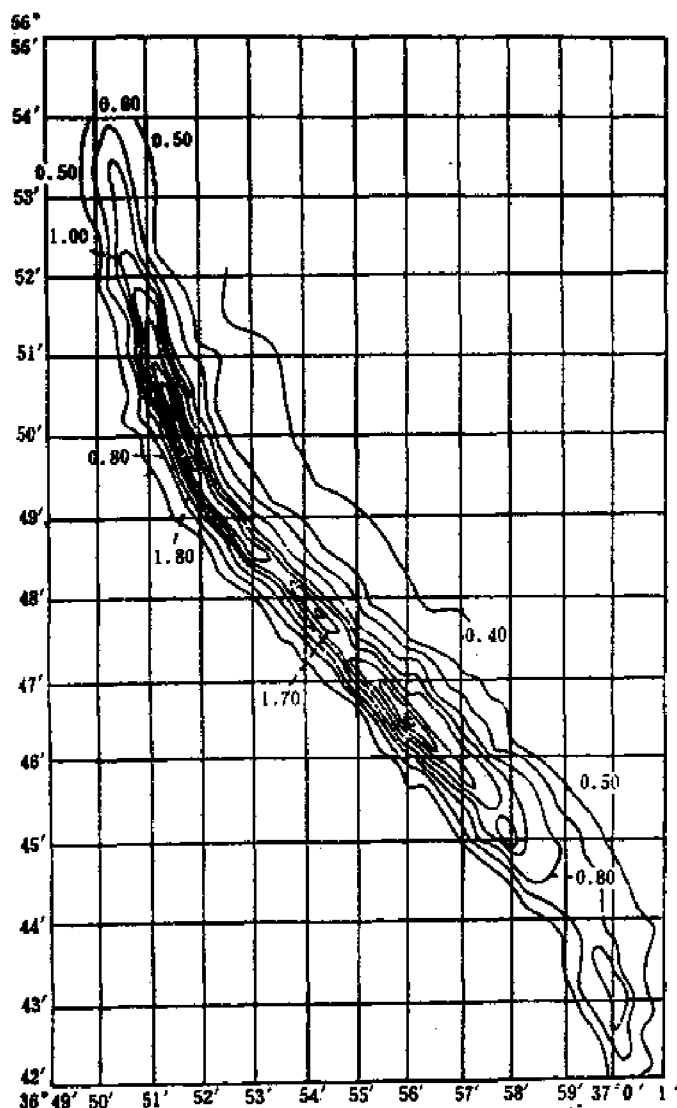


图 4-15 俄罗斯库尔斯克磁异常区的垂直强度等值线图

(单位为 10^{-4} T)

4.2 基本磁场

4.2.1 地心偶极子磁场

地磁场的一个最基本特征是它近似于一个均匀磁化球体或一个处于地心的磁偶极子所形成的磁场，它很稳定，约占全部地磁场的 80%～85%。因此，了解地心偶极子磁场的分布情况，对于掌握地磁场的分布是很重要的。

一、地心轴向磁偶极子场

先讨论一种简化的情况，即忽略地心磁偶极子轴的极矩角 $\theta_0\approx 11.5°$，认为地心磁偶极轴与地轴重合，如图 4-16 所示。

由(4-16)式可得一个处于地心、磁偶极矩为 P_m 的磁偶极子在地面上任意一点 P 的磁势为

$$U = \frac{1}{4\pi\mu_0}\frac{\boldsymbol{P}_m \cdot \boldsymbol{R}}{R^3}$$

式中,R 为地球的半径。若设地球的磁矩为 $\boldsymbol{m}$,由(4-17)式和上式可知,P 点的磁势为:

$$U = \frac{1}{4\pi}\frac{\boldsymbol{m} \cdot \boldsymbol{R}}{R^3} = \frac{1}{4\pi}\frac{m\cos\alpha}{R^2} = \frac{-1}{4\pi}\frac{m\cos\theta}{R^2} \qquad (4\text{-}22)$$

若以 P 点为坐标原点建立地面直角坐标系,x 方向为指北方向,y 方向为指东方向,z 方向为向下方向,如图 4-16 所示,则 ∂x,∂y,∂z 和 $\partial\theta$,$\partial\lambda$,∂R 之间的关系为

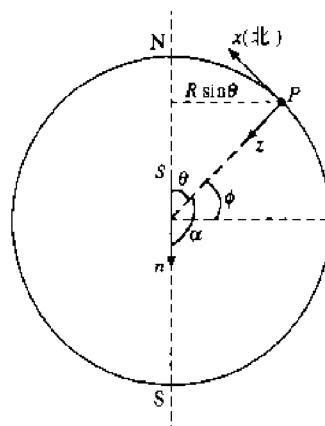


图 4-16 地心磁偶极子轴与地轴重合

$$\partial x = -R\partial\theta$$
$$\partial y = R\sin\theta\partial\lambda$$
$$\partial z = -\partial R$$

利用(4-14)式,可求得磁场(磁感应强度)的三个分量

$$\left.\begin{aligned} X &= -\mu_0\frac{\partial U}{\partial x} = \mu_0\frac{\partial U}{R\partial\theta} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{m\sin\theta}{R^3} \\ Y &= -\mu_0\frac{\partial U}{\partial y} = -\mu_0\frac{\partial U}{R\sin\theta\partial\lambda} = 0 \\ Z &= -\mu_0\frac{\partial U}{\partial z} = \mu_0\frac{\partial U}{\partial R} = \frac{\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{2m\cos\theta}{R^3} \end{aligned}\right\} \qquad (4\text{-}23)$$

于是,由上式可求得总磁感应强度值为

$$B_t = \sqrt{X^2+Y^2+Z^2} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{m}{R^3}\sqrt{1+3\cos^2\theta} \qquad (4\text{-}24)$$

和水平方向的磁感应强度值为

$$H = \sqrt{X^2+Y^2} = X = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{m\sin\theta}{R^3} \qquad (4\text{-}25)$$

利用(4-23)和(4-25)两式,可求出磁倾角 I 为:

$$\tan I = \frac{Z}{H} = \frac{Z}{X} = 2\cot\theta = 2\tan\phi \qquad (4\text{-}26)$$

式中,ϕ 是 P 点的地理纬度,有 $\theta+\phi=\pi/2$。上式把磁倾角 I 与地理纬度 ϕ 联系起来,是磁偶子场的一个重要公式。古地磁学利用此式,由测得的古地磁倾角计算出古地极位置。

在赤道处 $\theta=90°$ 或 $\phi=0°$,有

$$B_{t赤} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{m}{R^3} \qquad (4\text{-}27)$$

在二极处 $\theta=0°$ (或 180°),有

$$B_{t极} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2m}{R^3} \qquad (4\text{-}28)$$

由(4-27)和(4-28)两式,得

$$B_{t极} = 2B_{t赤}$$

上述讨论说明,在两极处的地磁场强度最强,而赤道处的最弱,两极处的地磁场强度是赤

道处的两倍。这个近似的理论计算值与实际测量值相比较，从总的变化趋势上是基本相符的。例如在两极附近测得的垂直分量 $Z \approx 0.65 \times 10^{-4}$ T，而在赤道一带测得的水平分量 $H \approx 0.35 \times 10^{-4}$ T，这就表示了在两极处的地磁场强度近似为赤道处的两倍。

我们可以利用上述讨论所得的一些关系式，计算出一些地磁要素的梯度值。这些重要参数是磁测工作中必不可少的。以下对地磁场垂直分量 Z 和水平分量 H 的梯度加以说明。

1. 垂直方向上的梯度

分别对(4-23)式中的 Z 表示式和(4-25)式直接求导，得

$$\frac{\partial Z}{\partial R} = -3\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2m\cos\theta}{R^4} = -\frac{3Z}{R} \tag{4-29}$$

$$\frac{\partial H}{\partial R} = \frac{\partial X}{\partial R} = -3\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{m\sin\theta}{R^4} = -\frac{3H}{R} \tag{4-30}$$

2. 水平方向上的梯度

同理，有

$$\frac{\partial Z}{\partial x} = \frac{\partial Z}{R\partial\theta} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2m\sin\theta}{R^4} = \frac{2H}{R} \tag{4-31}$$

$$\frac{\partial H}{\partial x} = \frac{\partial X}{\partial x} = -\frac{\partial X}{R\partial\theta} = -\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{m\cos\theta}{R^4} = \frac{-1}{2}\frac{Z}{R} \tag{4-32}$$

由(4-29)至(4-32)式可以看出，当地面上某点的垂直分量 Z 和水平分量为已知的话，就可以计算出该点沿垂直方向和沿南北方向每变化单位距离(例 1 km)时的 Z 和 H 的变化值。例如，在北京地磁台，$Z=46\,194$ nT，$H=29\,884$ nT，若取地球半径 $R=6370$ km，则有

$$\frac{\partial Z}{\partial R} = \frac{-3Z}{R} = -21.8 \text{ nT/km}$$

$$\frac{\partial H}{\partial R} = \frac{-3H}{R} = -14.1 \text{ nT/km}$$

$$\frac{\partial Z}{\partial x} = \frac{2H}{R} = 9.4 \text{ nT/km}$$

$$\frac{\partial H}{\partial x} = \frac{-Z}{2R} = -3.6 \text{ nT/km}$$

二、地心偶极子磁场

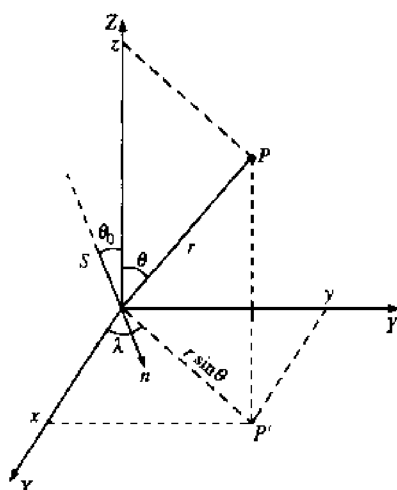


图 4-17　磁偶极子轴与地轴不重合

以下讨论磁偶极子的轴与地轴不重合，有一夹角情况(如图 4-17 所示)下磁势和地磁场强度的表达式。

1. 磁势

$$U = \frac{1}{4\pi}\frac{\boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{r}}{r^3} = \frac{1}{4\pi}\frac{m_x x + m_y y + m_z z}{r^3}$$

式中

$$\boldsymbol{m} = m_x\boldsymbol{i} + m_y\boldsymbol{j} + m_z\boldsymbol{k}$$

$$\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} + z\boldsymbol{k}$$

直角坐标与球坐标之间的关系为

$$\begin{cases} x = r\sin\theta\cos\lambda \\ y = r\sin\theta\sin\lambda \\ z = r\cos\theta \end{cases}$$

于是有

$$U = \frac{1}{4\pi} \frac{m_x \sin\theta\cos\lambda + m_y \sin\theta\sin\lambda + m_z \cos\theta}{r^2}$$

从上式可以看出，若地球磁矩 $\boldsymbol{m}$ 的三个分量 m_x, m_y, m_z 为已知的话，则地球上任一点的磁势即可求出。

令

$$\left.\begin{aligned} m_x &= \frac{4\pi}{\mu_0} R^3 g_1^1 \\ m_y &= \frac{4\pi}{\mu_0} R^3 h_1^1 \\ m_z &= \frac{4\pi}{\mu_0} R^3 g_1^0 \end{aligned}\right\} \tag{4-33}$$

则有

$$U = \frac{R^3}{\mu_0} \frac{g_1^0 \cos\theta + (g_1^1 \cos\lambda + h_1^1 \sin\lambda)\sin\theta}{r^2} \tag{4-34}$$

式中，g_1^1, h_1^1, g_1^0 称为高斯系数，实际上它们对应着地球磁矩 $\boldsymbol{m}$ 的三个分量 m_x, m_y, m_z；另外，在国际单位制里，它们的单位为 $\mathrm{N \cdot A^{-1} \cdot m^{-1}}$，即特斯拉(T)。由上式可以看出，只要知道 g_1^1，h_1^1, g_1^0 三个系数，空间各点的磁势就可以惟一确定。

2. 地磁场的三个分量

由(4-23)式和(4-34)式可求得地磁场的三个分量为

$$X = -\mu_0 \frac{\partial U}{\partial x} = \mu_0 \frac{\partial U}{r\partial\theta} = \left(\frac{R}{r}\right)^3 \left[-g_1^0 \sin\theta + (g_1^1 \cos\lambda + h_1^1 \sin\lambda)\cos\theta\right]$$

$$Y = -\mu_0 \frac{\partial U}{\partial y} = -\mu_0 \frac{1}{r\sin\theta} \frac{\partial U}{\partial\lambda} = \left(\frac{R}{r}\right)^3 (g_1^1 \sin\lambda - h_1^1 \cos\lambda)$$

$$Z = -\mu_0 \frac{\partial U}{\partial z} = \mu_0 \frac{\partial U}{\partial r} = -2\left(\frac{R}{r}\right)^3 \left[g_1^0 \cos\theta + (g_1^1 \cos\lambda + h_1^1 \sin\lambda)\sin\theta\right]$$

若讨论地球表面上的点的三个分量，即 $r=R$，于是有

$$\left.\begin{aligned} X &= -g_1^0 \sin\theta + (g_1^1 \cos\lambda + h_1^1 \sin\lambda)\cos\theta \\ Y &= g_1^1 \sin\lambda - h_1^1 \cos\lambda \\ Z &= -2\left[g_1^0 \cos\theta + (g_1^1 \cos\lambda + h_1^1 \sin\lambda)\sin\theta\right] \end{aligned}\right\} \tag{4-35}$$

由上式可以知道，只要已知三个系数 g_1^0, g_1^1 和 h_1^1，地球表面上各点的地磁场强度就可确定；实际上与此相反，我们是根据一定数量的地面观测值 X, Y, Z，由数据处理的方法来确定 g_1^1, h_1^1 和 g_1^0 三个系数。另外，我们可由这三个系数来确定地心磁偶极子 $\boldsymbol{m}$ 的极角 θ_0 和方位角

$$\tan\theta_0 = \frac{\sqrt{m_x^2 + m_y^2}}{m_z} = \frac{\sqrt{(g_1^1)^2 + (h_1^1)^2}}{|g_1^0|}, \quad \tan\lambda_0 = \frac{m_y}{m_x} - \frac{h_1^1}{g_1^1}$$

3. 地球磁矩

(4-33)式告诉我们，由高斯系数 g_1^1, h_1^1 和 g_1^0 可计算出地球的磁矩，即

$$m = \sqrt{m_x^2 + m_y^2 + m_z^2} = \frac{4\pi}{\mu_0} R^3 \sqrt{g_1^{1^2} + h_1^{1^2} + g_1^{0^2}} \tag{4-36}$$

物理学中已经证明，一个均匀磁化球体外部的磁场是和一个位于球心的磁偶极子的磁场等同的。因此，在考虑地心磁偶极子磁场时，也可以将地球看成是一个均匀磁化的球体，这样一来，由磁化强度的定义，即单位体积的磁矩，可求出地球的平均磁化强度 M 值为

$$M = \frac{m}{V} = \frac{m}{\frac{4\pi}{3}R^3} = \frac{3}{\mu_0}\sqrt{g_1^{1^2} + h_2^{1^2} + g_1^{0^2}} \tag{4-37}$$

将地球半径 $R=6370$ km 和 1980.0 测得的三个系数 $g_1^1=-1957$ nT，$h_1^1=5606$ nT 和 $g_1^0=-29\,988$ nT 代入(4 36)和(4-37)两式可求出

$$m = 7.91 \times 10^{22}\ \mathrm{A \cdot m^2}, \quad M = 7.30 \times 10\ \mathrm{A \cdot m^{-1}}$$

1829 年以来的地磁测量资料表明，g_1^0 由 1829 年的 $g_1^0=-32010$ nT 逐步变化到 1980 年的 $g_1^0=-29\,988$ nT，它的绝对值是在逐年变小的，因此地球的磁矩 m 也逐年变小。这是地磁场长期变化的一种表现。

4.2.2 地磁场的球谐分析

处于球心的磁偶极子场仅仅是地磁场的一种近似表示，那么究竟怎样才能更准确地表达出实际的地磁场分布呢？在地磁场的研究中，有两个重要的问题，其一是能否有一个适当的数学表达式把地磁要素的地面分布表示成地球坐标的函数；其二是地磁场是起源于地球内部还是地球外部，或者二者兼有之。

1839 年高斯用数学物理方法对地磁场进行了球谐分析，1885 年施密特又发展了这一方法，解决了上述的两个重要问题，为近代地磁学的发展奠定了基础。

若认为地磁场是由地球内部的原因引起的一种较为稳定的场，并且在地面附近不存在磁性物质，则在地球周围的空间中任意一点的磁势 U 应满足拉普拉斯方程，即(4-6)式

$$\nabla^2 U = 0$$

在球坐标系里，取球心为球坐标的原点，极轴取为地球自转轴并指向北极。r 为球心至测点 P 的距离，θ 为余纬度，λ 为经度，则上述的拉普拉斯方程的具体形式为

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial U}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial U}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2 U}{\partial\lambda^2} = 0 \tag{4-38}$$

在解上述方程过程中考虑到边界条件($r\to 0$ 和 $r\to\infty$时，有 $U\to 0$)和磁单极不存在的条件，方程有解

$$\mu_0 U(r,\theta,\lambda) = R\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=0}^{n}\Big[\left(\frac{R}{r}\right)^{n+1}(g_n^m\cos m\lambda + h_n^m\sin m\lambda) + \left(\frac{r}{R}\right)^n(j_n^m\cos m\lambda + k_n^m\sin m\lambda)\Big]P_n^m(\cos\theta) \tag{4-39}$$

式中，g_n^m，h_n^m，j_n^m 和 k_n^m 为待定常量，称为高斯系数；g_n^m 与 h_n^m 为内源场常量；j_n^m 和 k_n^m 为外源场常量。这些常量的单位和磁感应强度的单位相同，$\mathrm{P}_n^m(\cos\theta)$称为施密特形式的缔合勒让德函数。在地球表面上，$r=R$，(4-39)式变化为

$$\mu_0 U(R,\theta,\lambda) = R\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=0}^{n}\big[(g_n^m\cos m\lambda + h_n^m\sin m\lambda) + (j_n^m\cos m\lambda + k_n^m\sin m\lambda)\big]\mathrm{P}_n^m(\cos\theta) \tag{4-40}$$

(4-39)和(4-40)式称为地磁场磁势的高斯级数表达式。

如果我们只讨论地磁场的起源于地球内部的基本磁场，可取(4-39)式中 $r^{-(n+1)}$ 项就可以作为基本磁场磁势的高斯级数表达式，即

$$\mu_0 U = R\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=0}^{n}\left(\frac{R}{r}\right)^{n+1}(g_n^m\cos m\lambda + h_n^m\sin m\lambda)\mathrm{P}_n^m(\cos\theta) \tag{4-41}$$

利用(4-14)式,可以得到基本磁场三个分量在地球表面上的高斯级数表达式

$$X(\theta,\lambda) = \sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=0}^{n}(g_n^m\cos m\lambda + h_n^m\sin m\lambda)\frac{\mathrm{dP}_n^m(\cos\theta)}{\mathrm{d}\theta} \tag{4-42}$$

$$Y(\theta,\lambda) = \sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=0}^{n}(g_n^m\sin m\lambda - h_n^m\cos m\lambda)\frac{m}{\sin\theta}\mathrm{P}_n^m(\cos\theta) \tag{4-43}$$

$$Z(\theta,\lambda) = -\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=0}^{n}(n+1)(g_n^m\cos m\lambda + h_n^m\sin m\lambda)\mathrm{P}_n^m(\cos\theta) \tag{4-44}$$

它的无穷远边界条件为$U|_{r\to\infty}=0$。利用球谐函数的正交性和利用地球表面上三个分量的观测值 X,Y,Z 中任何一个,就可以确定高斯系数 g_n^m 和 h_n^m。例如,如果知道 Z 分量的全球连续分布,则可求得

$$g_n^m = -\frac{2n+1}{4\pi(n+1)}\int_0^{\pi}\int_0^{2\pi}Z(\theta,\lambda)\mathrm{P}_n^m(\cos\theta)\cos m\lambda\sin\theta\mathrm{d}\lambda\mathrm{d}\theta$$

$$h_n^m = -\frac{2n+1}{4\pi(n+1)}\int_0^{\pi}\int_0^{2\pi}Z(\theta,\lambda)\mathrm{P}_n^m(\cos\theta)\sin\lambda\sin\theta\mathrm{d}\lambda\mathrm{d}\theta$$

需要说明的是,这里所用的 X、Y 与 Z 的观测值应是消除了变化磁场以后的数值。

我们可以用同样的方法来讨论地磁场的外源成分,此时需考虑的边界条件是 $U|_{r\to0}=0$,由(4-14)式和(4-40)式可求出外源场的三个分量,而总的地磁场应是内源场和外源场之和。

地磁场球谐分析结果表明,外源场仅占总地磁场的万分之几到千分之几,偶而可达百分之几。由此可看出,地磁场的来源主要在地球内部。

4.2.3 地磁场的长期变化

地磁场长期观测表明,地球基本磁场不是恒定不变的,而是随时间有缓慢的变化,这种变化称为地磁场的长期变化。地磁场长期变化的时空分布是追踪地球内部物质运动的重要线索,是固体地球物理的重要课题之一。地磁场长期变化主要表现在地球磁矩衰减、偶极子场和非偶极子场的西向漂移。这些变化具有全球性的统一特征,一般认为它是来源于地核内部或核幔边界。

一、长期变化现象

最早长期变化现象较为系统的记录是磁倾角和磁偏角的变化。图 4-18 是 400 年来伦敦和

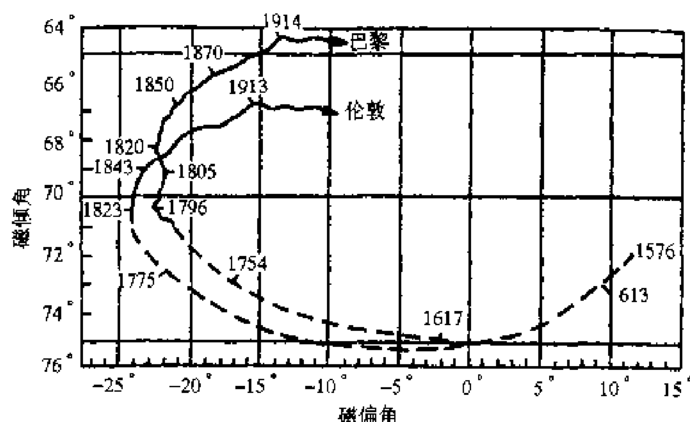


图 4-18 伦敦与巴黎磁倾角与磁偏角的矢量图

巴黎磁倾角与磁偏角的矢量图。由图可以看出，磁倾角和磁偏角的变化在相当长的一段时间内(几十年)表现为单调的增减变化。表 4-2 列出了伦敦、巴黎和罗马的磁偏角长期变化的情况 。由表可以看出极大值到极小值的时间间隔约为 240 年。因此磁偏角的长期变化似有 500 年左右的周期。

表 4-2 伦敦、巴黎与罗马的磁偏角长期变化

年 份	磁偏角(伦敦) (°)	磁偏角(巴黎) (°)	磁偏角(罗马) (°)
1540	7.2	8.2	—
1560	9.6	9.3	10.47
1580	10.93	9.6	10.61
1600	10.43	8.8	11.41
1620	7.26	6.9	9.88
1640	3.27	4.42	7.29
1660	−0.59	0.86	3.86
1680	−3.89	−3.47	−0.01
1700	−7.03	−7.99	−4.01
1720	−10.97	−12.27	−7.77
1740	−15.30	−15.83	−11.02
1760	−19.59	−18.76	−13.63
1780	−22.65	−20.87	−15.51
1800	−24.07	−22.12	−16.64
1820	−24.09	−22.40	−17.06
1840	−23.22	−21.34	−16.77
1860	−21.55	−19.54	−15.84
1880	−18.73	−16.76	−14.17
1890	−17.57	−15.16	−11.66
1900	−16.0	−14.60	—
1942	−10.0	−8.00	−3.00

许多地磁台的长期观测均表明各地磁要素的平均值都有显著的逐年变化。通常用某一年的长期变化率来表示这一年地磁要素的变化大小。t_0 年的长期变化率(年变率)的定义是

$$\frac{\Delta F}{\Delta t}=\frac{F_2-F_1}{t_2-t_1}$$

式中，F_2 与 F_1 是 t_2 年与 t_1 年某地磁要素的平均值，$t_0=\frac{1}{2}(t_1+t_2)$。

和地磁图一样，也可以把各地磁要素的年变率的等值线绘于地图上，这种等值线图称为地磁场长期变化图。图 4-19 是 1980.0 年世界地磁场垂直强度长期变化图，图中有几个中心(也称为焦点)，中心处年变率较大。

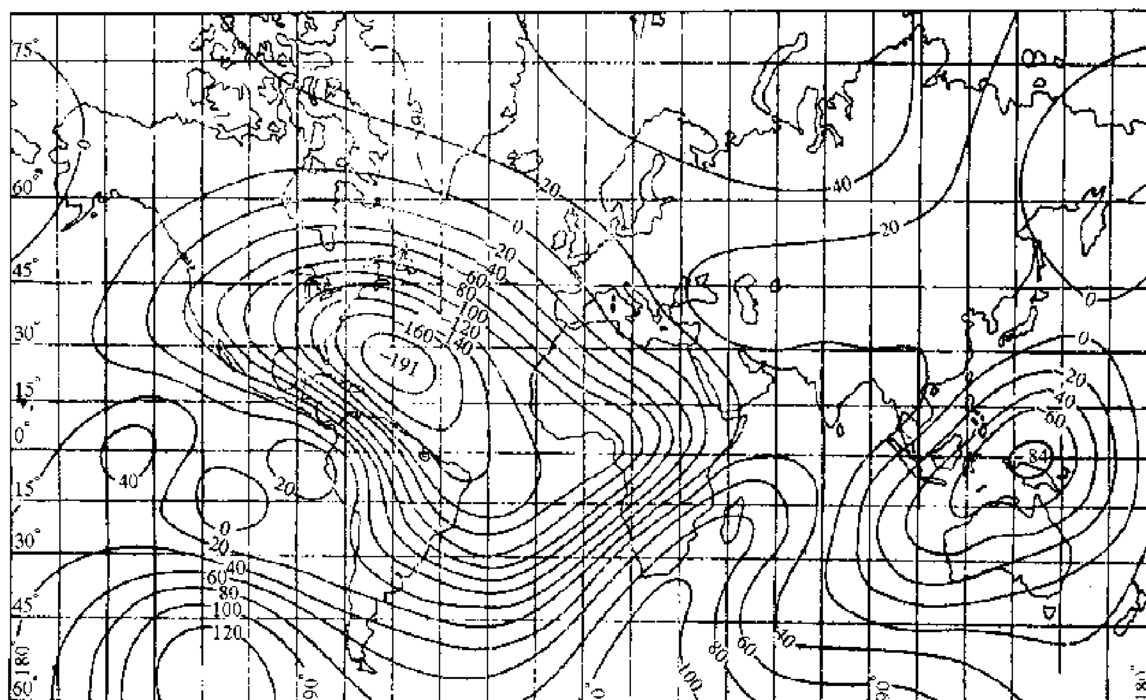


图 4-19 世界地磁场垂直强度长期变化图(1980.0 年)
(单位为 nT/a)

二、磁偶极子磁矩的衰减

由各年代的高斯系数 g_1^1,h_1^1,g_1^0 和(4-36)式就可以算出各年代的磁偶极子的磁矩。图 4-20 绘出了地球磁矩近 200 年来的变化。从各年代磁偶极子磁矩的结果表明,目前磁矩的衰减率为 $\mathrm{d}m/\mathrm{d}t=-4.2\times10^{19}\ \mathrm{A\cdot m^2/a}$,所以 $\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t}\Big/m=\frac{-4.2\times10^{19}}{7.91\times10^{22}}=-5.3\times10^{-4}/\mathrm{a}$,这说明了在最近 100 年内,地球磁矩衰减了 5.3%。若假定这种衰减趋势今后一直维持的话,大约 2000 年后磁偶极子磁场不复存在,但是古地磁研究指出,这种衰减速率并不是不变的,特别重要的事实是在约 2000 年之前它是上升的。

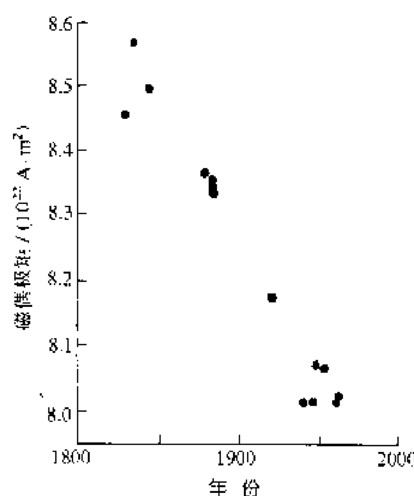


图 4-20 地球磁矩的衰减

永田武等系统地研究了地磁场长期变化,提出了近代地磁场长期变化有如下六个特征:

1. 磁偶极子磁矩每年以 0.05%的速率衰减;
2. 磁偶极子以 0.05°/a 的速率沿经度方向向西移动;
3. 磁偶极子以 0.02°/a 的速率沿纬度方向向北移动;
4. 非偶极子场以 0.2°/a 的速率沿经度方向向西漂移;
5. 非偶极子场以 10 nT/a 量级的速率增减;
6. 地磁场长期变化本身以 0.3°/a 的速率向西漂移。

长期变化资料的频谱分析和对古地磁资料的研究指出,地磁场的长期变化可能具有下列

各种周期,即 22 年,50～70 年,120 年,180 年,500～600 年,1000 年以及 7000～8000 年等。

4.2.4 地磁场的成因

人们对地磁场的成因作过各种各样的探讨,创立了众多的假设。由于它与地球演化、地球内部的能量和运动以及天体磁场来源密切关系而成为地球物理学重大理论难题之一,至今尚未有满意的结果。

地磁场的球谐分析从理论上肯定了地磁场的源在地球内部,并且地磁场在时间上具有稳定的空间磁偶极特征,以及在漫长的地质史上磁偶极磁场曾经历过多次反向(从统计意义上讲,正、反极性的几率相等),这些都是地磁场起源理论要解释的主要现象。

随着人们对于地球内部结构和物质组成认识的深化,揭示了液体外核铁镍成份所可能具有的高导电性能,提供了由物质运动和磁场相互作用维持地磁场的有利场所。而地磁场长期变化的西向漂移现象的研究提供了估计这种运动状态和量级的一种可能,这就是 20 世纪 40～50 年代发展起来的"发电机理论"。这种理论刚刚问世的时候尚不能解释地磁场反向的事实,后来又有"非稳定的发电机理论",可以解释地磁场反向的现象。这在很大程度上提高了"发电机理论"的声誉。目前它被认为是地磁场起源理论中最为合理的和有希望的一个。

先考虑最简单的情况,即单圆盘发电机,如图 4-21 所示。导电圆盘 A 在轴向外磁场 $\boldsymbol{B}_0$ 中以角速度 ω 绕轴旋转,电刷 B 与圆盘 A 的边缘相接触,并与环形回路相连接。回路的另一端由电刷 C 与轴相接触。导电圆盘在磁场中运动,将产生经向的感应电动势(动生电动势),即在转轴与圆盘边缘之间产生电动势,于是有电流 I 在环形回路中流动。此电流产生的磁场,在圆盘范围内可看作是均匀的。若环形回路方向选择适当,电流 I 产生的磁场 $\boldsymbol{b}$ 与外磁场 $\boldsymbol{B}_0$ 同方向。若圆盘旋转速度足够大,则磁场将不断增强,若旋转速度过小,则磁场将不断衰减。在稳定状态中,得到的场强维持一常数值。

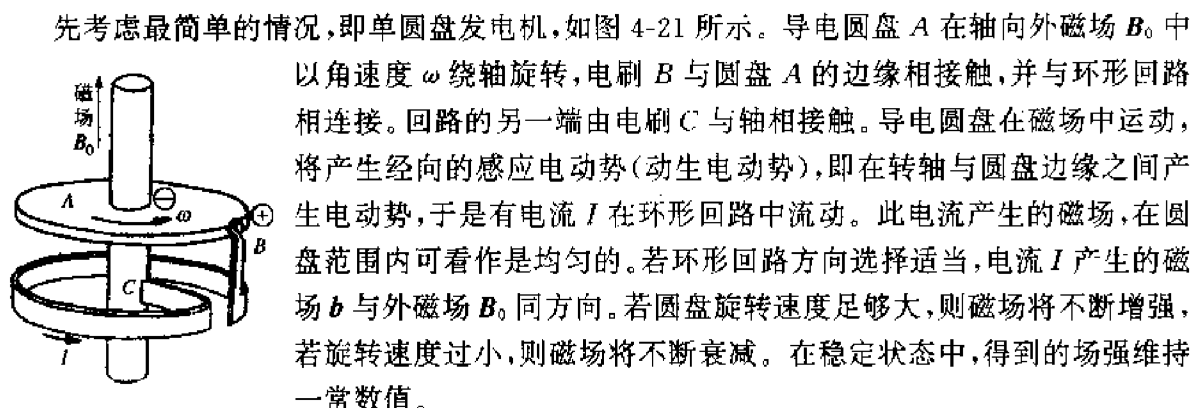


图 4-21 单圆盘发电机

当圆盘 A 在外磁场 $\boldsymbol{B}_0$ 中旋转时,转轴与圆盘边缘之间的电动势为

$$\varepsilon = \int_0^a (\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}_0) \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{r} = \int_0^a vB_0 \mathrm{d}r = \int_0^a \omega B_0 r \mathrm{d}r = \frac{1}{2}\omega a^2 B_0$$

式中,a 为圆盘半径。若设整个回路的电导为 σ,那么回路中的起始电流为

$$\Delta I = \frac{1}{2}\omega\sigma a^2 B_0$$

设回路电流产生的磁场 $\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{B}_0$ 同方向,则总磁场 $B=b+B_0$。在圆盘旋转时,由于产生的磁场 b 是变化的,故通过圆盘的磁通量 Φ 也是变化的,因此在圆盘里又有附加的电动势

$$\Delta\varepsilon = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = -\pi a^2 \frac{\mathrm{d}b}{\mathrm{d}t}$$

于是环形回路中的电流为

$$I = \sigma\left[\frac{1}{2}\omega a^2 (b + B_0) - \pi a^2 \frac{\mathrm{d}b}{\mathrm{d}t}\right]$$

在一级近似情况下,且设磁导率 $\mu=\mu_0$,取环形回路中心的磁场值为 b 值,即

$$b=\frac{\mu_0 I}{2a}$$

设 B_0 很小，可以忽略，因此有

$$2\pi a\frac{\mathrm{d}b}{\mathrm{d}t}=b\left(\omega a-\frac{4}{\mu_0\sigma}\right)$$

为使$\frac{\mathrm{d}b}{\mathrm{d}t}>0$，即磁场随圆盘转动而增强，必须有

$$\omega a>\frac{4}{\mu_0\sigma}$$

在稳定状态时，则要求

$$\omega=\frac{4}{\mu_0\sigma a}\tag{4-45}$$

设地核内相对转动的半径为地核半径的一半，考虑一理想回路模型，可以得到

$$\omega\approx10^{-10}/\mathrm{s}$$

这个量级在地核中是允许的。

另外还有一个问题需要说明，上述讨论中原始外磁场 $\boldsymbol{B}_0$ 是如何来的？现在人们认为地球内部存在铁磁体，而铁磁体绕轴旋转可以产生一个弱磁场。根据理论计算，若铁磁体绕轴旋转频率为 n，铁磁体沿其旋转轴方向磁化的磁化强度 M 为

$$M=1.5\times10^{-3}n(\mathrm{A\cdot m^{-1}})$$

对于地球来说，$n=\frac{1}{8.64}\times10^{-4}/\mathrm{s}$，则有

$$M=1.7\times10^{-8}(\mathrm{A\cdot m^{-1}})$$

虽说这个数值比地球的平均磁化强度 7.3×10 A/m 小很多，但它毕竟提供了在发电机理论中必不可少的原始外磁场 $\boldsymbol{B}_0$。

上述单圆盘发电机模型虽能说明有一个稳定的地磁场，但难以解释地磁场的长期变化与磁极性反转。为此力武常次提出了双圆盘发电机理论。图 4-22 绘出了双圆盘发电机示意图。两个圆盘之间存在着非线性电磁耦合作用，圆盘角速度 ω 将受到扰动。与此相应，系统电流也发生变化。当电流扰动加大到一定的程度时，系统电流反向，并有可能围绕新的反向后的平衡位置摆动，结果磁场发生倒转。由于双圆盘发电机模型解释了地磁场长期变化和地磁场方向反转的事实，增强了人们对发电机理论的信念，但这种理论与地核内部可能的真实过程相差很远。

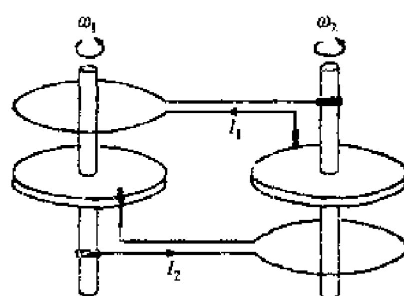


图 4-22 双圆盘发电机

4.3 变化磁场

地磁场是由起源于地球内部稳定的基本磁场和起源于地球外部的各种电流体系的短期变化磁场组成的。这类短期的变化磁场是一种复杂的地磁现象，它们具有不同的形态和时空分布特征，并且彼此又常常叠加在一起，因此地磁场的变化有时比较平缓，有时比较剧烈，有时甚至形成复杂的扰动，但是它们基本上可以划分为两大类，即平静变化和干扰变化。

4.3.1 平静变化

平静变化起源于电离层中比较稳定的电流体系的周期性变化，因此它是连续出现的各种周期性的平缓变化，并且叠加在地球基本磁场之上。平静变化又可分为太阳日变化（简称日变）、太阴日变化及年变化。三者中日变的幅度最大。

一、太阳静日变化 S_q 和年变化

太阳静日变化是以太阳日（24 小时）为周期的日变化，由每月 5 天磁静日统计得出，通常记作 S_q。太阳静日某一时刻 S_q 的数值为该时刻磁场值减去 S_q 为零的基线值。零基线值一般采用当天的日均值。S_q 除了有确定周期性外，另一个显著的特点是白天（6～18 时）的变化强，夜间的变化弱。图 4-23 是我国某地地磁场强度 Z 分量在不同季节的静日变曲线。图 4-24 是我

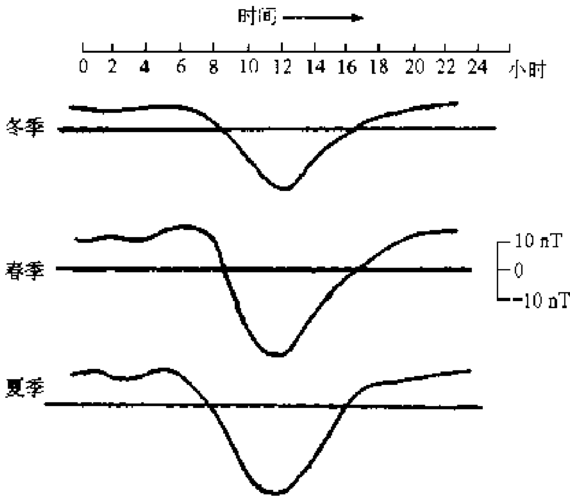


图 4-23 不同季节的 Z 日变曲线图

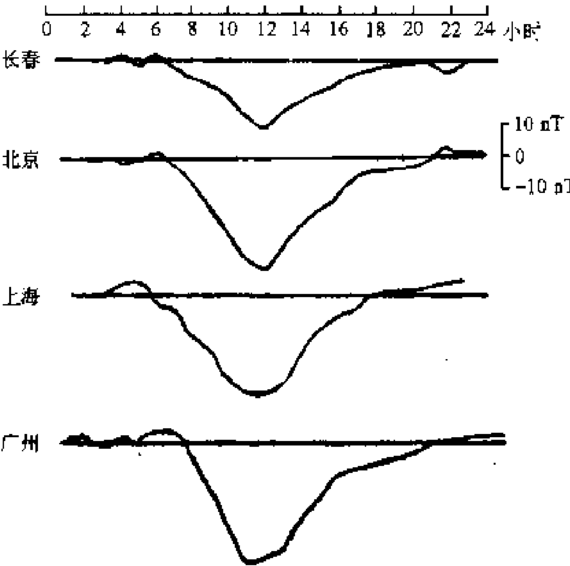


图 4-24 不同纬度的 Z 日变曲线图

国不同纬度的几个城市的 Z 分量日变曲线。由日变曲线可以看出，白天的变化大，而夜间变化小，夏季的变化幅度比冬季大。Z 分量的日变曲线基本特征是在中午前后有一个明显的极值

(北半球极小，南半球为极大)，在磁纬度 $\phi=\pm30°$附近有最大的变幅。我国大部分地区 Z 分量的 S_q 变幅在 20～50 nT 左右。图 4-25 和图 4-26 是上海佘山地磁台 1949～1959 年磁偏角 D、水平分量 H 和垂直分量 Z 的日变幅月均值的季节变化和日变幅年均值的年变化。季节变化的特点是冬季(11，12 和 1，2 四个月)的 D,H,Z 的日变幅均小；春秋节(3，4 和 9，10 四个月)及夏季(5，6，7，8 四个月)的 D 和 Z 的日变幅无显著变化，而 H 的日变幅夏季比春秋季小得多。不过，大约在纬度高于±(40°～45°)的地区，D,H,Z 的日变幅均显示夏季最大，冬季最小，而春秋季居中。年变化的特点是在太阳活动极小年(1954 年)附近，变幅均最小；在太阳活动极大年(1957 年)附近，变幅均最大。图 4-27 绘出 1910～1960 年上海佘山地磁台每年"1 月 1 日"磁偏角日变幅 R_D 和每年太阳黑子数 R 的年变化曲线。所谓"1 月 1 日"的日变幅就是相邻两年所有日期的日变幅的平均值。图 4-27 表明，太阳活动强，太阳黑子数多，地磁日变化也强；太阳活动弱，太阳黑子数少，地磁日变化也弱。年变化在一天或几天之内是很微小的，并且可以当做是单向变化。

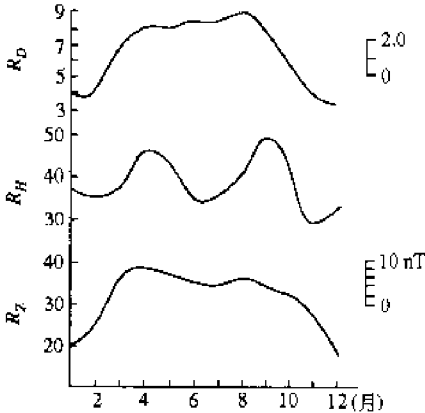


图 4-25 上海佘山台 S_q 日变幅的季节变化

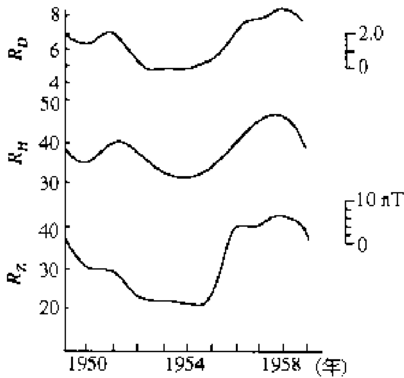


图 4-26 上海佘山台 S_q 日变幅的季节变化

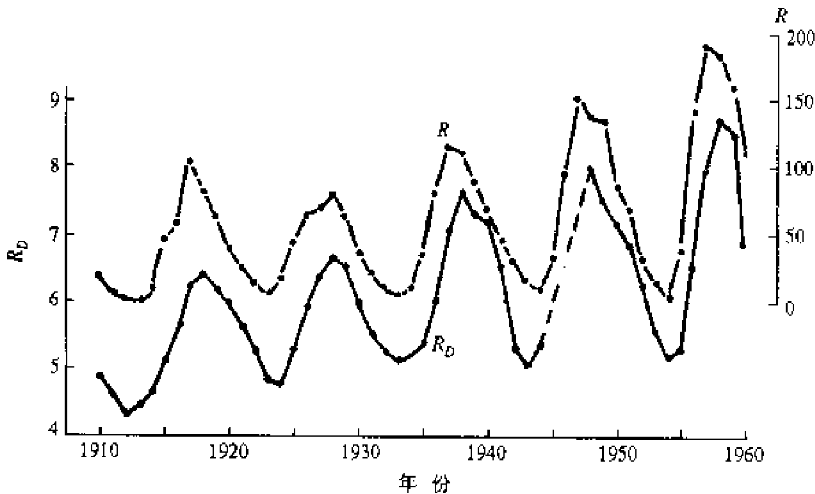


图 4-27 上海佘山台 $S_q(D)$日变幅 R_D 和太阳黑子数 R 的相关性

观察已证明，S_q 的电流体系位于电离层的 E 区(地面以上 90 km 至 120～150 km)，该区主要负离子均为电子，正离子为 O_2^+，N_2^+。电离层为完全中性部分电离的气体，有较好的导电性能。在太阳直射的地方，正、负离子的浓度大，而夜间浓度小。由于太阳、月球的潮汐作用以及

压强、温度的变化，电离层将产生以水平方向为主的运动，这种运动和地磁场相互作用产生涡电流，从而引起日变的电流体系。

二、太阴日变化 L

太阴日变化是依赖地方太阴时并以半个太阴日为主要周期的周期性变化。因为太阴日(24小时50分28秒)比太阳日约长1个小时，所以统计 L 时可以直接利用各地磁要素的时均值数据，也即每个太阴日取25个时均值。由于每个太阴日取25个时均值，等于把太阴日延长9分32秒，这样经过6天就累计延长1个小时。因此，第六天将缺少第25个时均值数据，这时可把第24个时均值作为第25个时均值重复使用一次。

太阴日变化是非常微弱的，磁偏角的最大振幅只有40″，水平分量和垂直分量的最大振幅只有1～2 nT。

4.3.2 干扰变化

地磁场的干扰变化常称为磁扰，主要有磁暴和地磁脉动两种类型。

一、磁暴

磁暴的一个重要特征是它具有强烈的地磁扰动，几乎同时在各地被记录到，各地磁暴起始时间只相差1～2 min。磁暴和太阳活动与地磁相互作用存在着密切的联系。统计资料表明，在太阳上出现大耀斑以后的1～3天内，往往有磁暴伴随发生。磁暴起源于太阳活动区喷射出的高速等离子体流。这些带电粒子流射向地球的运动过程中，在与地磁场相互作用下，在磁层边界上产生的电流体系引起了磁暴初相阶段磁场强度的增加；当粒子流被地磁场阻止在几个地球半径的距离以外，并且笼罩着地球，这时粒子流表面的带电粒子在地磁场的作用下将产生一个由东向西的环形电流，这种环形电流引起了磁暴主相阶段磁场水平强度的下降，而后随着环形电流逐渐衰减，地磁场逐渐恢复，这阶段就是磁暴恢复相阶段。耀斑激波触发磁暴的机制目前仍不很清楚，Akasofu 提出了一种可能机制。在激波扫过磁层顶后，等离子体和磁场处于高度湍动状态，磁场的方向也不断变化。这使得太阳风—磁层发电机效率 P 已增高，当 $P>10^{12}$ W 时，磁暴主相就发生了。

磁暴的形态各异，不仅不同的磁暴在形态上的差别可以很大，而且同一磁暴在不同的纬度处所记录到的磁暴形态也不相同。图4-28绘出了1959年11月27日的磁暴，在几个不同纬度处记录到的 D,H 和 Z 三个分量的磁暴曲线。由这些曲线可以看出，在高纬度区，磁暴的形态很不规则，并且扰动成分多而幅度又较大；在中低纬度，磁暴的形态比较规则，并且扰动成分少而幅度又较小。从曲线还可看出，D,H 和 Z 三个分量的变化情况也各不相同。除极区外，一般地说水平分量 H 的变化最为强烈，尤其在中低纬度区，水平分量的变化幅度大且形态最清楚，磁暴的主要效应是使地磁场水平分量减小。因此，常用中低纬度地区水平分量 H 的变化形态来研究磁暴的形态特征。磁暴的典型形态是在磁暴开始以后的最初几个小时以内，水平分量 H 主要是增大，这个部分称为磁暴的初相；接着 H 迅速减小，约经过几小时或十几个小时，H 减小到最小值，此部分称为磁暴的主相；然后，H 又逐步回升，约经过一天或几天才可恢复到正常的日变形态，这个部分称为磁暴的恢复相。在中低纬度区，初相幅度约为几至几十 nT，主相幅度约为数十或数百 nT，主相幅度约比初相幅度大几倍。

从时间上来看，磁暴何时发生带有偶然性，但由长期磁暴资料统计结果表明，一部分磁暴具有相隔27天左右重复出现的性质；春秋两季发生磁暴次数多，冬夏两季次数少；如果以历年

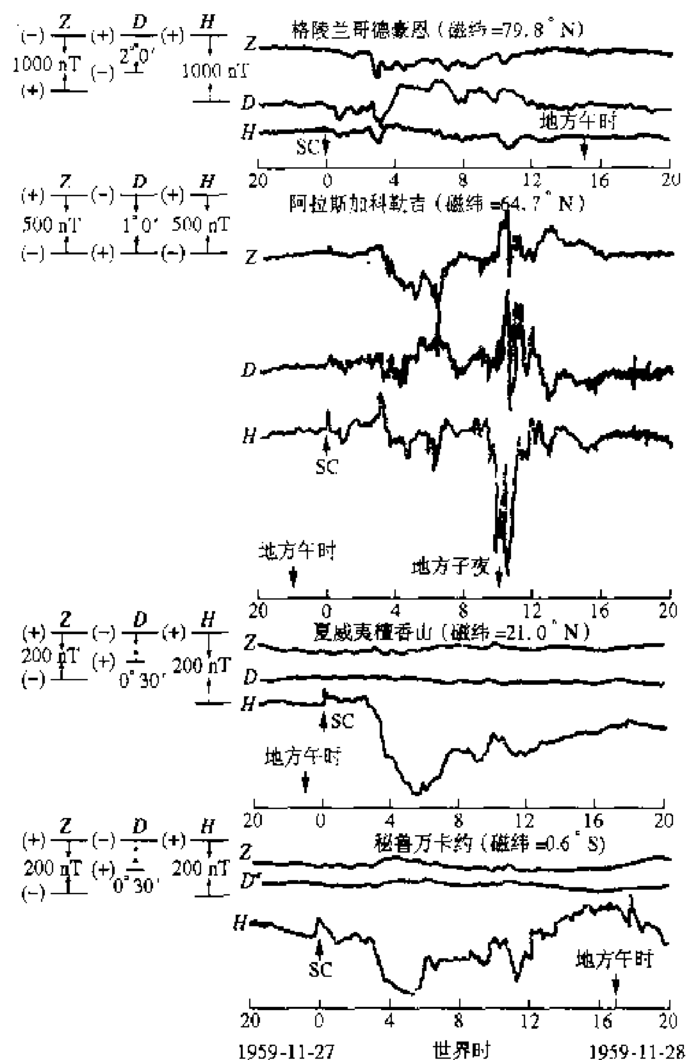


图 4-28　1959 年 11 月 27 日的磁暴

变化趋势来看，每年磁暴次数的变化大致有 11 年的周期性。

每年发生的磁暴数目和太阳活动情况关系密切。太阳活动极大年磁暴多，太阳活动极小年磁暴少。图 4-29 显示了磁暴出现的频率(N)和太阳活动性的关系。磁暴的确定是根据表示地

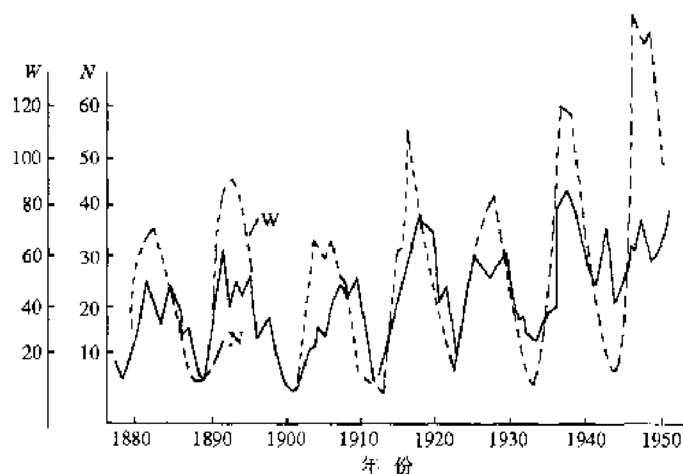


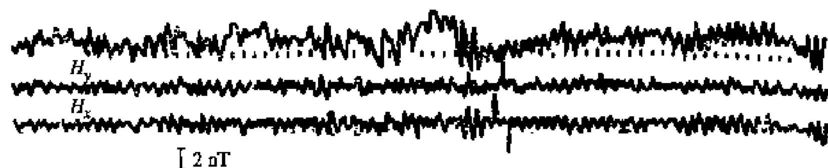
图 4-29　磁暴频率(N)与沃尔夫数(W)随时间的关系

磁扰动强度的磁情指数 K，每一级 K 有一个确定的扰动幅度下限 a_{min}，例如 $K=5$，有 $a_{min}=70$ nT。在 $K\leqslant4$ 下，扰动幅度下限是成倍增加的，在 $K\geqslant5$ 以上，K 和 a_{min} 为近似的对数关系。所谓磁暴，它的磁情指数 $K\geqslant5$。

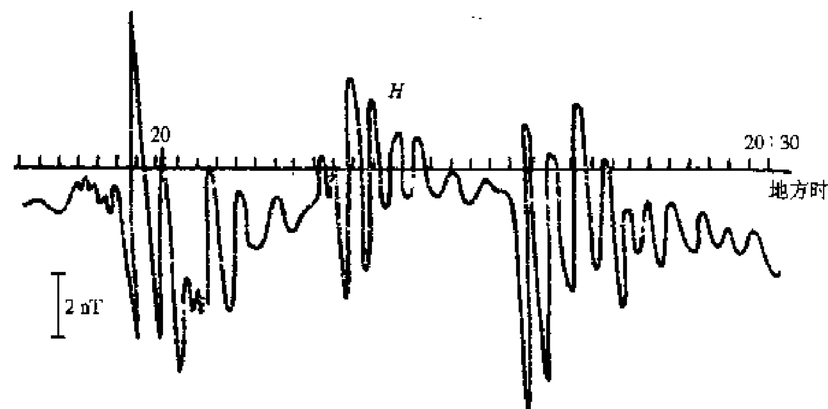
磁暴发生时，地磁场和电离层发生了强烈的扰动，使得通讯用的无线电波受到严重的干扰，甚至可能使短波无线电通讯完全中断，野外磁测工作无法进行。

二、地磁脉动

地磁脉动是一种短周期的地磁干扰，形态、周期和振幅各异。在形态上看，地磁脉动可分为连续脉动型和不规则脉动型两大类。图 4-30(a)，(b)分别表示这两大类地磁脉动的典型例子。周期一般为 0.2～1000 s，最短周期可在 0.1 s 以下，最长周期可达 1500 s。振幅一般为 10^{-2}～10^{1} nT 量级，最小振幅不足 0.01 nT，甚至 0.001 nT，最大振幅可达 100 nT，甚至 500 nT 以上。



(a) 1961 年 3 月 29 日 P_c3 记录(包罗克台)



(b) 1961 年 3 月 29 日 P_i2 记录(包罗克台)

图 4-30

地磁脉动可能是由于地表以上 1000 km 磁层内或磁层边界等离子体不稳定性以及太阳风(太阳连续不断向外发射的等离子体)和磁层的相互作用下，磁流波沿磁力线的共振激发引起的。

4.4 磁法勘探

地表观测到的地磁场，除了变化磁场外，主要是由起源地球内部的正常场和地壳内部各种地质体磁性产生的异常场组成的。磁法勘探就是利用磁力仪测得的数据判定这种磁异常，掌握它的分布规律，对磁异常作出解释，从而达到找矿和解决各类地质问题的目的。

4.4.1 岩石、矿石的磁性

任何物质均有磁性。岩石由矿物组成的，岩石中极大部分矿物属抗磁性(例如石英、石膏、方解石、大理石、石墨、岩盐等)和顺磁性(例如黑云母、辉石、角闪石、石榴子石等)。抗磁性(磁化率$\chi<0,\chi\sim1$)和顺磁性(磁化率$\chi>0,\chi\sim1$)物质在无磁场情况下，不显示磁性，所以它们没有剩磁。只有少部分矿物(例如磁铁矿$FeO\cdot Fe_2O_3$、磁赤铁矿γFe_2O_3、赤铁矿αFe_2O_3、钛磁铁矿$FeO\cdot nTiO_2$和磁黄铁矿FeS_x等)具有亚铁磁性，它们具有剩磁。自然界不存在纯铁磁性矿物。表4-3列出了主要磁性矿物的磁特性。

表4-3 主要磁性矿物的磁特性

磁性矿物	磁化率χ	饱和磁化强度$M_s/(A\cdot m^{-1})$	矫顽力$H_c/(A\cdot m^{-1})$	居里点$t_C/°C$
$FeO\cdot Fe_2O_3$	0.1～2.9	4.8×10^5	$(0.6-2.4)\times10^3$	560～565
γFe_2O_3	0.1	2.0×10^4	$(2.4\sim318)\times10^3$	720
αFe_2O_3	$(20\sim100)\times10^{-6}$	2.2×10^3	6.0×10^6	675
$FeO\cdot nTiO_2$	$5\times10^{-4}\sim0.1$			500～室温
FeS_x $(1<x<2.14)$	0.02～1	6.2×10^4	$(1.2\sim1.6)\times10^4$	300～325

一般说来，岩石中铁磁性矿物的含量高，它的磁化率高，剩余磁化强度也大，但它们并非有严格的正比关系。这是因为铁磁性矿物的磁性和它们的结构、颗粒大小、形状以及它们的分布状况有很大的关系，另外高温和高压也会对岩石中矿物的磁性产生影响。

一般情况下，火成岩的$FeO\cdot Fe_2O_3$含量高，剩磁强，沉积岩的$FeO\cdot Fe_2O_3$含量少，剩磁弱，变质岩的剩磁强度介于两者之间，其磁性取决于原来岩石的磁性。火成岩由酸性向基性过渡，SiO_2含量减少，铁磁性矿物含量逐渐增多，磁性逐渐增强。各类岩石的剩余磁化强度的大致范围见表4-4所示。

表4-4 岩石的剩余磁化强度

岩石类型	$M_r/(10^{-3}A\cdot m^{-1})$
超基性岩	$10^2\sim10^4$
基性岩	$10^0\sim10^4$
酸性岩	$10^0\sim10^4$
变质岩	$10^{-2}\sim10^2$
沉积岩	$10^{-2}\sim10^2$

岩石的剩余磁化强度M_r是其在形成时和以后的历史时期中的地磁场作用下形成的，如今岩石又在现今地磁场H_t作用下产生感应磁化强度J_i，所以岩石总磁化强度矢量$\boldsymbol{M}$为上述二矢量之和，即

$$\boldsymbol{M}=\chi\boldsymbol{H}_t+\boldsymbol{M}_r \tag{4-46}$$

式中，χ为岩石磁化率；$\boldsymbol{H}_t$为地磁场强度矢量。

由于地磁场强度H_t在地表各处都是恒定值，因此岩石磁性研究的主要内容是岩石磁化率和剩余磁化强度。

4.4.2 磁法勘探仪器

用于地面测量磁异常的磁力仪器有多种形式，以下介绍机械式磁力仪、质子旋进磁力仪和

光泵磁力仪。超导磁力仪将在古地磁学一章中予以介绍。

一、机械式磁力仪

机械式磁力仪具有天平式结构，故也称之为磁秤。从20世纪20年代开始它就被广泛用于地面磁异常测量，主要目的是为了发现磁性铁矿。图4-31绘出了测量地磁场垂直分量 Z 相对值的磁秤的磁系结构图。磁系是由两片薄钨磁钢片(相当于磁针)构成，其间用一铝质方框连接。铝方框上装有石英刃口，使整个系统如天平那样可悬挂和偏转(测量垂直分量的磁秤的磁系旋转轴平行于磁子午面)，垂直分量 Z 的强弱决定了偏转角 θ 的大小。角 θ 通过磁系上反光镜的光点在磁力仪上的刻度尺上的偏转数求得。可以计算磁系的灵敏度，即如磁钢片停留在方位角 φ 的垂直平面内，并与水平面成 θ 角(如图4-32)，则使磁系反时针方向转动的水平分量 H

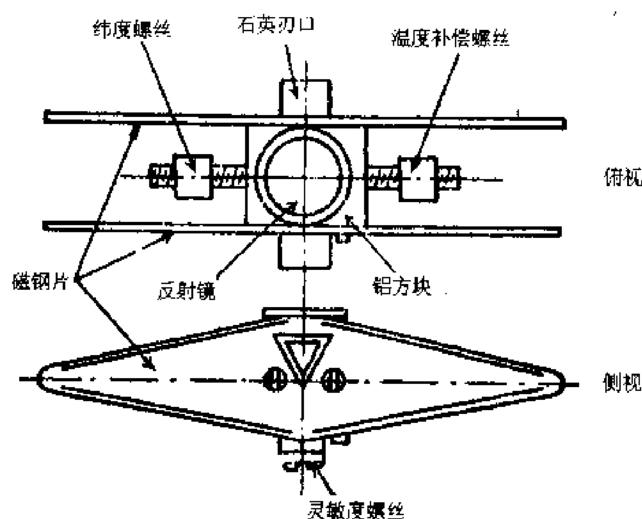


图4-31 刃口式磁秤的磁系

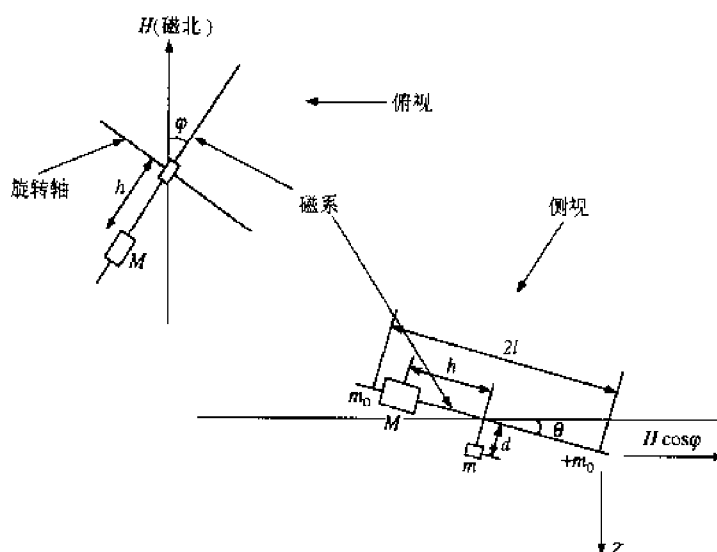


图4-32 铅垂磁系的工作原理

的磁力矩与质量为 M 的纬度螺丝、质量为 m 的灵敏度螺丝和温度自动补偿螺丝等的重力矩与使磁系顺时针方向转动的垂直分量 Z 的磁力矩相平衡时，有

$$2ZQ_m l\cos\theta = (Mh\cos\theta + md\sin\theta)g + 2HQ_m l\cos\varphi\sin\theta,$$

式中，Q_m 为磁钢片（磁针）磁荷值；g 为重力加速度；l,h,d 分别为磁系半长度、纬度螺丝和灵敏度螺丝与刃口之间的距离。

若令 $P_m=2Q_ml$ 为磁系的磁偶极矩，则

$$Z=\frac{g}{P_m}(Mh+md\tan\theta)+H\cos\varphi\tan\theta$$

当 θ 很小时，有

$$Z=\frac{Mgh}{P_m}+\left(\frac{mgd}{P_m}+H\cos\varphi\right)\theta$$

于是磁系的灵敏度为：

$$\Delta Z=\left(\frac{mgd}{P_m}+H\cos\varphi\right)\Delta\theta$$

测量时常使磁系的方位角 $\varphi=\pi/2$，故磁系灵敏度为：

$$\Delta Z=\frac{mgd}{P_m}\Delta\theta \tag{4-47}$$

由上式可知，减小 m,d，增大 P_m 可提高磁系的灵敏度（$\Delta\theta/\Delta Z=P_m/mgd$）。这种磁力仪的灵敏度不难达到 10 nT/格，适用于一般的地面测量。

二、质子旋进磁力仪

质子旋进磁力仪是根据核磁共振原理制成的。水、酒精和有机质溶液均含有大量氢原子核。每个氢原子核（质子）作着自旋运动，同时具有自旋角动量 $\boldsymbol{L}$ 和自旋磁矩 $\boldsymbol{P}_m$，质子荷正电，$\boldsymbol{L}$ 和 $\boldsymbol{P}_m$ 的方向是一致的。质子在外磁场（如地磁场 $\boldsymbol{B}_t$）下，受到一力矩 $\boldsymbol{P}_m\times\boldsymbol{B}_t$ 的作用，从而引起质子角动量的变化。根据角动量定理，有

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{L}}{\mathrm{d}t}=\boldsymbol{P}_m\times\boldsymbol{B}_t \tag{4-48}$$

角动量的变化引发自旋磁矩方向的改变，又导致力矩方向的变化，周而复始，即质子绕外磁场（$\boldsymbol{B}_t$）方向作进动，如图 4-33 所示。将（4-48）式改写成

$$\mathrm{d}L=P_mB_t\sin\theta\mathrm{d}t, \tag{4-49}$$

式中，θ 是 $\boldsymbol{P}_m$ 与 $\boldsymbol{B}_t$ 之间的夹角。由图 4-33 可以得到

$$\mathrm{d}L=L\sin\theta\mathrm{d}\varphi \tag{4-50}$$

将上式代入（4-49）式，有

$$\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t}=\frac{P_m}{L}B_t \tag{4-51}$$

令 $\omega=\mathrm{d}\varphi/\mathrm{d}t$，$\gamma_p=P_m/L$，则有

$$\omega=\gamma_pB_t \tag{4-52}$$

这里 ω 是质子以外磁场（$\boldsymbol{B}_t$）为轴的旋进圆频率；γ_p 是质子的旋磁比，即质子自旋磁矩 P_m 与自旋角动量 L 之比，它是一个常量。对质子有

$$\gamma_p=2.67512\times10^8\,\mathrm{s^{-1}\cdot T^{-1}}$$

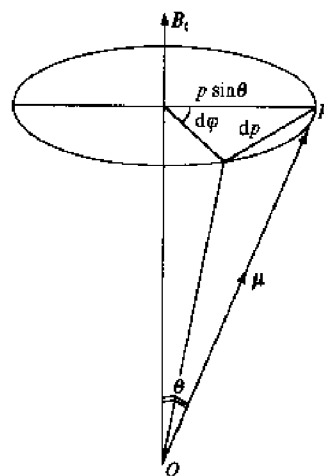


图 4-33 质子作旋进运动

因为 $\omega=2\pi f$，所以有

$$B_t=\frac{2\pi}{\gamma_p}f=23.4874f\ (\mathrm{nT}) \tag{4-53}$$

式中，f 是质子的旋进频率，B_t 的单位为 nT。上式说明，地磁场 B_t 的大小与质子的旋进频率成正比。这种简单的正比关系，就把对地磁场的测量转化为对质子旋进频率 f 的测量。这就是质子旋进磁力仪的测量原理。

质子旋进磁力仪包括质子试样源、极化磁场(强度为 4000～8000 A/m)的螺线管、紧绕质子试样源的讯号拾取线圈、放大器及测频器等部件，如图 4-34 所示。

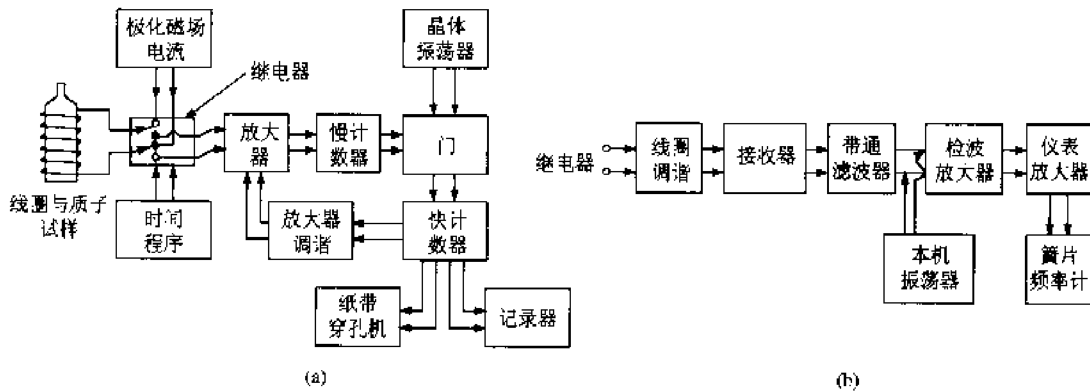


图 4-34　质子旋进磁力仪方框图

(a) 记录磁力仪；(b) 振簧式直读磁力仪

质子试样源常常是一小瓶纯水，或富含氢原子有机质液体。对螺线管通入直流电流产生极化磁场，使多数质子的磁矩排列在同一方向上。当突然切断电流，试样中的质子即绕地磁场方向旋进，并用讯号拾取线圈来观测旋进。此讯号延续时间约数秒，讯号经放大后测定频率。

质子旋进磁力仪一般能测定地磁场总强度到 1 nT 的精度，不需要调节方位与水平，此优点尤适用于海上或航空磁测。另外，若经过补偿，质子旋进磁力仪也可用于测量水平分量 H 或垂直分量 Z。

三、光泵磁力仪

光泵是 20 世纪 50 年代发展起来的一门新技术，它建立在塞曼效应原理基础上。塞曼效应指的是原子处在外磁场下，它的每一能级分裂为$(2J+1)$条的现象，其中 J 为原子总角动量量子数。有的光泵磁力仪的工作介质是氦原子，现以氦原子为例介绍塞曼效应，并给出有关的表达式。如图 4-35 所示，氦原子的基态是 $1s_0$，利用高频放电使其由基态过渡到亚稳态(能级寿命较长状态)2^3s_1，再利用波长 $\lambda=10\,830.75$ Å①(相当于 $2^3s_1\to2^3p_1$ 的跃迁频率)的 D_1 线右旋圆偏振光照射使之发生 $2^3s_1\to2^3p_1$ 的激发跃迁。由于 2^3s_1 能级在磁场中分裂后的 $m_J=+1$ 能级上的原子因不满足跃迁选择定则，不能吸收 D_1 线激发到 2^3p_1 的任何能级上去。而 $m_J=0,-1$ 的能级上的原子被激发跃迁至 $2^3p_1(m_J=1.0)$的能级上。由于被激发至 2^3p_1 的能级都是寿命短的($<10^{-8}$秒)能级，它们很快又以等概率跃迁回到 2^3s_1 各能级(包括 $m_J=1$ 能级)。由于亚稳态 2^3s_1 能级寿命长，2^3s_1 中的原子可能全部集中在 $m_J=1$ 的能级上。这就实现了 He^4 原子磁矩在光作用下的定向排列，即光学取向。这种利用光能，将原子的能态泵浦到同一个能级上的过程称为光泵作用。

图 4-36 绘出了跟踪式光泵磁力仪的探头装置，氦灯内充有较高气压的 He^4，受高频电场激发后，发出波长为 10 830.75 Å (D_1 线)的自然光，此光经过会聚透镜成为平行光，再经过偏

① 1Å＝0.1 nm。

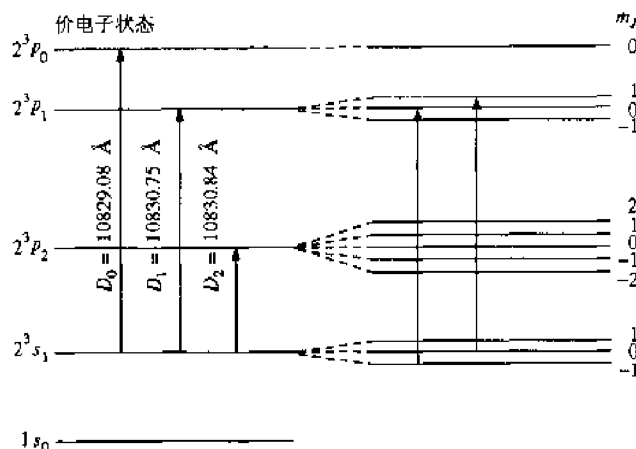


图 4-35 He^4(正氦)能级及光学取向示意图

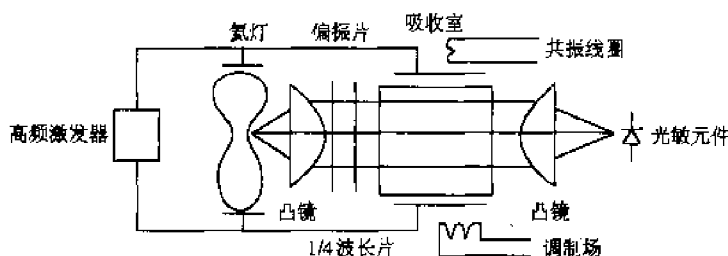


图 4-36 跟踪式光泵磁力仪探头装置示意图

振片和 $\lambda/4$ 波长片成为圆偏振光照射到充有较低气压 He^4 的吸收室。光学系统的光轴与被测磁场(地磁场)方向一致。吸收室内的氦经高频电场激发,氦原子处在亚稳态并且有磁性。从氦灯射来的圆偏振光与处于$^2s_1$ 态的氦作用,产生受激跃迁。它的跃迁频率 f 与地磁场 B_t 有如下关系

$$f=\frac{g_s\mu_B}{h}B_t \tag{4-54}$$

式中,g_s 为朗德因子,对于氦的 2^3s_1 态,$g_s=2$,玻尔磁子 $\mu_B=9.274\times10^{-24}$ J·T^{-1},普朗克常量 $h=6.626\times10^{-34}$ J·s。将这些数据代入(4-54)式,有

$$f=2.7992\times10^{10}B_t \tag{4-55}$$

或

$$B_t=3.5724\times10^{11}f \tag{4-56}$$

这就是说,圆偏振光使吸收室内原子磁矩定向排列,此后由氦灯发出的光可穿过吸收室,经透镜会聚照射到光敏元件上,形成光电流。

在垂直光轴方向外加射频电磁场(调制场),它的频率等于上述原子跃迁频率 f。由于射频场与定向排列原子磁矩的相互作用,从而打乱了吸收室内原子磁矩的排列(称磁共振)。这时,由氦灯射来的圆偏振光又会与杂乱排列的原子磁矩的作用不能穿过吸收室,光电流最弱,于是测定此时的射频 f,由(4-56)式就可求得地磁场 B_t 的值。当地磁场变化时,相应改变射频场的频率,使其保持透过吸收室的光强最弱,也就是使射频场的频率自动跟踪地磁场变化,实现对地磁场的连续自动测量。

4.4.3 地面磁测方法和磁异常图示

地面磁测的主要目的是通过对磁异常的观测来分析解释地质构造问题或寻找矿藏问题。

它的基本方法是利用磁力仪在指定的地区按一定的测网、测线逐点进行测量，从而得到一系列观测数据，再经过消除误差和干扰，便可绘制成各种类型的磁异常曲线图。这些图件是用来进行地质解释的重要资料。以下扼要介绍有关磁法勘探各阶段工作概况。

一、测区的选择

磁测工作首先遇到的问题是选择合适的测区和测网。测区的选择是根据任务在地质条件有利地区内布置和安排磁测工作，这里的地质条件指的是以下三个方面：① 所研究对象的磁性（磁化强度）与其围岩有明显的差异，于是存在磁异常；② 研究对象的体积与其埋藏深度的比值要足够大，否则引起的磁异常太小而观测不出来；③ 由其他地质体引起的干扰磁异常不能太大，或能够设法消除其影响，因为这样才容易把研究对象从复杂的背景中识别出来。这些地质条件是根据已有的地质、物探资料和现场采集标本并测定其物性等情况来确定。当测区确定之后，就要按照一定的密度布置测点。通常是以一定的点距组成测线，再以一定的线距组成测网。测线的方向要尽量取向磁异常长轴垂直的方向。点距和线距的大小要视磁异常规模的大小而定，要使每个磁异常范围内的测点数能够反映出磁异常的形状和特点。

二、野外磁测

野外磁测的要求随着磁测精度的差别而异。现在简要介绍野外磁测的基本内容。

首先，在各测点上开始观测之前，要设立基点与基点网。由于所用的机械式磁力仪（磁秤）是作相对测量的仪器，故获得的结果是各测点与事先约定好的标准点（基点）之间的差值，即利用下列公式来求出测点 i 的磁异常值

$$\Delta Z_i = \varepsilon(S_i - S_0) \tag{4-57}$$

式中，S_i 和 S_0 分别为仪器在测点和基点处的读数；ε 为仪器的格值（仪器刻度尺每一格所对应的磁场强度值）。基点是一个测区磁异常的起算点，即将基点的磁场视为测区磁场的零点，所谓磁异常的强弱、正负，都是指测点与基点相比较而言的。

基点应选在测区的正常场上，每天工作之前都要到基点上去读数，以便得出每台仪器在当天的基点读数 S_0，然后再开始观测各测点的读数 $S_1, S_2, \cdots, S_i$，最后就可求出各点的磁异常值 $\Delta Z_1, \Delta Z_2, \cdots, \Delta Z_i$。

这里还须考虑到地磁场随时间的变化和仪器本身性能的变化（统称为“混合变化”），必然会影响到磁测的读数。其中地磁场变化主要指地磁日变化，而仪器性能的变化主要是仪器随温度变化的影响和仪器的零点漂移。为了消除混合变化对磁测结果的影响，在进行实地测量时，每隔 1～2 小时或数小时都要返回基点重新读数一次，这也称为“对基点”。这样可以从两次重复读数中找出混合变化的数值，然后再利用这些数值对各测点的观测值进行改正。

在一个测区内测量时，为了方便对基点，通常要设置多个基点：一个总基点和若干个分基点，称为基点网。总基点一般设在正常场上。各分基点相对于总基点的磁异常值，一般都要在大面积测量开始之前用多台仪器多次往返读数，并取平均值的方法精确地测定出来。

三、选择磁测精度

不同的地质任务有不同的观测精度要求。观测精度是指所允许的均方根误差 M 的范围。在实际工作中，一般将磁测精度分为三级

高精度：$M <\pm 10$ nT

中精度：$M = \pm (10 \sim 20)$ nT

低精度：$M = \pm (20 \sim 40)$ nT

磁测精度的选取主要取决于地质任务的要求程度和磁异常的强弱。一般说来，在详查阶段要求的精度要比普查阶段高一些，测量弱异常所要求的精度比强异常高一些。确定磁测精度的原则是应能保证发现有工业意义的最小矿体或埋藏较深矿体的异常，通常规定其均方根误差应小于最弱异常的极大值的 1/5～1/6。

根据误差理论，一般误差分为系统误差和偶然误差两种。前者有规律出现，可以改正和加以消除，后者无明显的规律，无法消除。均方根误差计算公式为：

$$M = \pm \sqrt{\frac{\sum \delta_i^2}{n}} \tag{4-58}$$

式中，δ_i 为测点的原始观测值和检查观测值之差；n 为检查观测次数。

四、磁测数据的整理

磁测工作根据一定的测网进行，所获得的数据要经过一系列整理计算，消除各种干扰因素，才能得到所需的各测点上的磁异常值。整理计算分以下几个步骤：

1. 利用(4-57)式和磁力仪的读数(s)，求出测点相对于基点的磁场差值

这个差值可以是正值或负值。

2. 日变改正

日变改正是从日变曲线上直接查得的，而日变曲线是由实际观测得来的。在磁测工作中，一般在野外测线上观测的同时，还需要用另一台灵敏度较高的磁力仪在一个事先已选好的较平静、阴凉、无磁性干扰的地方进行连续的日变观测，作出日变曲线(图 4-37)。如果在附近数十公里至 100 km 范围内有地磁观测台，也可以向地磁台直接索取日变曲线。进行日变改正时，以上午磁力仪在基点读数(称为早基读数)时刻的日变值为零值，并通过该点作平行于横坐标的直线(图 4-37 中的虚线)作为改正的零值线，然后即可按野外观测点工作时间逐点从曲线上查得相应的改正值。

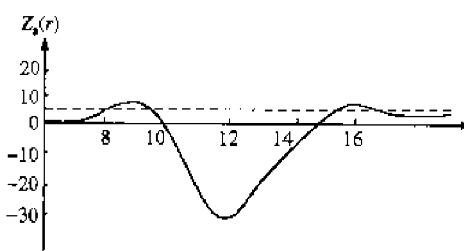


图 4-37 日变改正曲线

3. 温度改正

为了消除温度变化对磁力仪(磁秤)读数的影响，可按以下公式进行温度改正

$$\Delta B_t = \pm T_c (t - t_0) \tag{4-59}$$

式中，T_c 为磁力仪的温度系数(nT/℃)；t 为测点观测时仪器温度；t_0 为早基观测时仪器温度。当 T_c 为正时，(4-59)式取负号，反之，为正号。

4. 零点改正

仪器的零点漂移一般可看做呈线性变化，即漂移的格数和使用时间的长短成正比。零点改正值可从仪器的零点漂移曲线上查得。而零点漂移曲线是由基点控制得来的，即两次到基点去重复读数之差，经过日变改正和温度改正后，得到最大零点漂移，然后再以时间为横轴绘出一条线性变化曲线，按时间比例将这个最大漂移值分配到该段时间内所测的各个测点上，作为各测点上的零点改正值。

一般在实际工作中，为了工作方便，常将上述(2)，(3)，(4)项改正综合在一起做，这种改正称为“混合改正”。

5. 纬度改正

当测区沿南北方向分布范围较大时，地磁场的正常变化就会对磁异常值产生影响。因此需要进行正常梯度改正。改正的方法是以总基点为标准，量取各测点相对于总基点沿磁南北方向的距离 Δx(km)，乘上纬度改正系数 β(nT/km)，就得到纬度改正值，即 $\Delta B_{纬}=-\beta\Delta x$。在取 Δx 值时，向北为正，向南为负。

五、磁测数据的图示

为了能直观地反映测区磁异常的特点和规律，将上述整理计算所得的各测点的磁异常数据，按一定比例绘制成各种磁异常图。这些图件便作为对磁测结果进行最后推断解释的依据。磁异常图的种类很多，最常用的基本图件有磁异常剖面图、磁异常平面剖面图和磁异常平面等值线图等。

1. 磁异常剖面图

以测线为横坐标，在纵坐标上标出各测点的磁异常值，将这些磁异常连成曲线，即为磁异常剖面图。图 4-38 为某铁矿上的一条垂直磁异常剖面图。另外，在磁异常曲线下面，一般还绘有地形、地质剖面、磁参数资料和剖面方位等，便于对比分析。

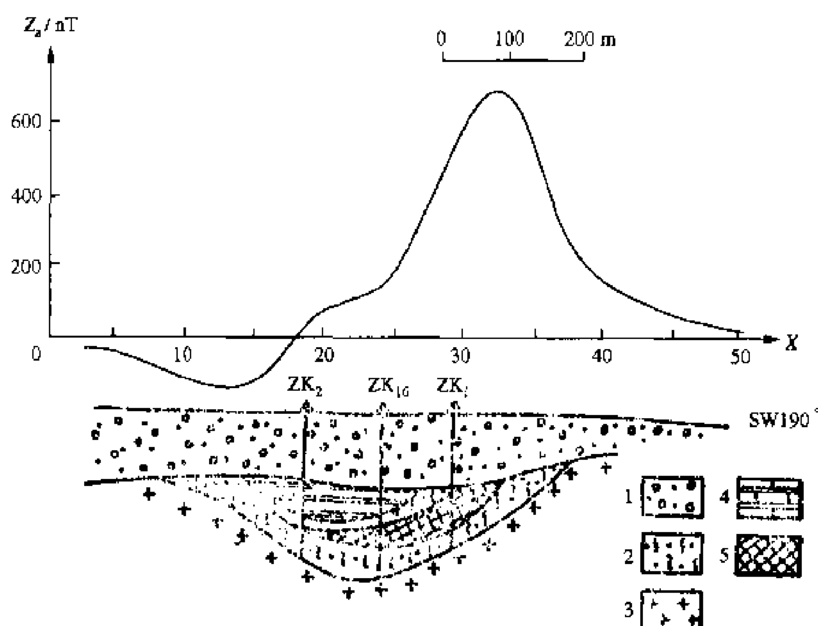


图 4-38 磁异常综合剖面图
1—表土；2—夕卡岩；3—闪长岩；4—灰岩；5—铁矿

2. 磁异常平面剖面图

它是由各条测线的磁异常剖面图按一定的线距拼在一起而构成的，如图 4-39 所示。磁异常平面剖面图不仅能反映磁场沿测线方向的变化特点，也能反映磁性地质体的走向变化等特点，是面积性解释的基本资料。

3. 磁异常平面等值线图

在测区平面图上将具有相同磁异常值的测点用曲线连接起来就构成了磁异常平面等值线图，如图 4-40 所示。磁异常平面等值线图能较好地反映磁异常平面发布的总体特征，即宜于表现大而简单的异常形态，但往往对小的磁异常或叠加场反映不明显，小的变化易在勾绘等值线

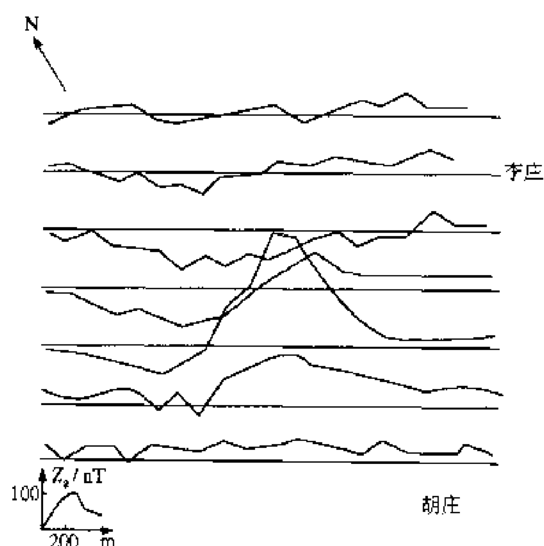


图 4-39 垂直磁异常剖面平面图

时被圆滑掉，受主观因素较大。为此，在描绘平面等值线时常参照磁异常平面剖面图和相应的地质图。

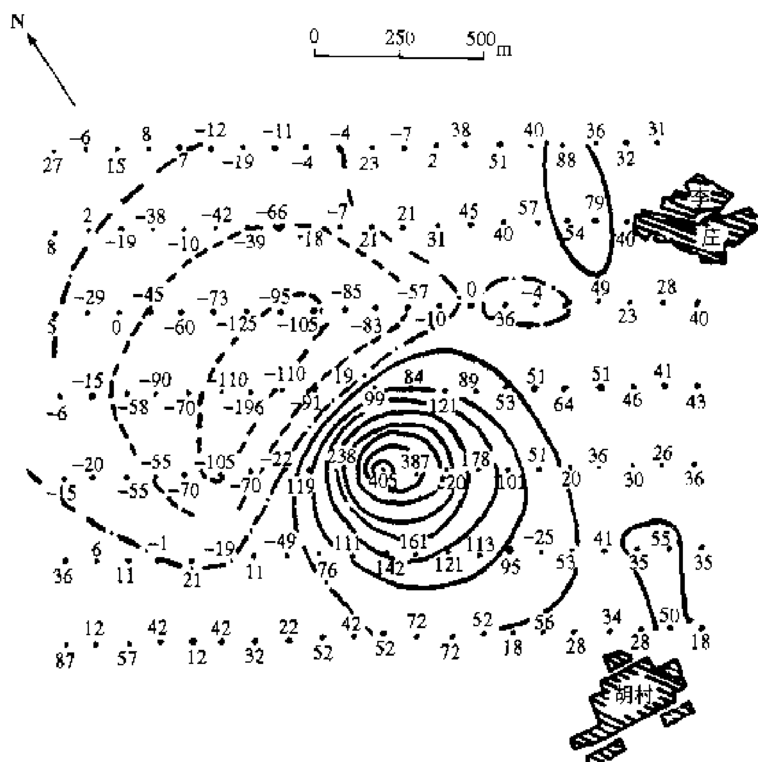


图 4-40 磁异常平面等值线图

4.4.4 磁性体的磁场

磁测结果所得的磁异常是地表下一些磁性体引起的。不同的磁性地质体引起不同特征的磁异常，磁异常的特征除取决于磁性体大小、形状、空间位置和产状外，还取决于磁性体的磁化强度大小和方向。磁异常的地质解释需要综合其他地球物理和地质方面资料，进行全面仔细地

分析研究，为确定地磁异常的原因和性质提供根据。另外，在实际分析过程中，常将磁性地质体进行简化，用数学物理方法分析磁异常特征与磁性体形状、产状等的对应关系，称之为磁法勘探的正问题或反问题。正问题是由源求场，即由磁性体求磁场的分布；反问题是由场求源，即由测得的磁异常场求磁性体的产状等参数。

另外，为了使问题简化，有时在上述正、反问题研究中假设：① 磁性体为简单的几何形状；② 磁性体是均匀磁化的；③ 天然剩磁 M_r 与感应磁化强度 M_i 方向相同；④ 磁性体孤立存在；⑤ 观测面是水平的。由于作了这些假设，磁法勘探中正、反问题的解是近似的。这是实际解释中误差的一个主要来源。一般来说，磁性体的范围较埋深为小时，其形状不规则性、磁性不均匀性等影响就小；反之，影响就较大。以下讨论几种简单几何形状磁体的磁场。

一、孤立磁极

实际上并不存在孤立的单磁极，但这种情况相当于地表下埋藏的细长条状磁性体，其下端延伸很远，磁性体沿着轴向均匀磁化，忽略下端磁极产生的磁场，如图 4-41 所示。现在来计算细长条状磁性体上端负磁荷 Q_m 在地面产生的磁场。

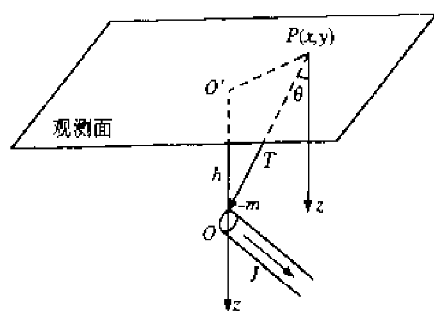


图 4-41 单极的情形

将坐标原点选在磁荷 Q_m 在地面的投影点 O 上。根据(4-10)式，Q_m 在地面任意点 $P(x,y)$ 的磁感应强度为：

$$B_a = \frac{1}{4\pi}\frac{Q_m}{r^2} = \frac{1}{4\pi}\frac{Q_m}{x^2+y^2+h^2}$$

于是对应的磁异常场的垂直分量 Z_a 和水平分量 H_a 分别为

$$Z_a = B_a\cos\theta = \frac{1}{4\pi}\frac{Q_m h}{(x^2+y^2+h^2)^{3/2}}$$

$$H_a = B_a\sin\theta = \frac{-1}{4\pi}\frac{Q_m\sqrt{x^2+y^2}}{(x^2+y^2+h^2)^{3/2}}$$

式中，Q_m 为孤立磁极的磁荷量；h 为磁极的埋深；θ 为磁感应强度 B_a 与垂直线的夹角。

若测线选为 x 轴，这时 $y=0$，于是有

$$Z_a = \frac{1}{4\pi}\frac{Q_m h}{(x^2+h^2)^{3/2}} \quad (4\text{-}60)$$

$$H_a = \frac{-1}{4\pi}\frac{Q_m x}{(x^2+h^2)^{3/2}} \quad (4\text{-}61)$$

图 4-42 绘出了相应的 Z_a，H_a 曲线。由(4-60)式可知，当 $x=0$ 时，Z_a 有极大值

$$Z_{a_{max}} = \frac{1}{4\pi}\frac{Q_m}{h^2} \quad (4\text{-}62)$$

若 Z_a 曲线的半极值点坐标以 $x_{1/2}$ 表示，可求得 $x_{1/2}$ 分别等于

$$x_{1/2} = \pm\left(\sqrt{\sqrt[3]{4}-1}\right)h \approx \pm 0.766h \quad (4\text{-}63)$$

对于 H_a，也可求得极值点坐标

$$x_c = \pm\frac{1}{\sqrt{2}}h$$

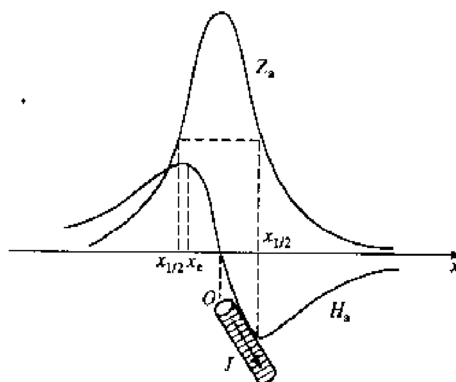


图 4-42 单极磁场的 Z_a，H_a 剖面曲线

对应的极大值 $H_{a_{max}}$ 和极小值 $H_{a_{min}}$ 分别为

$$H_{a_{max}} = \frac{1}{4\pi}\frac{Q_m}{2.6h^2};\quad H_{a_{min}} = \frac{1}{4\pi}\frac{-Q_m}{2.6h^2}$$

由(4-61)式可知，H_a 是 x 的奇函数，它为反对称曲线，在水平面上，H_a 矢量总是指向 O 点。

二、双磁极

如果上述的细长条状磁性体的下端不是无限远伸的，那么磁性体上、下端面的磁荷在地面上均要产生磁场，这就是相当于双磁极的磁场。图 4-43 绘出了双磁极的情况。取双磁极连线的中点 O 在地面上投影点 O' 为坐标原点，将双极连线所在垂直面的水平线为 x 轴。由(4-60)式，得地面上以 x 轴为测线上的 Z_a 表达式为

$$Z_a = Z_{a(-)} + Z_{a(+)} = \frac{Q_m}{4\pi}\left\{\frac{h - l\sin\alpha}{[(x + l\cos\alpha)^2 + (h - l\sin\alpha)^2]^{3/2}} - \frac{h + l\sin\alpha}{[(x - l\cos\alpha)^2 + (h + l\sin\alpha)^2]^{3/2}}\right\} \tag{4-64}$$

式中，$Z_{a(+)}$ 和 $Z_{a(-)}$ 分别为正负磁荷产生的磁场；l 为双磁极连线长度之半；α 为双磁极连线的倾角；h 为双磁极连线中点 O 的埋深。

由图 4-43 可看出，双磁极产生的 Z_a 曲线失去了对称性，在细长条状磁性体倾斜的一边出现负值。

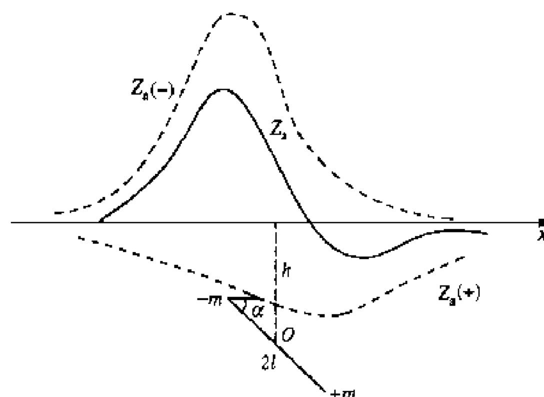


图 4-43 双极的磁场

三、球体的磁场

一些有限大小的地质磁性体，当它的中心埋深比其直径大很多时，它们在地面产生的磁场特征与球体磁场特征近似。在实际工作中经常遇到具有类似特征的磁异常，所以这种磁异常的解释对寻找深部矿体有重要意义。一个均匀磁化球体外的磁场相当于处在球心一个磁偶极子的磁场。由(4-16)和(4-17)式可知，一个磁偶极子产生的磁势为：

$$U = \frac{1}{4\pi}\frac{\boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{r}}{r^3} \tag{4-65}$$

式中，m 为磁性体的磁矩，$\boldsymbol{m} = MV$，M 为磁性体磁化强度；V 为磁性体的体积。又知 $\boldsymbol{r}/r^3 = -\nabla\left(\frac{1}{r}\right)$，所以(4-65)式可化为：

$$U = \frac{-V}{4\pi}\boldsymbol{M}\cdot\nabla\left(\frac{1}{r}\right) = \frac{-V}{4\pi}\boldsymbol{M}\cdot\nabla\left(\frac{1}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}\right) \tag{4-66}$$

由上式和(4-13)式就可求出均匀磁化球体外的磁场。这时磁场的垂直分量 Z_a 和沿 x 轴的水平分量 H_a 可分别表示为

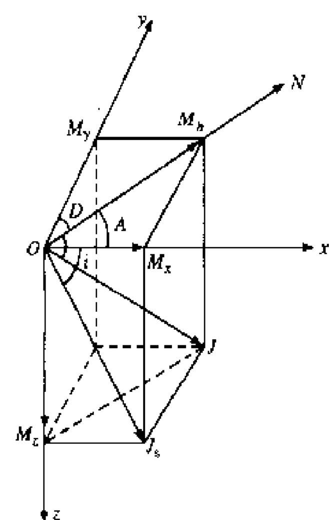


图 4-44　磁化强度的空间关系

$$Z_a = \frac{\mu_0 M_s V}{4\pi(x^2+h^2)^{5/2}}\left[(2h^2-x^2)\sin i - 3xh\cos i\right] \tag{4-67}$$

$$H_a = \frac{\mu_0 M_s V}{4\pi(x^2+h^2)^{5/2}}\left[(2x^2-h^2)\cos i - 3xh\sin i\right] \tag{4-68}$$

式中，h 为球心的埋深；M_s 为球体磁化强度 M 在 XZ 铅垂面内的投影，称为有效磁化强度；i 为 M_s 与水平面的夹角，称为有效磁化倾角。M_s，i 与 M 的几何关系如图 4-44 所示。

若磁化强度矢量 $\boldsymbol{M}$ 在子午面内，并选 x 轴指向东方，沿 x 方向作剖面观测。这时有 $i=\pi/2$，(4-67)，(4-68)两式变为：

$$Z_a = \frac{\mu_0 M_z V}{4\pi}\,\frac{2h^2-x^2}{(h^2+x^2)^{5/2}} \tag{4-69}$$

$$H_a = \frac{-\mu_0 M_z V}{4\pi}\cdot\frac{3xh}{(h^2+x^2)^{5/2}} \tag{4-70}$$

式中，M_z 是 M 在 z 轴上的投影，当 $i=\pi/2$ 时，$M_z=M_s$。

图 4-45 绘出了东西方向剖面和南北方向剖面的 Z_a 和 H_a 曲线。由图可以看出，对于东西

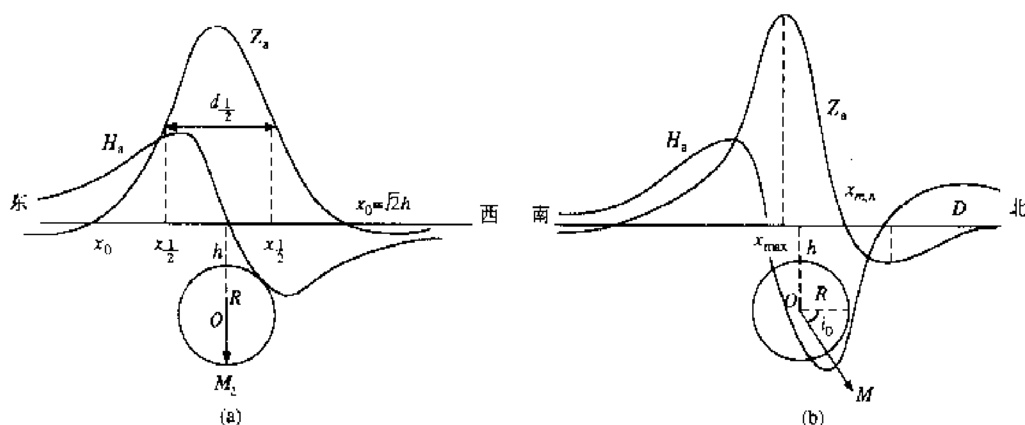


图 4-45　球体磁场剖面曲线

(a) 东西方向剖面；(b) 南北方向剖面

剖面，Z_a 是 x 的偶函数，Z_a 曲线对于 x 轴是对称的，当 $x=0$ 时，Z_a 有极大值

$$Z_{a_{max}} = \frac{\mu_0}{4\pi}\,\frac{2M_z V}{h^3}, \tag{4-71}$$

当 $|x|$ 值增大时，Z_a 逐渐减小。在 $Z_a=0$ 时，由(4-69)式可知，有

$$x_0 = \pm\sqrt{2}\,h. \tag{4-72}$$

同样，也可以对 H_a 曲线作类似的讨论，由(4-70)式可知，H_a 是 x 的奇函数，所以 H_a-x 曲线是反对称的。当 $x=\mp\dfrac{h}{2}$ 时，有极大值和极小值。

对于任意方向的剖面，有效磁化倾角 i 不等于 $\pi/2$，要由(4-67)和(4-68)两式来讨论 Z_a，

H_a 的极值点坐标和极值，此过程较为烦杂。表 4-5 列出了在不同有效磁化倾角 i 值下的半极值点 $x_{\frac{1}{2}}$ 之间的距离 $d_{\frac{1}{2}}$ 与球体中心的埋深 h 的关系和 Z_a 分量极小值与极大值的比值。由表中的数据可看出，$d_{\frac{1}{2}}$ 基本上等于 h，随 i 角的变化是很小的。有效磁化倾角 i 对 Z_a 曲线的对称性影响较大，可以根据 Z_a 曲线的对称性来估计 i 角大小。实测曲线的 $|Z_{a_{min}}|$ 和 $Z_{a_{max}}$ 是容易测量得的，因此用它们的比值可以估算出 i 角的值。

表 4-5 不同 i 角下的 $d_{\frac{1}{2}}$ 值和 $|Z_{a_{min}}/Z_{a_{max}}|$ 值

i	0°	15°	30°	45°	60°	75°	90°
$d_{\frac{1}{2}}$	0.98h	0.98h	0.98h	0.99h	0.99h	1.00h	1.00h
$\left\|\frac{Z_{a_{min}}}{Z_{a_{max}}}\right\|$	1.00	0.53	0.29	0.15	0.08	0.04	0.02

四、水平圆柱体的磁场

一些磁性体在垂直方向延伸有限，而在水平方向延伸很长，它们在地面上产生的磁场特征与水平圆柱磁性体的磁场相似。如果取水平圆柱体的延伸方向为 y 轴，与 y 轴垂直的水平方向为 x 轴。经理论计算，对地面上 x 剖面上的点 Z_a 和 H_a 分量为

$$Z_a = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{M_sS}{(x^2+h^2)^2}[(h^2-x^2)\sin i - 2hx\cos i] \tag{4-73}$$

$$H_a = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{M_sS}{(x^2+h^2)^2}[(h^2-x^2)\cos i - 2hx\sin i] \tag{4-74}$$

式中，h 为圆柱体的中心线埋深；S 为圆柱体的横截面面积；M_s 为沿圆柱体横截面的有效磁化强度；i 为有效磁化倾角。

当水平圆柱体是南北走向，剖面是东西方向，而磁化强度 M 的方向存子午面内，这时 $i=\pi/2$，$M_s=M_z$，上述两式有较简单的形式

$$Z_a = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{M_zS}{(x^2+h^2)^2}(h^2-x^2) \tag{4-75}$$

$$H_a = \frac{-\mu_0}{2\pi}\frac{M_zS}{(x^2+h^2)^2}(2hx) \tag{4-76}$$

由此可见，Z_a 是 x 的偶函数，Z_a-x 曲线是一对称曲线；H_a 是 x 的奇函数，H_a-x 曲线是反对称曲线，如图 4-46 所示。

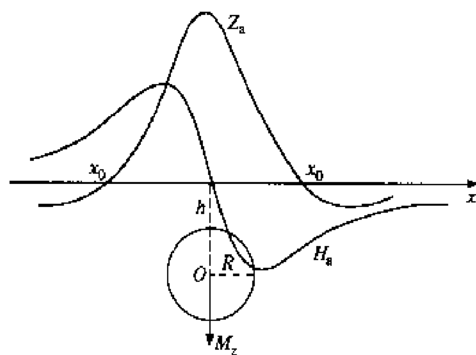


图 4-46 南北走向水平圆柱体的磁场剖面

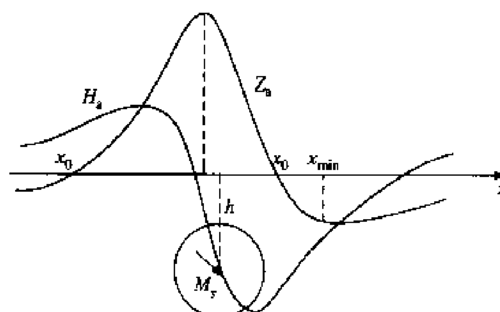


图 4 47 任意走向水平圆柱体的磁场剖面

由(4-75)式可知，当 $x=0$ 时

$$Z_a = Z_{a_{max}} = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{M_x S}{h^2} \tag{4-77}$$

当 $x=\pm h$ 时，$Z_a=0$。

由(4-76)式可知，当 $x=0$ 时，$H_a=0$；当 $x=\mp\frac{\sqrt{3}}{3}h$ 时，H_a 达到极大值和极小值。

图 4-47 绘出了任意走向圆柱磁性体的磁场剖面图 Z_a-x 曲线和 H_a-x 曲线已失去了相应的对称性和反对称性。表 4-6 列出了不同有效磁化倾角下半极值点 $x_{\frac{1}{2}}$ 之间距离 $d_{\frac{1}{2}}$ 与水平圆柱体中心线埋深 h 的关系和 Z_a 分量极小值与极大值的比值。由表中数据可看出，多数情况下 $d_{\frac{1}{2}}\approx h$，说明埋深 h 越深，异常曲线越宽。由实测曲线的 $|Z_{a_{min}}/Z_{a_{max}}|$ 值，利用此表可以估计 i 角的值。

表 4-6　不同 i 角下 $d_{\frac{1}{2}}$ 值和 $|Z_{a_{min}}/Z_{a_{max}}|$ 值

i	0°	15°	30°	45°	60°	75°	90°
$d_{\frac{1}{2}}$	1.20h	1.13h	1.07h	1.03h	0.99h	0.97h	0.97h
$\|Z_{a_{min}}/Z_{a_{max}}\|$	1.00	0.73	0.54	0.39	0.28	0.19	0.13

五、板状体和接触带的 Z_a 曲线

板状体是一种很重要的模型体，许多地质体都可简化为板状体。如岩墙、岩脉、沉积变质的含铁石英岩系、地台基底中的变质岩系和杂岩系、各种磁性矿脉等，只要它们沿走向长度较大，都可看作是厚度、产状不同的板状体。当板状体顶面的埋深大于上顶面的宽度时，称为薄板；当埋深与上顶面的宽度相当或小于上顶面的宽度时，称为厚板。当层面与磁化方向平行时，称为顺层磁化；当磁化方向与层面斜交，称为斜交磁化；薄板和厚板的磁场特征基本类似，以下只给出无限延伸薄板的 Z_a 表达式

$$Z_a = \frac{\mu_0 b M_s \sin\alpha}{\pi(x^2+h^2)}[h\cos(\alpha-i) - x\sin(\alpha-i)] \tag{4-78}$$

式中，b 为板的水平宽度之半；h 为板的上顶面的埋深；α 为板的倾角。坐标原点选在薄板上顶面中心在地面的投影线上。

图 4-48 为斜交磁化和顺层磁化的 Z_a 剖面曲线。前者呈不对称状，在 α 角小于 i 角时，Z_a 极大值向右移，左侧出现负值；后者呈对称状，顶面正上方有极大值，向两侧逐渐减小，远处趋于零，不出现负值。表 4-7 列出了不同的 $(\alpha-i)$ 值下，薄板上顶埋深 h 与半极值点之间距离 $d_{1/2}$ 和 $|Z_{a_{min}}/Z_{a_{max}}|$ 的值。

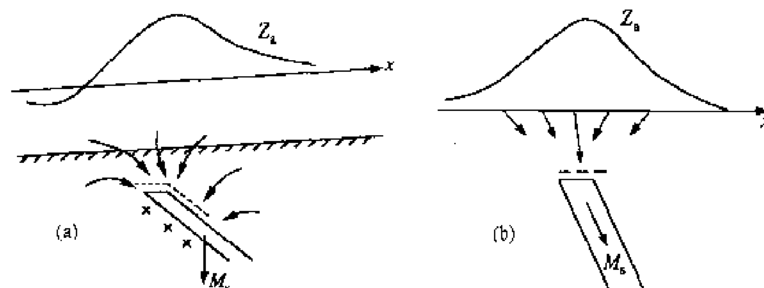


图 4-48　薄板状体的 Z_a 曲线

(a) 斜交磁化的情形；(b) 顺层磁化的情形

表 4-7 不同$(\alpha-i)$值下的$d_{\frac{1}{2}}$和$|Z_{a_{min}}/Z_{a_{max}}|$值

$\alpha-i$	0°	15°	30°	45°	60°	75°	90°
$d_{\frac{1}{2}}$	2.0h	2.04h	2.13h	2.33h	2.56h	2.94h	3.45h
$\|Z_{a_{min}}/Z_{a_{max}}\|$	0	0.02	0.07	0.17	0.33	0.59	1.00

磁性岩石与非磁性岩石的接触带是常见的。图 4-49 为垂直于接触带走向的测线上的 Z_a 曲线。在磁性岩石一侧出现正值，在非磁性岩石一侧出现负值。

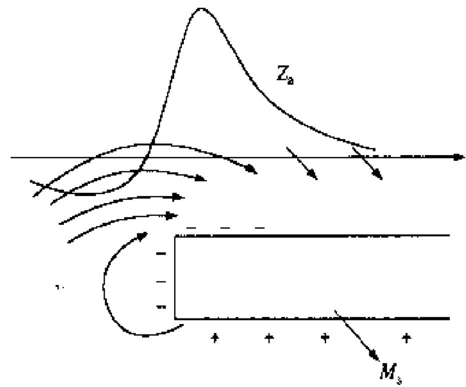


图 4-49 接触带的 Z_a 曲线

由以上讨论几种特殊形状磁性体在地面产生的磁异常结果可知，决定磁异常特点的因素主要有四个：磁性地质体的形状和大小；地质体的走向、倾斜及延伸；地质体的磁化强度大小和方向；地质体的埋藏深度。

如果我们了解了一些有特殊形状磁性体的磁异常特征，就有可能根据地面实际观测的磁异常图像来定量推算磁性体在地下的埋藏情况及其性质是矿或不是矿，这就是所谓的反演问题。例如，若测得的磁异常等值线为同心圆，且无负值出现，就可推断磁性体为顺轴磁化无限延伸的柱体，由(4-63)式可知，有

$$h = 1.3x_{\frac{1}{2}} \quad 或 \quad h = 0.65d_{\frac{1}{2}}$$

即可利用半极值点距离 $d_{1/2}$求出磁性体上顶埋深 h。还有，可根据实测的 Z_a 和 H_a 曲线的情况以及$|Z_{a_{min}}/Z_{a_{max}}|$值和利用表 4-5、表 4-6、表 4-7 上的数据来推断磁性体的形状及其相应的埋深。需要说明的是对于反演问题，往往需要作简化的假定，于是所得的结果与实际情况还是有较大的差距，这是利用反演问题对地质解释中所涉及的根本问题。要得到正确的地质解释仅仅依赖磁法勘探是不够的，尚需结合其他一些地球物理勘探观测资料才能解决。

主要参考文献

1. 傅承义，陈运泰，祁贵仲. 地球物理学基础. 北京：科学出版社，1985
2. 北京大学，中国科学技术大学地球物理教研室编. 地磁学教程. 北京：地震出版社，1986
3. 曾融生. 固体地球物理学导论. 北京：科学出版社，1984
4. 胡德昭，朱慧娟. 地球物理学原理及应用. 南京：南京大学出版社，1995
5. G. M. 扬诺夫斯基. 地磁学. 北京：地质出版社，1982
6. Frank D. Stacey，地球物理学. 北京：地震出版社，1981
7. A. 雅各布斯. 地球学教程. 北京：地震出版社，1979
8. 傅承义. 地球十讲. 北京：科学出版社，1976
9. 罗孝宽，郭绍雍. 应用地球物理教程——重力、磁法. 地质出版社，1990
10. 黄仲良. 石油重、磁、电法勘探. 山东：石油大学出版社，1998

第五章　古地磁学

许多岩石都具有相当稳定的磁性。这种磁性是岩石在形成过程中取得的，磁化方向和当时的地磁场方向一致。古地磁学就是通过测定岩石剩余磁化特性来研究史前地质时期地磁场及其演化规律的一门学科，它是地磁学的一个分支。古地磁学还包括人类历史时期的陶器、砖瓦等焙烧物剩余磁化特性的测定和历史时期地磁场的研究，这部分工作又称为考古地磁学。

古地磁学是20世纪50年代兴起的一门年轻学科，在20世纪60～70年代又获得迅速的发展。古地磁的研究复活了魏格纳的大陆漂移说。后来的海底扩张说，给大陆漂移说以有力支持，而古地磁研究的进展又为海底扩张说提供了令人信服的证据。在此基础上形成板块构造理论，促进了地球科学的发展。此外，古地磁在其他地质问题(如地质构造变动、地质对比等)和地球物理问题(如古地磁场强度、地磁场反转等)的研究中都有所应用。

古地磁的直接研究对象是岩石的剩余磁性，本章首先介绍铁磁性理论基础和岩石剩余磁性类型，然后介绍古地磁原理、工作方法及其应用。

5.1　岩石的剩余磁性

5.1.1　理论基础

一、铁磁性

大多数岩石都含有少量(0.1%～10%)的诸如磁铁矿(Fe_3O_4)、磁赤铁矿(γFe_2O_3)和钛铁矿($FeTiO_4$)等铁磁性或亚铁磁性矿物。岩石磁性实质上就是岩石中这些铁(亚铁)磁性矿物磁化的结果。因此岩石磁性的理论基础是铁磁学。

凡物质均有磁性。磁性有抗磁性、顺磁性和铁磁性三种。物质磁性的这种差异是由于微观原子结构的不同。

原子中的每个电子的绕核运动相当于一环形电流，相应的磁矩称为轨道磁矩；与电子自旋运动相联系的还有一种自旋磁矩。原子(或分子)中所有电子的轨道磁矩和自旋磁矩的矢量和称为分子的固有磁矩 $\boldsymbol{m}_m$。凡具有 $\boldsymbol{m}_m$ 的介质，在无外磁场情况下，由于分子热运动的缘故，各原子(分子)的固有磁矩取向呈无规则分布，所以在宏观体积内所有分子磁矩的矢量和为零，物质不呈现出磁性来。当存在外磁场时，介质内每一个分子磁矩受到一个力矩，使分子磁矩的方向转向外磁场方向，但分子的热运动又妨碍上述的取向作用。在一定温度下两者平衡时，单位体积内分子磁矩的矢量和有一定的量值。这就是顺磁性的来源，这种介质称为顺磁质。

凡 $\boldsymbol{m}_m=0$ 的介质称为抗磁质。在外磁场下，分子中每一个电子在外磁场作用下产生一种附加的绕以外磁场方向为轴的进动，电子的这种进动也相当于一个圆电流，它产生的附加磁矩方向恰与外磁场方向相反。因此，虽然每个分子中各电子的磁矩的矢量和为零，但它在外磁场作用下所产生的附加磁矩的矢量和不为零，且合矢量方向与外磁场方向相反，这就是抗磁性的来源。

在外磁场作用下，所有介质都要产生附加磁矩，即抗磁性是一切物质所共有的。但在顺磁质中，附加磁矩与分子固有磁矩相比可忽略不计，抗磁性被顺磁性掩盖了。

若介质中每个原子具有磁矩，且相邻原子的电子之间存在很强的量子交换作用。在这种作用下，介质内形成一些宏观的微小区域，在此区域内各个原子的磁矩平行排列，这叫自发磁化，它具有很强的磁性，这样的宏观的微小区域称为磁畴。磁畴的大小约为 $10^{-12}\sim10^{-8}\ m^3$，包含有 $10^{17}\sim10^{21}$个原子，这便是铁磁性来源，这种介质称为铁磁质。在无外磁场下，铁磁质内各个磁畴的自发磁化方向是不同的，在宏观上不表现出磁性来。图 5-1 所示为单晶和多晶体内磁畴结构示意图，图中箭头表示自发磁化方向。

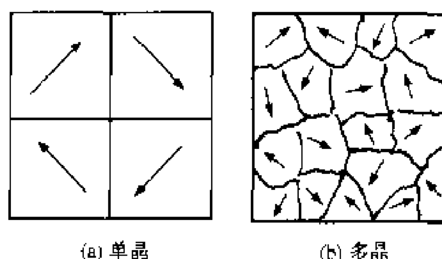


图 5-1　磁畴结构示意图

铁磁质在外磁场作用下：① 自发磁化方向与外磁场方向接近的磁畴增大体积；② 整个磁畴的自发磁化方向转向外磁场方向。在外磁场较弱时，主要表现为前一效应；外磁场较强时，主要表现为后一效应。图 5-2 代表单晶结构铁磁质的磁化过程示意图。由图可以看出，随着外磁场强度的增加，最后所有磁畴的自发磁化方向与外磁场方向一致，使磁化达到饱和，这时磁化所产生的附加磁场可以比外磁场加大几十到几千倍。与此相比较的抗磁性和顺磁性就要弱得很多。所以，只有铁磁质对古地磁有意义。

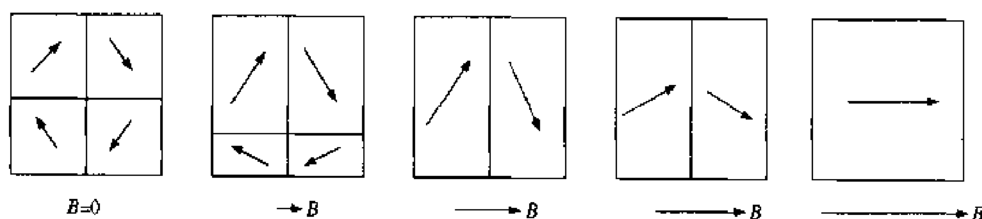


图 5-2　铁磁质磁化过程示意图

还需指出的是，根据铁磁质原子间量子交换性质的不同，铁磁性可分为铁磁性、亚铁磁性、反铁磁性和斜交铁磁性四种。铁磁性是原子间量子交换使原子磁矩完全平行排列，有很强的自发磁化，金属铁、镍、钴就具有这种性质。这类金属的氧化物晶格可分为 A，B 两个亚晶格，每个晶格有相同方向的磁矩，但两个亚晶格的金属离子(例如 Fe^{3+}和 Fe^{2+})，形成超距离量子交换，磁矩彼此逆平行。如果 A 的总磁矩大于 B，则仍具有较强的自发磁化，这就是亚铁磁性，磁铁矿(Fe_3O_4)就属于这一类；如果 A，B 的磁矩相等，净自发磁化为零，则称为反铁磁性，例如 MnO，NiO；有些物质 A，B 的磁矩虽然相等，但并不完全逆平行，而有一个小的角度，形成微弱的自发磁化，赤铁矿(γFe_2O_3)就是如此，称为斜交铁磁性。图 5-3 示意性表示上述四种量子交换的排列状况。

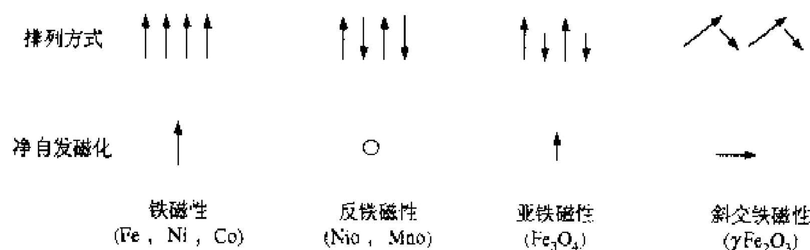


图 5-3　铁磁性原子磁矩的排列方式

铁磁质的温度升高时，分子热运动就加剧，当超过某一临界温度时，磁畴瓦解，铁磁性消失而变为顺磁性，这一临界温度 t_C 称为居里点。

二、铁磁质的磁化规律

1. 磁化强度 M、外磁场强度 H 和磁感应强度 B 间关系

磁化强度 $\boldsymbol{M}$ 是描述磁介质磁化状态的物理量，它定义为单位体积内分子磁矩 $\boldsymbol{P}_m$ 的矢量和，即

$$\boldsymbol{M}=\frac{1}{\Delta V}\sum_{(\Delta V内)}\boldsymbol{P}_m$$

磁化强度 $\boldsymbol{M}$ 的单位为 $A\cdot m^{-1}$。

磁介质置于外磁场 $\boldsymbol{H}$ 下发生磁化，$\boldsymbol{M}$ 和 $\boldsymbol{H}$ 的关系为

$$\boldsymbol{M}=\chi\boldsymbol{H}$$

式中，χ 称为该磁介质的磁化率，它是一个无量纲的纯数。对于铁磁质来说，$\chi\gg1$。而磁感应强度 $\boldsymbol{B}$ 为

$$\begin{aligned}\boldsymbol{B}&=\mu_0(\boldsymbol{H}+\boldsymbol{M})=\mu_0\boldsymbol{H}+\mu_0\chi\boldsymbol{H}=\mu_0(1+\chi)\boldsymbol{H}\\&=\mu_0\mu_r\boldsymbol{H}=\mu\boldsymbol{H}\end{aligned}$$

式中，相对磁导率 $\mu_r=1+\chi$；磁导率 $\mu=\mu_0\mu_r$。

2. 铁磁质的磁化规律

铁磁质的磁化规律指的是 $\boldsymbol{M}$ 与 $\boldsymbol{B}$ 之间的关系。由于 $\boldsymbol{H}=\frac{\boldsymbol{B}}{\mu_0}-\boldsymbol{M}$，也可以说磁化规律指的是 $\boldsymbol{M}$ 与 $\boldsymbol{H}$ 的关系或 $\boldsymbol{B}$ 与 $\boldsymbol{H}$ 的关系。在实验上易测量的是 $\boldsymbol{B}$ 和 $\boldsymbol{H}$，所以常用实验方法来研究 $\boldsymbol{B}$ 与 $\boldsymbol{H}$ 的关系。图 5-4 表示实验测得的铁磁质磁化曲线，它有如下特点，$H=0$ 时，$B=0$（说明处于未磁化状态）；当 H 逐渐增加时，B 先是缓慢增加（OA 段），后来急剧增加（AM 段），过了 M 点后 B 的增加变得缓慢（MN 段），最后当 H 很大时，B 趋于饱和，饱和时的 B_s 称为饱和磁感应强度。铁磁质磁化曲线的特点是非线性。

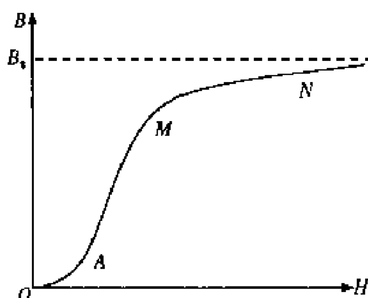


图 5-4 铁磁质的磁化曲线

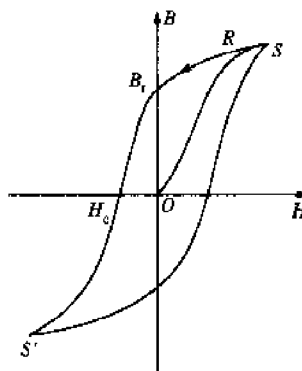


图 5-5 磁滞回线

当 B 达到饱和值后，使 H 减小，则 B 不沿原磁化曲线下降，而是沿 SR 曲线下降，如图 5-5所示。当 H 下降到零时，B 并不减至零，而有一定的值 B_r，称 B_r 为剩余磁感应强度。为了使 B 减小到零，必须加反向磁场。当 $B=0$ 时的 H 值称为矫顽力，用 H_c 表示。当反向的 H 继续加大，则 B 将达到反向的饱和值。H 再减小至零，然后再改变磁场方向为正反向，再逐渐增大，最后又回到 S，构成一闭合曲线。在上述变化过程中，B 的变化总是落后于 H 的变化，这一现

象称为磁滞现象，上述的闭合曲线称为磁滞回线。磁滞的成因是由于磁畴边界（称为畴壁）的移动和磁畴磁矩的转动是不可逆的，当外磁场减弱或消失时，磁畴不按原来变化的规律逆着退回原状。磁滞回线表明，对铁磁质来说，B 和 H 的值不具有一一对应的关系，它们的比值不仅随 H 的变化而异，而且对同一个 H 值而言，比值一般不是惟一的，B 的数值等于多少不仅决定于外磁场和铁磁质本身，而且与铁磁质达到这个状态所经历的磁化过程有关。

三、单畴颗粒集合体的弛豫时间

有些铁磁性物质是很小颗粒组成的，如果颗粒足够小，整个颗粒可以在一个方向自发磁化到饱和，成为单个磁畴，这样的颗粒称为单畴颗粒。对各种铁磁性材料的颗粒可以找到一个临界尺寸，大于临界尺寸的颗粒自发磁化后是多畴的，小于临界尺寸的颗粒自发磁化后是单畴的。在单畴颗粒中不存在畴壁磁化过程，只能有转动磁化过程。这样的材料，磁化和退磁都不容易，它们具有低磁导率和高矫顽力，所以磁性是较稳定的。岩石中含有不少的铁磁性单畴颗粒，因此，研究由大量单畴粒子组成的集合体，对于了解岩石磁性具有重要的意义，它是近代岩石磁学的重要研究内容。

由铁磁学的理论可知，对于立方晶体单畴颗粒的临界尺寸的直径 d_c 为

$$d_c = \frac{18\gamma}{\mu_0 M_s^2}$$

式中，γ 为单位面积畴壁能量；M_s 为饱和磁化强度；μ_0 为真空磁导率。若按上述公式估算磁铁矿和赤铁矿的单畴颗粒的临界直径，设 $\gamma=0.5\times10^{-3}\ \mathrm{J/m^2}$，磁铁矿的 $M_s=4.8\times10^5\ \mathrm{A/m}$ 和赤铁矿的 $M_s=2.2\times10^3\ \mathrm{A/m}$，而 $\mu_0=4\pi\times10^{-7}\ \mathrm{N/A^2}$，将这些数据代入公式，可得磁铁矿和赤铁矿的临界直径 d_c 分别约为 0.03 μm 和 0.15 μm。岩石中大于 0.15 μm 的赤铁矿颗粒极少，可见，以赤铁矿为其磁性来源的岩石，单畴颗粒是天然剩磁的惟一载体。许多事实表明，以磁铁矿为其磁性来源的岩石，它们的天然剩磁的主要载体仍是单畴颗粒及仅有少数几个磁畴的准单畴颗粒。斯泰西指出，直径小于 15 μm 的“准单磁畴”的磁化稳定性犹如单磁畴，在岩石磁性研究中也有特别重要的意义。磁铁矿和赤铁矿的单畴颗粒集合体的矫顽力 H_c 很大，都在 10^5 A/m（约 1000 Oe）以上。一旦它们磁化后，需要很强的退磁场才能将它们退磁。因此，这些单畴颗粒集合体剩磁能抵抗各种磁扰动而保持下来。

为了描述剩磁的时间稳定性，可以引入弛豫时间 τ。它表示已获得剩磁 B_r、只含单畴颗粒的磁化体，在热扰动作用下，各颗粒的磁矩可能反向，导致剩磁的减弱。时间越长，反向磁矩的颗粒越多，剩磁就越小，B_r 随时间作指数衰减

$$B_r = B_{r_0} e^{-t/\tau} \tag{5-1}$$

式中弛豫时间 τ 与温度 t、颗粒体积 V、矫顽力 H_c 和饱和磁化强度 M_s 之间的关系为

$$\tau = \frac{1}{c}\exp\left(\frac{1}{2}\ \frac{\mu_0 H_c M_s V}{kT}\right) \tag{5-2}$$

其中玻尔兹曼常量 $k=1.38\times10^{-23}$ J/K，频率因子 $c\approx10^{10}$/s。

由上式可以看出，对于某种铁磁性材料来说，弛豫时间 τ 的长短，主要取决于单畴颗粒的体积和温度。对于一定体积的单畴颗粒，如果温度过高，τ 值较小，单畴颗粒集合体获得的磁化是不稳定的。外磁场撤除后，磁化将因热扰动而很快消失，或即使施加很弱的外磁场，颗粒磁矩又将很快与新的磁场平衡，获得新的磁化。反之，若温度一定，单畴颗粒太小，τ 值也很小。总之，弛豫时间很小的颗粒为超顺磁性颗粒。

图 5-6 表示磁铁矿温度(℃)和单畴颗粒尺寸(0.1 nm)对弛豫时间 τ(s)的影响。图中 A 区的弛豫时间已接近或超过 10^9 a。显然,具有这种特性的岩石,在漫长的地质年代中,能够完整地保留它所获得的初始磁化。图中 C 区与实验室时间尺度(典型时间如 360 s)相对应。

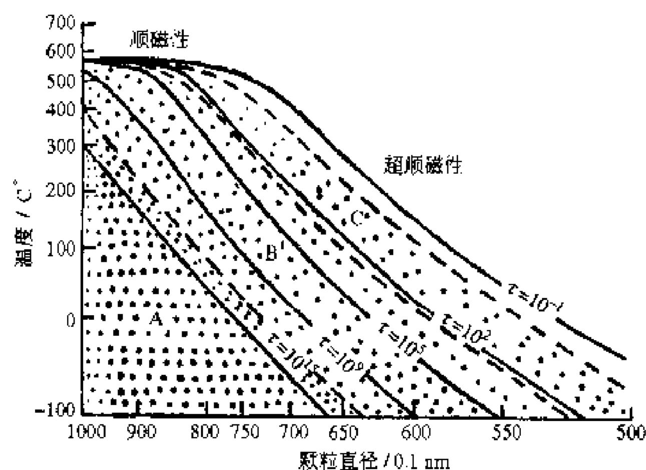


图 5-6 磁铁矿温度和颗粒尺度(0.1 nm)对弛豫时间 τ(s)的影响图
A 区的 τ 与地质时期相对应,C 区与实验室的时间尺度相对应

5.1.2 岩石剩余磁性的类型

岩石的磁性一般是岩石中含量约 0.1%～10%的铁磁性矿物在地磁场作用下产生的。这些铁磁性矿物以小颗粒形式存在,分散在磁性很弱的顺磁性或抗磁性普通岩石基质中。岩石具有铁磁性物质的各种属性,如剩磁、矫顽力、磁致伸缩等。由于铁磁性颗粒在岩石内的浓度很低,近似地可认为彼此间没有磁的相互作用。岩石的磁化强度简单是单位体积内各单个铁磁性颗粒磁矩的总和。

岩石在自然界中成岩时期在地磁场作用下产生的磁化称为原生磁化,它是当时当地地磁场方向和强度的记录。但是,在其后的地质年代里,原生磁化有可能因岩石的变质作用而发生变化,也可能在原生磁化上叠加某些次生磁化。观测到的岩石剩余磁化强度,即天然剩余磁性(NMR)是保留下来的原生剩余磁化强度和各种次生剩余磁化强度之和。古地磁的测量对象是原生剩磁。为此,必须从天然剩磁中分离出原生剩磁。以下介绍不同机制下形成不同类型的剩磁,即热剩余磁性、化学剩余磁性、沉积剩余磁性和黏滞剩余磁性。

一、热剩余磁性 TRM

将铁磁质加热至居里点(磁铁矿、赤铁矿和钛磁铁矿等的居里点在 675℃以下)以上,然后在外磁场中冷却至室温,可获得很强的剩磁。火成岩的热剩磁由温度为 800～1200℃的岩浆在地磁场中冷却而获得的。热剩磁有下列几个特点。

(1) 在弱磁场中,热剩磁强度比常温下获得的剩磁强度要强几十至几百倍。

(2) 对于各向同性的火成岩,热剩磁的方向与外磁场方向一致,于是火成岩的天然剩磁方向一般代表岩石形成时的地磁场方向。

(3) 在弱磁场中热剩磁的强度 M_{TRM} 正比于外磁场感应强度 B,即

$$M_{TRM} = C(T)B \tag{5-3}$$

式中,$C(T)$是和温度有关的比例系数。如在一定温度下,用实验方法确定 $C(T)$,就可根据火成

岩的天然剩磁强度推算古地磁强度。

(4) 岩石在某一特定温度范围内冷却所获得的剩磁称为部分热剩磁(PTRM)。实验表明，岩石在各温度区间所获得的热剩磁彼此无关，仅由岩石的性质、外磁场及温度决定。因此，岩石自居里点冷却到室温所获得的总热剩磁等于各温区部分热剩磁之和。这一结果称为部分热剩磁的可加性。图 5-7 绘出了岩石磁化强度和温度关系曲线。由曲线可以看出，岩石由居里点 t_C 降至 $t=500$ ℃的热剩磁是 t_C—600 ℃ 和 600～500 ℃的部分热剩磁之和。由居里点至 0 ℃的总热剩磁是 t_C—600℃，600～500 ℃，…，100～0℃的部分热剩磁之和。

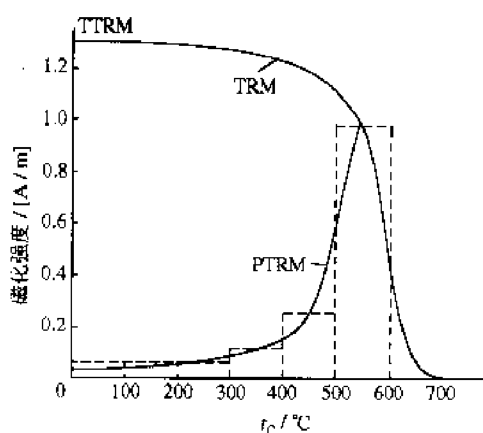


图 5-7 各种温度区间所获得的部分热剩余磁性图(PTRM)，各个 PTRM 的总和给出的 TRM

根据部分热剩磁的可加性，我们可将岩石标本从室温加热至某温度 t，然后在零磁空间中冷却，这样岩石标本中温度 t 以下获得的热剩磁全部被清除掉。用这种办法可退掉岩石形成后在较低温度条件下获得的热剩磁，这称为部分热退磁或热清洗。

(5) 由于火成岩中铁磁质颗粒基本上是单畴颗粒或准单畴颗粒，于是它们的弛豫时间极长。例如，对于一定大小的单畴，如果在 450 ℃时，弛豫时间 $\tau=1000$ s，但在 27 ℃时，$\tau=10^{14}$ 年，热剩磁表现出高度的稳定性。在火成岩形成时的地磁场方向被完全“固定”在这种单磁畴中，在整个地质时期内保持不变。火成岩的热剩磁具有很高的抗干扰能力。外磁场的变化、温度在 200～300 ℃内的热的作用，很难影响热剩磁的变化。

二、沉积剩余磁性 DRM

沉积剩余磁性指的是沉积岩中由母岩风化侵蚀而来的铁磁性碎屑颗粒，在沉积过程中其磁矩沿地磁场方向排列所获得的剩磁。

模拟实验表明，只要沉积时水含量超过 50%，剩磁的偏角和倾角都与地磁场一致。如果母岩是单畴集合体，则其碎屑颗粒也是单畴或单畴集合体，所以它们在沉积过程中所获得的剩磁也是稳定的。另外，沉积剩磁强度 M_{DRM}的大小与外磁场成正比。

沉积岩中的铁磁性物质比火成岩少，所以沉积岩的沉积剩磁比火成岩的热剩磁要低几十倍，乃至几百倍。由于沉积剩磁弱，给磁性测量工作带来一定困难，而且岩石形成后，其他作用的次生剩余磁性相对来说较大，所以沉积岩的剩磁不如火成岩的热剩磁来得稳定。

三、化学剩余磁性 CRM

在一定外磁场中，某些铁磁性物质在其居里点以下的温度，经过化学过程或相变过程而获得的剩磁，称为化学剩磁。

在铁磁性颗粒生成的初期，颗粒很小，弛豫时间 τ 很小，呈超顺磁性，颗粒磁矩取向与外磁场很快达到平衡，获得平衡磁化。当颗粒尺寸增大到一定大小时，颗粒磁矩取向被固定。这以后颗粒的磁矩随颗粒体积增大而增大，但方向分布不再变化。只要单畴颗粒足够大，于是化学剩磁的弛豫时间也很长，磁性极为稳定。因而，化学剩磁和热剩磁一样具有高度稳定性，也是记录和保持古地磁场的重要手段。

在弱磁场中，化学剩磁的强度 M_{CRM}正比于外磁场感应强度。在同样的外磁场下，化学剩磁

强度为热剩磁强度 M_{TRM}的几十分之一。

四、黏滞剩余磁性 VRM

在岩石形成时获得的剩磁称为原生剩磁，而在岩石形成后获得的剩磁，称为次生剩磁。黏滞剩磁就是属于次生剩磁，它是岩石长期置于地磁场中获得的剩磁。

由于地磁场方向处在不断变化之中，所以黏滞剩磁方向可能与原生剩磁方向不同。在某些岩石中，原生剩磁可能大部分衰减掉，次生的黏滞剩磁反而成为主要成分。显见，黏滞剩磁给古地磁研究带来干扰。因此，在测量磁性之前，应对岩石标本进行磁清洗，以消除次生剩磁。

5.2 古地磁学的基本原理和工作方法

5.2.1 基本原理

古地磁研究建立在下列两个假设基础上：

(1) 岩石的原生剩磁方向与形成岩石时的地磁场方向一致，而且如前面讨论过，岩石的原生剩磁具有高度稳定性。于是研究岩石的原生剩磁就能推测岩石形成时的地磁场方向。至于在岩石形成后的漫长地质历史中，岩石所获得的各种次生磁化必须予以去除，才能获得所需的原生剩磁。在后面将讨论有关磁清洗的问题。

(2) 古地磁场是轴向地心偶极场。我们知道，根据现代对地磁场的观测，地磁场的基本部分是地心偶极场。对于偶极子场，在4.2节中已推导出磁倾角 I 与磁纬度 ϕ、磁余纬度 θ 之间的关系为

$$\tan I = 2\tan\phi = 2\cot\theta \tag{5-4}$$

由上式可知，在地面上任意点测定 I 后，可由上式计算磁余纬 θ，再由该点测出的磁偏角 D，可定出地磁极的位置，这样确定的磁极称为虚地磁极(VGP)。

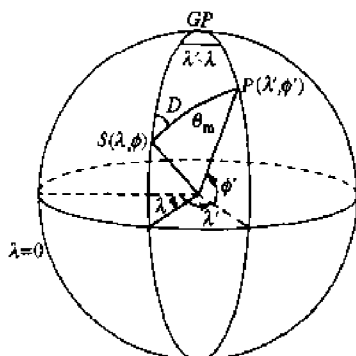


图 5-8 计算虚磁极位置图
D—磁偏角； θ_m—磁余纬度

图5-8上标出了测点 $S(\lambda,\phi)$、地理北极 GP 和虚地磁极 P 点 (λ',ϕ') 的位置，它们组成一个球面三角形。根据球面三角形的余弦定理和正弦定理，虚地磁极 P 点的地理经纬度 (λ',ϕ') 由下列方程决定。

$$\left.\begin{aligned}\theta &= \cot^{-1}\left(\frac{1}{2}\tan I\right)\\ \sin\phi' &= \sin\phi\cos\theta + \cos\phi\sin\theta\cos D\\ \sin(\lambda'-\lambda) &= \sin\theta\sin D/\cos\phi'\end{aligned}\right\} \tag{5-5}$$

其中，当 $\cos\theta \geqslant \sin\phi\sin\phi'$ 时，取 $\lambda'-\lambda=\beta$；当 $\cos\theta < \sin\phi\sin\phi'$ 时，取 $\lambda'-\lambda=180°-\beta$，$-90° \leqslant \beta \leqslant 90°$。

5.2.2 工作方法

古地磁的工作方法，包括标本采集，实验室内测量标本的磁化方向和对测量结果进行统计整理及原生剩磁的判别等。

一、标本的采集

在一系列分散地点采集待研究的岩石标本，采样位置尽可能均匀分布于该岩层所代表的

整段时代。在每一采样点上，要采集若干块风化程度轻的新鲜岩石标本。

在岩石标本采集之前，必须在标本上标出地理坐标轴(正北、正东、正下)或者标出层面坐标轴(倾向、走向、垂直层面)，并记下层面的倾角和倾向。这样做是为了实验室内测定的剩磁方向与实地方向联系起来。

一般手工标本的尺寸约为15 cm×7 cm×7 cm；用轻便钻钻取 15 cm 长的岩心。在实验室内，从每块标本中切取若干标有坐标标志、形状规则(立方体、圆柱体)的样品，进行磁测量。

二、样品剩余磁性的测定

测量岩石剩余磁性的常用仪器有无定向磁力仪和旋转磁力仪，还有测量灵敏度更高的超导磁力仪。

1. *无定向磁力仪*

无定向磁力仪的基本部件是相距约 150 mm 的两个磁矩相等、极性相反的磁棒固定在一根长约 170 mm 的轻质铝杆上，用扭力常量近于零的悬丝，将铝杆吊起，如图 5-9 所示。由于磁系的总磁矩为零，在均匀磁场中不受力矩的作用，因而它不受均匀磁场的影响，若悬丝的扭力常量为零，则磁系可静止在任意方位，故称为“无定向磁系”。也由于扭力常量很小，磁系对非均匀磁场很灵敏。目前最灵敏的无定向磁力仪能测量 10^{-4}～10^{-5}(A/m)单位的磁化强度。

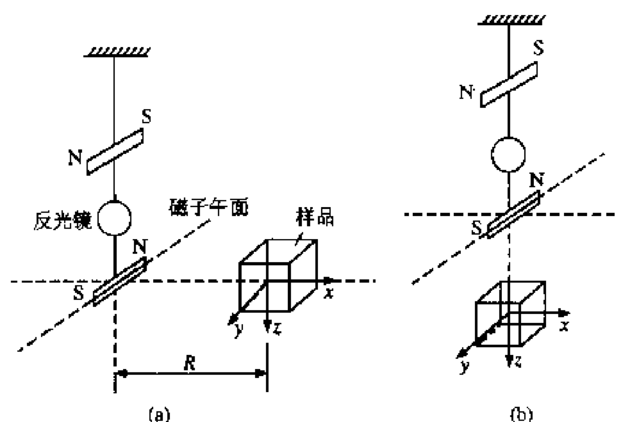


图 5-9 无定向磁系示意图

测量时将待测样品放置在磁系侧边，并使样品中心与磁系下部磁棒在同一水平线上(图 5-9(a))，这样放置的位置称为高斯第一位置。

设样品的剩余磁化强度为 M_r，在图 5-9 表示的坐标系中可分解为 M_{rx}，M_{ry}，M_{rz}三个分量。由(4-27)和(4-28)式可知，只有 M_{rx}对磁系有作用(忽略对上部磁棒的作用)，且它产生的磁感应强度为

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2m_{rx}}{R^3} = \frac{\mu_0 M_{rx} V}{2\pi R^3} \tag{5-6}$$

式中，m_{rx}为磁矩的 x 分量；R 为样品中心至磁棒中心的距离；V 为样品的体积。

下部的磁棒处在样品磁场作用下受到一力矩，使悬挂磁棒的悬丝受到扭力矩，磁系上的反光镜产生一个偏转，从而测得读数。

测量时，样品按图 5-10 所示步骤放置在样品架上分别测量。按图 5-10(a)，经四次测量后所得读数为 S_1，S_2，S_3，S_4 值，计算求得

$$M_{rx} = \frac{1}{4}(S_1 - S_2 - S_3 + S_4)\epsilon \cdot \frac{2\pi R^3}{\mu_0 V} \tag{5-7}$$

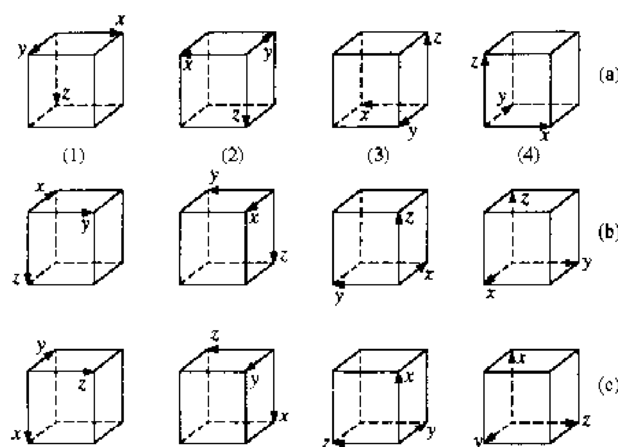


图 5-10　样品放置方式示意图

式中，ε 是仪器的格值，单位为 T/mm。

经过图 5-10 中(b)，(c)各步骤也可分别求出 M_{ry}，M_{rz}。由此可求得岩石样品的剩余磁化强度的大小和方向。

若将样品放置在如图 5.96(b)位置(称为高斯第二位置)，样品在下部磁棒处的磁感应强度为

$$B = \frac{\mu_0 M_{rx} V}{4\pi R^3} \tag{5-8}$$

采用与上面类似的步骤，也可分别求样品的 M_{rx}，M_{ry}，M_{rz}。

2. *旋转磁力仪*

旋转磁力仪的工作原理是将岩石样品绕某轴匀速转动，通过样品磁场在试探线圈中产生的感应电动势的振幅和相位，来测定样品的剩余磁化强度。

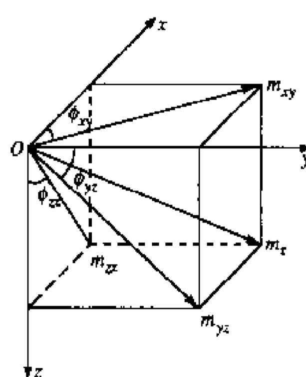


图 5-11　旋转磁力仪测定样品磁矩的分量图

测量时，使样品分别绕三个坐标轴旋转。当样品绕 z 轴旋转时，可测得总磁矩 m_r 在 xOy 平面上的投影 m_{xy} 的大小及它与 x 轴的夹角 ϕ_{xy}。当样品相继绕 x 轴、y 轴旋转，可分别测得 m_{yz}，ϕ_{yz} 和 m_{zx}，ϕ_{zx}(图 5-11)。于是有

$$m_r = \left(\frac{m_{xy}^2 + m_{yz}^2 + m_{zx}^2}{z}\right)^{1/2}$$

或是

$$\left.\begin{aligned} m_x &= m_{xy}\cos\phi_{xy} \\ m_y &= m_{yz}\cos\phi_{yz} \\ m_z &= m_{zx}\cos\phi_{zx} \end{aligned}\right\} \tag{5-9}$$

以及偏角 ϕ_{xy} 和倾角 $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{m_{xy}}{m_z}\right)$。

实际测量是通过将一已知磁矩和安装方位的参考磁铁与样品同频率旋转，比较它们分别在线圈中产生的感应电动势的振幅和相位，从而确定样品的磁矩大小和方向。

3. *超导磁力仪*

超导磁力仪是 20 世纪 60 年代中期研制成的一种快速的具有高灵敏的磁力仪，它的灵敏度高出其他磁力仪几个数量级，可达 10^{-6} nT。因此，超导磁力仪是测定弱磁样品的良好设

备。

(1) 超导体的基本知识。1911 年昂纳斯用液氦冷却汞线并通以几毫安的电流，在测量其端电压时发现，当温度低于 4.15 K 时，汞线的电阻突然降为零，这就是零电阻现象或超导电现象。具有这种超导电性的物体称为超导体，其电阻突然变为零的温度，称为超导转变温度。若维持外磁场、电流和应力等足够低的值，则样品在一定外部条件下的超导转变温度称为超导临界温度 T_c。

超导体另一基本性质是它的抗磁性，即超导体处在超导状态下其内部的磁感应强度总为零。

对于具有空腔的复连通超导体(如超导环等)，假定在高于 T_c 的温度下沿轴向施加一磁场，然后冷却到 T_c 以下，这时在超导实体内的磁场被排出，而孔道中的磁通量基本不变，即使撤去外磁场，孔道中的磁通量仍然不变，由超导体表面的超导电流维持着。实际上，超导体表面上感应出来的表面电流分布在表面层的一定厚度内，在此厚度内磁感应强度从表面外的值逐渐衰减到体内的 $B=0$。该表面层厚度约为 10^{-8} m。

通常把穿过内孔以及超导体内表面穿透区域的总磁通量，称为类磁通。理论和实验都证明，类磁通是守恒的，且其量值是量子化的，最小单位为磁通量子 Φ_0，即

$$\Phi_0 = \frac{h}{2e} = 2.068 \times 10^{-15}\ \mathrm{Wb}$$

式中，h 为普朗克常量；e 为电子的电量。

(2) 约瑟夫森效应。量子力学告诉我们，当两层正常金属用薄绝缘层隔开时，电子能够穿过绝缘层势垒，通常称此为隧道效应。两超导体之间有一薄绝缘层的结构称为超导的隧道结。1962 年约瑟夫森从理论上预言，当绝缘层的厚度只有数个 nm 时，电子对(库柏对)可以穿过绝缘层形成电流，而隧道结两端没有电压，即绝缘层也成了超导体。当电流超过一临界值后，结两端出现电压，同时电流变成高频交变电流，频率为 $\nu=\frac{2e}{h}V$。上述两现象都是在外磁场 $B=0$ 的条件下出现的。若 $B\neq 0$，超导隧道结(也称约瑟夫森结)两侧电子对的宏观波函数相位差是结区位置的函数，从而流过结的电流密度随空间位置而变化。这时，不同位置的电流密度是相位相干的，从而可以呈现干涉现象的。

(3) 超导量子干涉器件 SQUID。人们利用磁场在约瑟夫森结中产生干涉效应，从而制成可以精确测量磁通量的超导量子干涉器件 SQUID。它是超导磁力仪的核心部件。SQUID 有直流和射频两类。

如果两个约瑟夫森结用超导体通路并联起来就成为直流 SQUID，如图 5-12 所示。超导电流随并联通路形成的环内磁通量 Φ 的变化而发生周期(Φ_0)性变化，如图 5-13 (a)所示。结两端电压 V_{ab} 与 Φ 的关系如图 5-13 (b)所示。利用电子线路对电压的改变次数进行快速测量出来，并且把不满一个周期的改变也测量出来，这样就确定了磁通量 Φ 是磁通量子 Φ_0 的多少倍。已知超导环的面积 S，从而求出相应的磁感应强度。

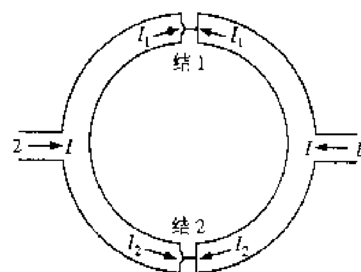


图 5-12　双结超导环

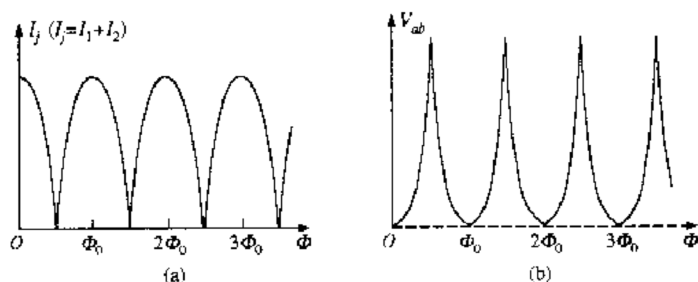


图 5-13 (a) 双结环 I_j 与 Φ 关系图；(b) 结两端电压 V_{ab} 与 Φ 关系

将一个约瑟夫森结的两端用超导体连接形成回路就成为射频 SQUID。这种器件的工作还需要一个射频谐振电路(图 5-14)，并由一个射频恒流源向谐振电路提供射频电流 i_d。谐振电路两端的电压 V_t 与预测的 Φ 关系如图 5-15 所示。同样采用电子线路对 V_t 的改变次数进行快速测量，并对不满一个整数周期的改变也测量出来，即可确定 Φ 是磁通量子 Φ_0 的多少倍。

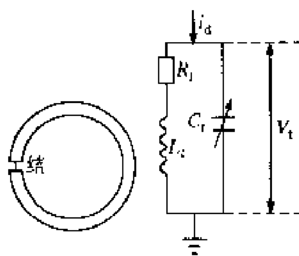


图 5-14 射频 SQUID 的测量电路

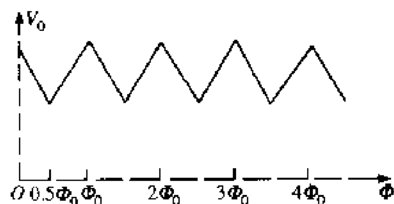


图 5-15 谐振电路两端电压 V_t 与 Φ 的关系

SQUID 通常被浸入液氦(4.2 K)下工作，自 1986 年以来不断发现高临界温度的新型超导材料，超导技术的应用也越来越广泛。图 5-16 是一种超导磁力仪的框图。

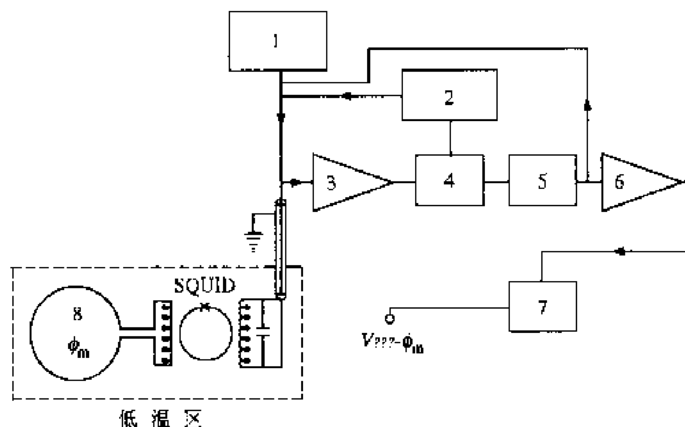


图 5-16 超导磁力仪的框图

1—射频振荡器；2—参考振荡器；3,6—放大器；4—相位灵敏探测系统；5—反馈控制；7—滤波器；8—灵敏线圈

三、样品退磁

由于古地磁的研究是岩石的原生剩磁，所以需要消除次生剩磁。一般采用交变磁场退磁和热退磁两种方法消除次生剩磁。

1. 交变磁场退磁

对古地磁研究最有意义的是单畴颗粒。单畴的弛豫时间越长，磁性就越稳定。由(5-2)式可

知，弛豫时间 τ 与矫顽力 H_c 的指数成正比。由于岩石样品内磁畴颗粒大小、形状、成分、内应力等不同，所以岩石中磁性颗粒的矫顽力有一定的分布，称为矫顽力谱。H_c 低的磁畴，τ 就短，磁性不稳定，容易失去原生剩磁而获得各种次生剩磁。因此，消除低矫顽力磁畴的定向排列(退磁)，能提高稳定剩磁在岩石中的比例。

交变退磁的方法是将样品置于峰值为 H_{max} 的交变磁场中，逐渐将磁场减至零，其磁滞回线如图 5-17 所示。H_c 小于 H_{max} 的磁畴都被退磁，样品中残留下来的剩磁由 H_c 大于 H_{max} 的磁畴组成。

有两种方法可以判定究竟选用多大的交变退磁场才能消除不稳定成分。在逐步提高 H_{max} 的过程中，① 样品剩磁方向不再改变，仅强度改变；② 取自一个采样点的若干样品的剩磁方向的离散度最小。

交变退磁方法比较适合于火成岩，因为火成岩的磁性矿物主要是磁铁矿，它的矫顽力较低，一般在 1.6×10^6 A/m 以下，目前的设备可以产生这样强的交变磁场。沉积岩中常见的赤铁矿的矫顽力有时高达 1.6×10^7 A/m，目前产生这样强的交变磁场困难较多，常采用热退磁方法。

2. 热退磁

热退磁的方法是将样品加热到某一温度，然后在无磁场状态下冷却，这时弛豫时间比较低的磁化强度矢量分布在随机方向上，而弛豫时间长的材料的剩磁仍保留在原方向上。选用多高的温度退磁样品和上一节所述的两种方法一样。

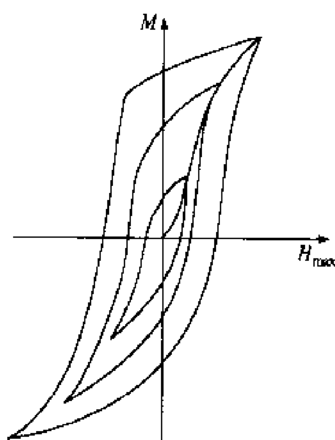


图 5-17　交变退磁的图解

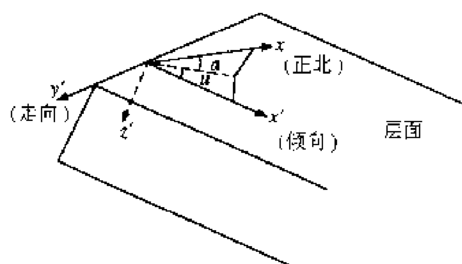


图 5-18　层面坐标系与地理坐标系的关系

四、资料整理

1. 层面坐标系与地理坐标系的变换

如果标本上标的是地理坐标轴(x—正北，y—正东，z—向下)，实测的剩磁磁化强度的三个分量 M_x, M_y, M_z 是相对于这些坐标轴的，则由(4-21)式知，磁偏角 D 和磁倾角 I 为

$$\left.\begin{aligned} D &= \tan^{-1}\frac{M_y}{M_x} \\ I &= \tan^{-1}\frac{M_z}{\sqrt{M_x^2+M_y^2}} \end{aligned}\right\} \tag{5-10}$$

如果标本上标的是层面坐标轴(x'—倾向，y'—走向，z'—垂直层面向下)，实测剩磁磁化

强度三个分量 $M_{x'}, M_{y'}, M_{z'}$ 是相对层面坐标轴的，于是必须换算出 M_x, M_y, M_z，然后再根据(5-10)式计算 D 和 I。图 5-18 中的 α 代表倾向 x' 的方位角，u 代表倾角，两种坐标系间的变换关系为

$$\begin{pmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos u\cos\alpha & -\sin\alpha & -\sin u\cos\alpha \\ \cos u\sin\alpha & \cos\alpha & -\sin u\sin\alpha \\ \sin u & 0 & \cos u \end{pmatrix} \begin{pmatrix} M_{x'} \\ M_{y'} \\ M_{z'} \end{pmatrix} \tag{5-11}$$

2. *倾斜改正*

许多岩层在形成后发生倾斜，为了获得原始的剩磁方向与原始岩层的水平位置联系起来，这项工作称为倾斜改正。对于细粒沉积岩(如泥页岩)可把层面当做原始水平面。对于火成岩，则常常假定它侵入原来的水平岩层中，可把周围沉积岩的倾斜当做火成岩体的倾斜。

用 $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$ 代表岩层原始水平位置时的地理坐标轴，x', y', z' 代表层面坐标轴。将岩层恢复水平后，两个坐标系的相对关系如图 5-19 所示，$\bar{z}$ 和 z' 轴重合，$\bar{x}$ 与 x' 轴相交 α 角(岩层的倾向方位角)。两种坐标系间的变换关系如下：

$$\begin{pmatrix} M_{\bar{x}} \\ M_{\bar{y}} \\ M_{\bar{z}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha & 0 \\ \sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} M_{x'} \\ M_{y'} \\ M_{z'} \end{pmatrix} \tag{5-12}$$

计算出 $M_{\bar{x}}, M_{\bar{y}}, M_{\bar{z}}$ 后，可按(5-10)式计算岩石水平时的偏角和倾角。

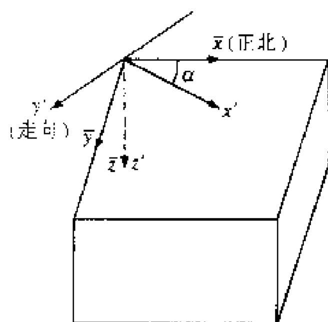


图 5-19 将层面旋转水平后，层面坐标系与地理坐标系的关系

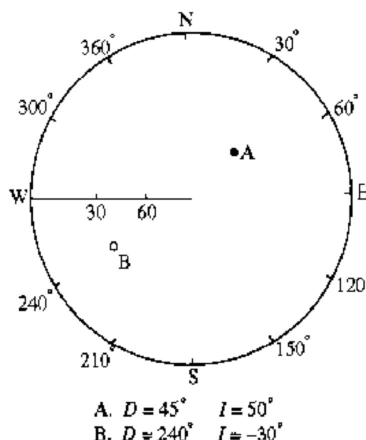


图 5-20 在吴尔夫网上表示的磁化方向

3. *磁化方向的图示法*

为了在平面上表示每个样品的剩磁方向(用偏角和倾角代表)，经常使用球极投影图网，如吴尔夫网(图 5-20)，网的圆周上的角度代表偏角，至圆心的距离代表倾角，倾角向下时用圆圈(∘)表示，向上时用圆点(•)表示。

五、数据的统计处理

在一个岩样采集点，要采集若干块标本，这些岩石标本的磁化方向一般是离散的。数据统计处理的目的是确定：① 平均的磁化方向；② 磁化方向的离散程度；③ 古地磁极的误差。

1. *平均磁化方向*

由于我们仅对剩磁化强度的方向感兴趣，所以每一个标本的剩磁化强度方向用单位矢量

表示。一组剩磁化强度方向的最佳估计值，用各单位矢量的合矢量 **R** 的方向来表示。

偏角 D、倾角 I 的单位矢量在直角坐标系上的三个分量为

$$x_i = \cos D_i \cos I_i,\quad y_i = \sin D_i \cos I_i,\quad z_i = \sin I_i$$

合矢量 **R** 的三个分量为

$$X = \sum_{i=1}^{n} x_i,\quad Y = \sum_{i=1}^{n} y_i,\quad Z = \sum_{i=1}^{n} z_i$$

R 的大小为

$$R = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2} \tag{5-13}$$

于是平均剩磁化强度方向的偏角和倾角为：

$$\bar{D} = \tan^{-1}\frac{Y}{X} \tag{5-14}$$

$$\bar{I} = \sin^{-1}\frac{Z}{R} \tag{5-15}$$

2. 离散度

通常，同一岩石单元的各标本的剩磁方向围绕着真方向（岩石形成时地磁场方向）呈离散分布。离散是各种因素（岩石形成时磁畴颗粒热扰动、岩石结构的不均匀性、漫长地质史中次生磁化以及测量误差等）造成的。这些因素总的来看具有随机性质，使各标本的剩磁矢量相对真方向呈轴对称分布，矢量分布密度随离开真方向的角距 θ 的增大而减小。在随机干扰的假设下，矢量分布概率密度（单位面积上的分布概念）为：

$$P = \frac{K}{4\pi \mathrm{sh}K}\mathrm{e}^{K\cos\theta} \tag{5-16}$$

上式称为菲舍尔分布，式中 K 为精度参数，$\mathrm{sh}K=\frac{\mathrm{e}^K-\mathrm{e}^{-K}}{2}$ 为双曲正弦函数。根据统计学规则，在标本数 N 为有限数值，K 的最佳估计值为：

$$K = \frac{N-1}{N-R} \tag{5-17}$$

如果 N 个单位矢量的方向完全重合时，合矢量 $R=N$，这时有 $K\to\infty$，说明离散度最小，即平均方向的精度最高；如果 N 个单位矢量的端点均匀分布在单位球面上，则合矢量 $R=0$，这时有 $K\to1$，说明离散度最大，即精度最低。

由菲舍尔分布可求出，任一矢量分布在以真平均方向为轴，平顶角为 θ 的圆锥（图 5-21）内的概率为

$$P=\int_0^\theta p\,\mathrm{d}s = \frac{K}{4\pi\mathrm{sh}K}\int_0^\theta \mathrm{e}^{K\cos\theta}\cdot 2\pi\sin\theta\,\mathrm{d}\theta = \frac{1}{2\mathrm{sh}K}(\mathrm{e}^K - \mathrm{e}^{K\cos\theta})$$

当 $K>3$ 时，有 $P\approx1-\mathrm{e}^{-K(1-\cos\theta)}$，

若 θ 很小，　　$\cos\theta\approx1-\frac{\theta^2}{2}$

于是有　　$P=1-\mathrm{e}^{-\frac{K\theta^2}{2}}$

由上式可解出

$$\theta = \frac{1}{\sqrt{K}}\sqrt{2\ln\left(\frac{1}{1-P}\right)}\quad (\mathrm{rad})$$

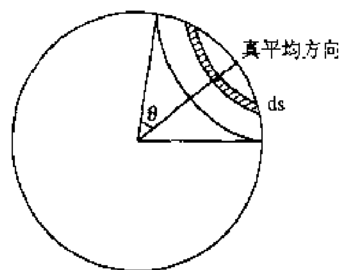


图 5-21　落在以真平均方向为轴、半顶角为 θ 的圆锥内的概率的计算

或

$$\theta = \frac{57.3}{\sqrt{K}}\sqrt{2\ln\left(\frac{1}{1-P}\right)} \quad (°) \tag{5-18}$$

若设 $P=0.95$，由上式可得

$$\theta_{95} = \frac{140°}{\sqrt{K}} \tag{5-19}$$

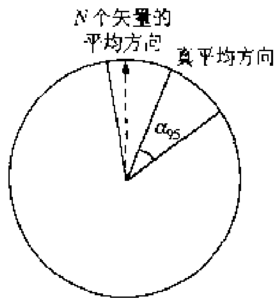


图 5-22　N 个矢量的平均方向以 95%的置信度落在以真平均方向为轴、半顶角 α_{95} 的圆锥内

即 95%的矢量分布在半顶角为 θ_{95} 的圆锥内。通常把 θ_{95} 作为各方向与真平均方向离散度的量度。

对于 N 个矢量的平均方向，菲舍尔证明，它以 95%的概率落在以真平均方向为轴、半顶角为 α_{95} 的圆锥(图 5-22)内，α_{95} 值为

$$\alpha_{95} = \frac{\theta_{95}}{\sqrt{N}} = \frac{140°}{\sqrt{NK}} \tag{5-20}$$

反过来也可以说，在求得 N 个矢量的平均方向后，真平均方向落在以平均方向为轴、半顶角为 α_{95} 的圆锥内的概率为 95%。因而常常把 α_{95} 称为平均方向的 95%置信圆的角半径。精度参数 K 越大，则 α_{95} 越小，磁化方向的离散度越小。

3. 古地磁极的误差

(5-5)式确定了由岩石剩磁的平均方向($\overline{D}$,$\overline{I}$)导出的古地磁极的位置。于是 $\overline{D}$,$\overline{I}$ 的误差影响古地磁极的误差。剩磁方向的误差可用 95%置信圆的角半径 α_{95} 来表示。图 5-23 画出了剩磁方向和 α_{95}。由图可知，

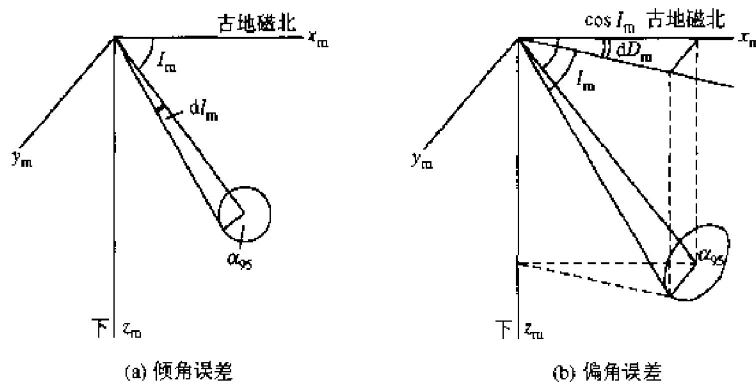


图 5-23　倾角误差、偏角误差与 α_{95} 的关系

倾角误差

$$d\overline{I} = \alpha_{95} \tag{5-21}$$

偏角误差

$$d\overline{D} = \frac{\alpha_{95}}{\cos I} \tag{5-22}$$

对(5-5)式的第一式微分，可得由磁倾角的误差 $d\overline{I}$ 引起磁余纬的误差 $d\theta$

$$d\theta = \frac{2}{1+3\cos^2\overline{I}}d\overline{I} = \frac{2}{1+3\cos^2\overline{I}}\alpha_{95} = \frac{1}{2}(1+3\cos^2\theta)\alpha_{95} \tag{5-23}$$

误差 $d\theta$ 位于通过 P,S 的大圆面上(图 5-8)。

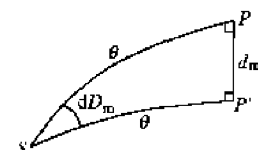


图 5-24　偏角误差引起的磁极误差

磁偏角的误差使古地磁极偏离 PS 大圆面(图 5-24)。由球面三角正弦定理，偏离的角距离 d_m 为：

$$d_m = \sin\theta \mathrm{d}D = \frac{\sin\theta}{\cos I}\alpha_{95} = \frac{2}{(1+\cos^2 I)^{1/2}}\alpha_{95}$$

$$= (1 + 3\cos^2\theta)^{1/2}\alpha_{95} \quad (5\text{-}24)$$

由(5-23),(5-24)两式可知,同样的 α_{95},有 $d_m > \mathrm{d}\theta$。所以表征磁化方向误差的95%置信圆变换成表征磁极位置误差的95%置信椭圆。

5.3 古地磁的应用

5.3.1 地磁学方面的应用

一、古地磁场强度

(5-3)式告诉我们,在弱磁场下热剩磁与外磁场成正比,于是利用该式可对古地磁场强度进行间接测量。如果古地磁场磁感应强度为 $B_{古}$,标本的天然剩磁强度为 $M_{天然}$,将火成岩或熔烧过的古物标本加热后在已知弱磁场 $B_{已知}$ 中冷却,从而获得热剩磁 M_{TRM}。由(5-3)式,可得

$$B_{古} = \frac{M_{天然}}{M_{TRM}} B_{已知} \quad (5\text{-}25)$$

上式成立的条件是:① 原生剩磁随时间衰减很少;② 次生剩磁影响很小;③ 古物标本在加热过程中没有物理或化学变化。

二、古代地磁场的长期变化

地磁场的直接测量可追溯到1540年,但对地磁场进行系统测量仅有100余年的历史,如果利用历史记载的熔岩和古物中保存的剩磁,可以把地磁场的长期变化记录追溯到几千年前,像窑、冶炼炉、瓦片和陶器等古物标本,对于古地磁工作常常是很理想的,因为它们获得热剩磁的过程可以在实验室里重演,它们的磁性成分通常是在磁性和化学方面都很稳定的赤铁矿。图5-25是利用熔岩、陶器、砖和窑等材料测得的磁偏角和磁倾角的长期变化。

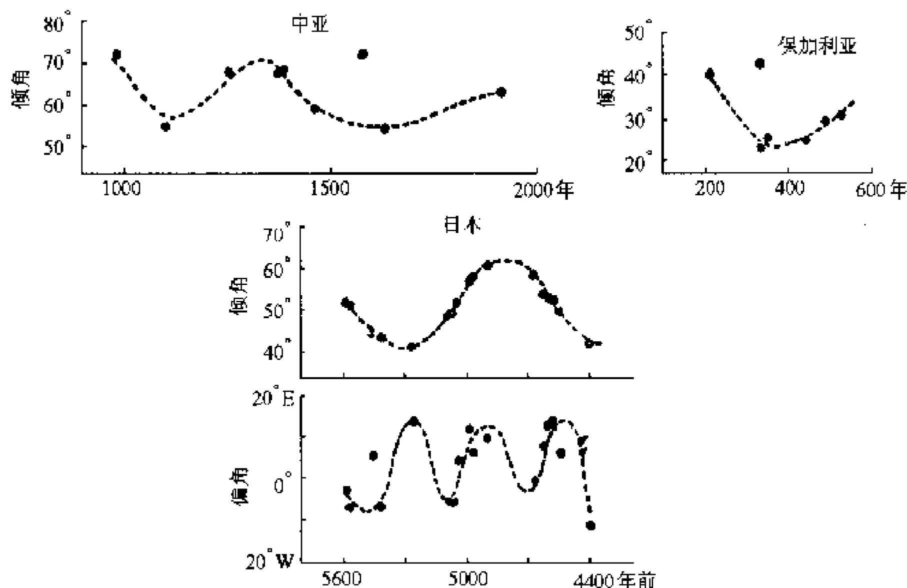


图5-25 利用熔岩、陶器、砖和窑等材料,由考古期和史期观测得到的长期变化图

对于更早的时间，现有的测定绝对年龄的方法都不够准确，难以分辨几千年，甚至几百万年的年龄差别。然后在特殊情况下，例如冰川纹泥沉积和某些熔岩层序，可利用相对年龄。图5-26是利用纹泥得到的磁偏角和磁倾角长期变化曲线。

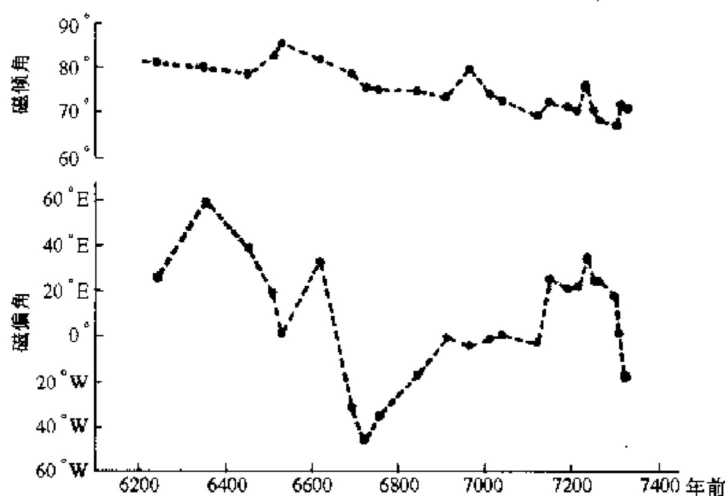


图5-26 用纹泥得到的长期变化图

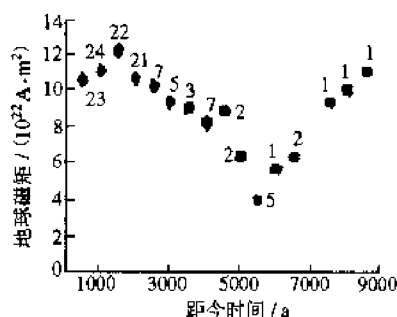


图5-27 根据考古地磁资料推断的地球磁矩的变化图

数字表示所用的资料数目；垂直短线表示标准误差

古地磁场方向有长期变化，它的强度（或它的磁矩）也有着长期变化。图5-27绘出了根据考古地磁资料推断的地球磁矩的长期变化曲线。由曲线可看出，地球磁矩在不断变化，变化幅度约8×10^{22} A·m²，与现代地球磁矩相当。此外，偶极矩变化似有8000年的周期。近代观测表明，地球磁矩在130年减少了6%，看来这种减少只是地球磁矩周期变化中的局部现象。

三、古地磁场的长期平均性质

图5-28是根据考古地磁资料测定的几千年内的地磁极的平均位置，它们的分布显然是以地球自转轴为中心，表明在最近几千年里，平均地磁场是一个轴向地心偶极子场。

利用2000万年以来的火成岩（假定它们喷发以后没有经历过构造运动），求出了1000余个古地磁极，这些古地磁极也是以地理极为中心对称分布（图5-29）。所以，在过去2000万年以内，地磁场是一个轴向的地心偶极子场。

对于更早的时期，因为资料少，而且在各个大陆之间有过较大的构造运动，磁极位置越来越分散，不再以地理极为中心的对称分布，但每个大陆的磁极自己聚集在一起，分散范围不很大。尽管年代越早，资料的可靠性和统计性越差，但一般结论还是相同的。地磁场始终基本上是一个地心偶极子场，并且当对一个足够长的时间（例如大于1万年）平均时，偶极子轴与地理轴重合。简言之，古地磁极就是古地理极。

四、地磁场的反转

20世纪初有人发现，有些岩石的剩余磁化方向和现在的地磁场方向恰好相反，以后的观测证明，这是一个相当普遍的现象，且和岩石的形成年代有关。对于某一地质时期的岩石，剩余磁化方向几乎完全和现代地磁场方向相反，而在另一时期，则又完全相同。这种磁化转向是世

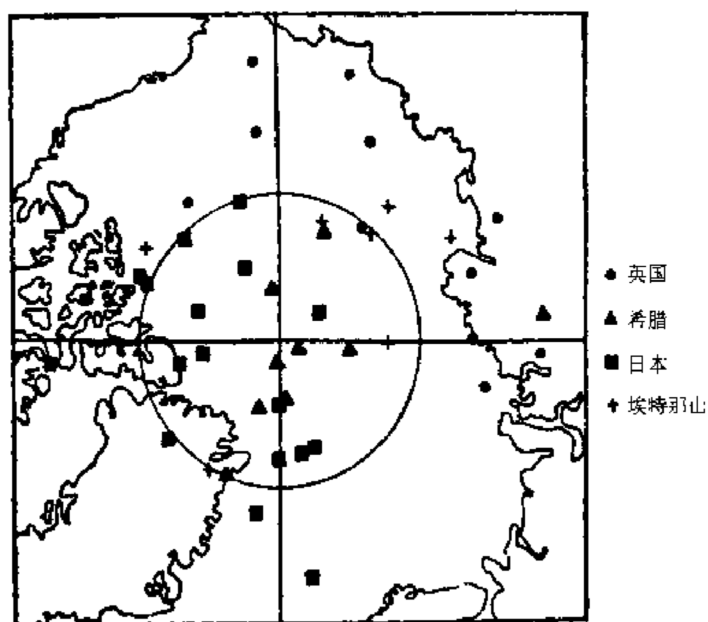


图 5-28 按考古材料测定的磁极位置

观测结果代表史期和史前期几千年的时间，在每一个地区内，观测结果的分布有些不均匀，就整体而言，显然是以地球现在的自转轴为中心

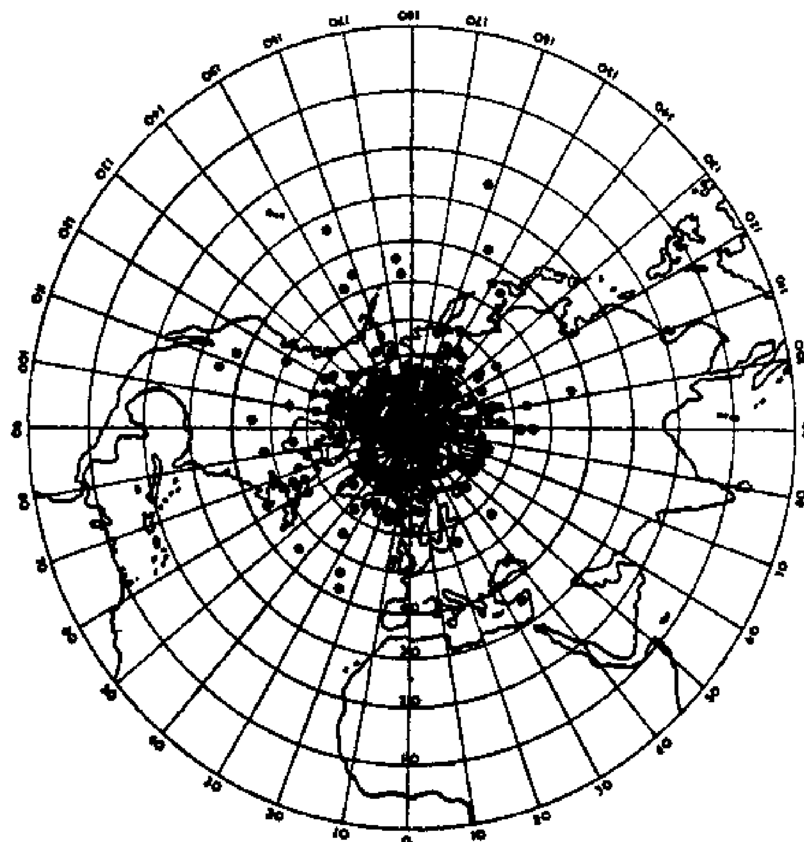


图 5-29 2000 万年以来的火成岩的磁极位置

界范围的现象，不同地点和不同类型的岩石，磁化方向在时间上是一致的。这个现象只能用地磁场本身发生反向来解释。这种情况称为地磁场反转。观测表明，地磁场曾发生了许多次反复

的反转。图 5-30 列出了 450 万年来地磁极性年表。最初发现，近 400 万年有三次地磁场反转。0～70 万年为正向时间，称为布容正向期；70～250 万年是反向的，称为松山反向期；250～330 万年又是正向的，称为高斯正向期；再向前是反向的吉尔伯特期。这些“期”是以研究地磁学的学者的名字命名的。“期”的长度约百万年数量级。以后通过更精细的观测，发现在这些“期”内还存在着更短的反转现象，称为“事件”。于是在正向“期”中存在着反向“事件”，在反向“期”中存在着正向“事件”。这些“事件”以发现地名来命名，“事件”的持续长度比“期”约短一个数量级。在图 5-30 中由火成岩得出的极性年表里，450 万年期间有过 25 次极性反转，每一次极性的持续时间从 1～70 万年不等，平均持续时间为 18 万年。

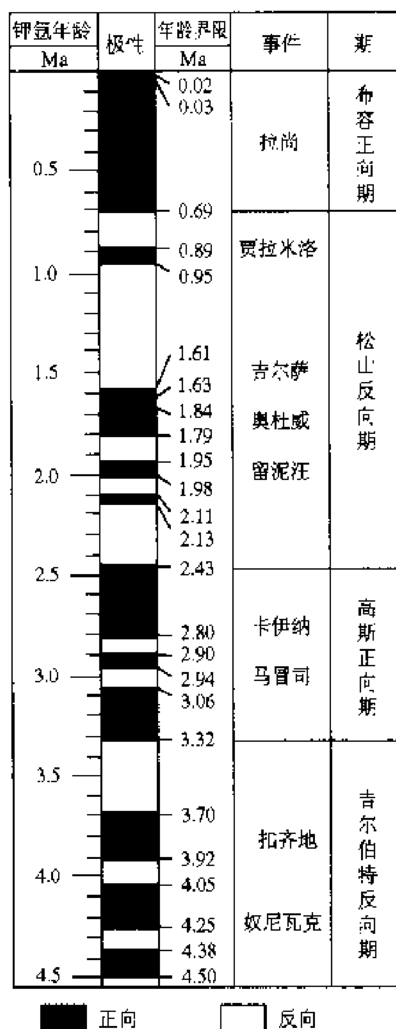


图 5-30 4.5×10^6 a 的地磁极性年表

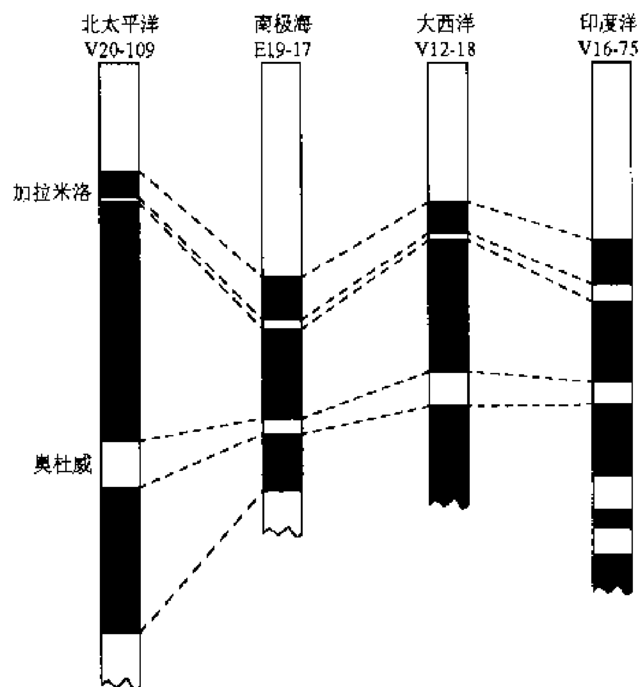


图 5-31 深海沉积岩心的极性

可以对比世界上大多数海洋中所取得的岩心的极性序列，这种对比已由微体化石说明的极性变化年龄所证实。本图所举的例子代表了每个海洋中的大量岩心的结果

由观测深海沉积物的剩磁得出的极性变化序列与上述由火成岩得出的极性年表是一致的，虽然两者形成的剩磁方式不同，前者是沉积剩磁，后者是热剩磁。这些观测结果说明了地磁极性变化是全球性的现象。图 5-31 是世界主要大洋中海底沉积的极性变化情况，尽管它们彼此相距很远，但是极性变化过程都相同。

5.3.2 地质学方面的应用

一、大陆漂移

1912年魏格纳提出大陆漂移说，当时得不到承认，该学说更随魏格纳于1930年逝世而衰落。20世纪50年代，阮康等发现古地磁成果能够定量证明大陆漂移说的存在，于是复活了大陆漂移说。

大陆漂移的重要证据是视极移曲线。在稳定地区内，将各地质时期的古地磁极画在现代坐标上，连接起来，称为该地区的视极移曲线。如果地区不动，即大陆没有漂移过，这条曲线代表磁极移动的路线；如果地磁极不动，则大陆沿视极移曲线的反方向漂移。是否也可能地磁极移动和大陆漂移都有？因此，只根据一个地区的视极移曲线不能得出大陆漂移的结论，还须用多个地区的视极移曲线才能判断。因为地磁场基本上是一个偶极子场，同一时间有惟一的地磁极性。如果大陆从未漂移过，那么同一时代从各大陆求出的磁极应大致重合；如果各大陆之间的磁极存在明显的不重合，说明大陆间发生过相对运动，这就是古地磁研究大陆漂移的基本思想。以下举例说明。

大陆漂移说认为南美洲和非洲曾经连在一起，白垩纪以后分裂漂移。这种推测得到古地磁的证实。将南美洲和非洲的视极移曲线(南磁极)画在一张图上(图5-32(a))，两条曲线明显不重合，这清楚表明两大陆曾发生过相对运动。但两条视极移曲线的趋势却很相近，都从赤道附近逐渐向南移，而且南美洲的视极移曲线始终在非洲的视极限曲线的西面，正像南美大陆在非洲大陆的西面一样。将非洲固定不动，按大陆架形态，使南美向东移动，与非洲拟合(图5-32(b))，它的地磁极也随之移动，结果中生代以前两大陆的视极移曲线很吻合，但中生代以后的视极移曲线分离了。所以古地磁证明了南美洲和非洲在古生代时是连在一起的，侏罗纪后开始分裂，白垩纪后有明显的分裂，而且可以判断南美洲的运动方向是向西平移。

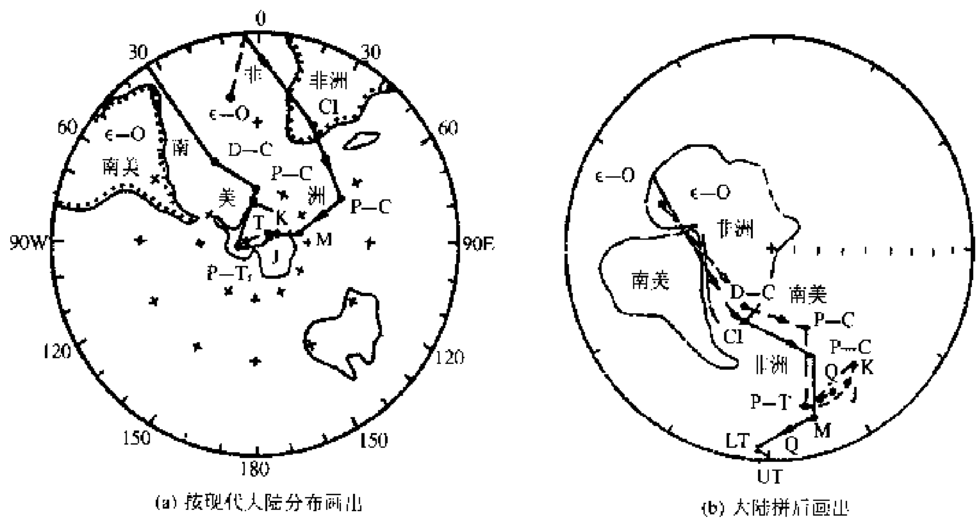


图5-32 南美洲、非洲大陆的视极移路线图

二、海底扩张

20世纪60年代初，美国地质学家赫斯和迪茨提出海底扩张假设来解释大陆漂移。海底扩张假设认为，地幔中的岩石释放出的放射性能量由于岩石导热性差而不断积累，使岩石变轻变软，以致在地幔中形成能够对流的软流层。对流的速度很慢，约每年1 cm～n·cm。向上的对流体冲向地壳并分成两股，朝相反方向流动，最终将大陆分裂开来。大陆在对流体上，与对流体

一起漂移。在对流体上升的地方，也就是裂隙张开的地方，开始形成新海洋的洋脊。海底由地幔上涌物质冷凝而成。对流体不断上涌，推着旧海底向两侧扩张，在海洋中脊形成新的海底。海底扩张假设得到古地磁的定量证实。

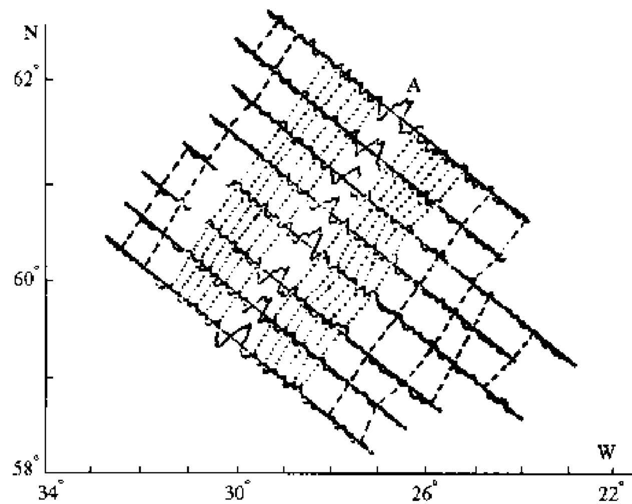


图 5-33 冰岛附近海岭磁异常剖面图

A· 异常主轴

20 世纪 60 年代以来，大规模的航磁测量，发现了所谓海洋条带状磁异常，它的重要特征是：① 磁异常成条带状，条带走向与洋脊平行；② 正负磁异常相间，异常幅度为几百 nT，正负条带宽 20～30 km，长几百公里；③ 异常对称于洋脊。图 5-33 为冰岛附近磁异常剖面图。上述海洋磁异常在陆地上从未发现。

1963 年凡茵和马修斯为了解释海洋磁异常提出一种假设：炽热的地幔物质以对流方式上升到洋脊，冷却经过居里点时获得了与当时地磁场方向相同的剩余磁性。对流体不断上涌，推着海底向两侧扩张，形成新的海底。在扩张过程中，由于地磁场多次反转，所以在与海岭距离不同的海底，形成了与洋脊平行、正负相间条带状磁性块体。海底像一个巨大的"磁带"，上面记录着地磁场反转和海底扩张的信息。磁异常在海岭两侧的对称性，表明向两侧的扩张速度相等。按照上述的假设，凡茵等假定在给定地区的洋底扩张速度在以百万年计的时期内是固定不变的情况下，计算表明洋脊两侧正反磁化岩石的宽度与图 5-30 的极性年表上的时间间隔成正比。他还给海底岩石合理的磁化强度数据，计算横穿洋脊的地磁异常的理论剖面与实测剖面对比。图 5-34 是四段海岭附近的磁异常剖面，最上一条曲线是观测结果；第二条曲线是第一条的

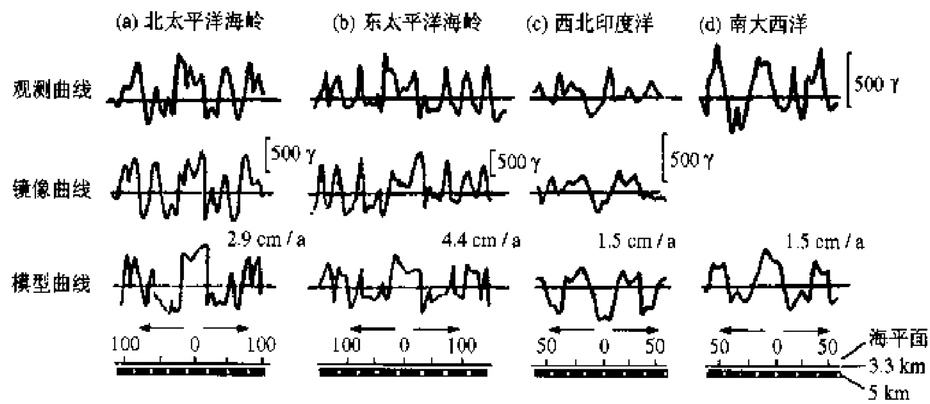


图 5-34 四段海岭附近的磁异常剖面图

镜像;第三条是给"磁带"一定的参数(扩张速度为每年 2.9 cm,磁性岩石的埋藏深度在海底下3.3~5 km,相当于海洋地壳的第二层　　玄武岩),按一定模型计算出来的磁异常。不同地点的四段海岭的计算结果与实测结果非常吻合。相距极远的世界各洋脊的这种一致性,给海底扩张说以有力的定量支持。

三、古纬度

根据古地磁的结论,古地磁极与古地理极一致,所以用古地磁方法测定的古纬度应与古地理纬度相一致。某些矿产的形成与古气候有关,而古气候与古纬度有关,因此用古地磁研究古纬度对找矿是有意义的。例如,石油是古代有机物质转化而成的,有机物质的生存与分布与气候条件,即与纬度有关,研究油田的古纬度的分布规律,对石油普查很有意义。

四、岩石年龄

通过古地磁研究可以了解地磁场随时间的变化规律,反过来就能用它提供岩石年龄的资料。由于长期变化、次生磁化、构造变动等因素限制了测定剩余磁化强度矢量的精度,所以用古地磁方法确定岩石年龄要比古生物、放射性测定方法差。但像火成岩、红层等,由于缺少化石,或不能利用放射性测定,这时古地磁方法就起了作用。目前有以下几种方法。

(1) 利用长期变化对比岩层的年代。快速沉积或喷出的岩层可能把周期为几千年的地磁场长期变化记录下来。不同时期的长期变化特征不同,如果两个地区长期变化曲线一致,说明它们的岩石时代相同。由于长期变化具有地区特征以及古地磁资料的统计性质,这种对比只能在岩石年龄相当的邻近地区进行。

(2) 利用剩磁平均方向对比岩层年代。在没有经过构造变动的有限区域内,若岩石剩磁方向一致,说明它们是同时代的;反之,是不同时代的。

(3) 利用极性反转对比岩层年代。若极性序列的地磁年表已知,就能够用它来确定岩石的年龄。但由于地磁场反转仅是剩磁方向反转,没有其他特征。古生代以来约有几千次反转,所以用反转进行大跨度年代的对比是很困难的。目前用极性反转对比岩石时代主要限于近百万年。

(4) 利用视极移曲线对比岩层年代。当岩石与其所在的大地构造单元没有相对运动时,可利用该构造单元已知的视极移曲线对比岩层的年代。

五、研究构造运动

由于认为古地磁场是一个轴向地心偶极子场,所以磁倾角与经度无关,并可近似认为在纬度变化几度的范围内,磁倾角方向差别不大。如果在局部区域内,古地磁方向出现明显不一致,则可推断发生过某种构造运动。

主要参考文献

1. 傅承义,陈运泰,祁贵仲. 地球物理学基础. 北京:科学出版社,1985
2. 北京大学,中国科学技术大学地球物理教研室编. 地磁学教程. 北京:地震出版社,1986
3. 曾融生. 固体地球物理学导论. 北京:科学出版社,1984
4. 胡德昭,朱慧娟. 地球物理学原理及应用. 南京:南京大学出版社,1995
5. G.M. 扬诺夫斯基. 地磁学. 北京:地质出版社,1982
6. Frank D. Stacey. 地球物理学. 北京:地震出版社,1981
7. 傅承义. 大陆漂移、海底扩张和板块构造. 北京:科学出版社,1972

第六章 地 电 学

早在19世纪初就观测到固体地球表层有电流流动，后来又观测到大气和海洋中也有电流流动，但这些观测是零星的。随着科学的发展，逐渐形成系统的研究，1951年苏联的克拉耶夫编成《地电原理》之后，便形成了今日的地电学。地电学是研究大气、海洋和固体地球电性及电场分布的一门科学。它利用电法探测中的某些方法，来研究固体地球内部介质及其周围的电性和电场分布规律，而电法勘探主要是用于研究地质构造和寻找能源、矿产。

19世纪中期，地电研究的主要目的是解释地球变化磁场的成因，20世纪初，由于许多国家工业的发展，对资源需求的增长，电法勘探获得迅速的发展。电法探测是以各种岩石和矿物的电、磁学性质差异为物理依据，利用人工或天然的电场、电磁场在时间和空间上的分布规律和变化特征，研究地质构造和寻找能源、矿产等的物理勘探方法。主要研究的电性参数有：电阻率、介电常量、导磁率及电化学活动性等，它是物探方法中内容最丰富的一种物探方法。

6.1 大地电场

地球表面存在着天然变化电场和稳定电场，其总称为地电场。各种天然的全球性或区域性的变化电场称为大地电场，而天然的地方性的稳定电场称为局部电场，又称为自然电场。

6.1.1 大地电场的一般特征

大地电场和地球变化磁场密切相关，两者的场源都是地球外部的各种电流体系，因而具有相同类型的变化，这种变化的电场和磁场统称为大地电磁场。

由于大地电场区域较大，往往在局部区域电性均匀地段可视为均匀场，在几十平方公里范围内的电流强度相差不大。测量大地电场的装置如图6-1所示，图中M,N是一对埋入地下的电极，R是阻抗较大的电阻（远大于两个电极之间的接地电阻），G是电流计，用该电流计可以近似记录M,N两个电极之间的电位差ΔU_{MN}，从而求得大地电场强度为：

$$E_{MN}=\frac{\Delta U_{MN}}{\overline{MN}}$$

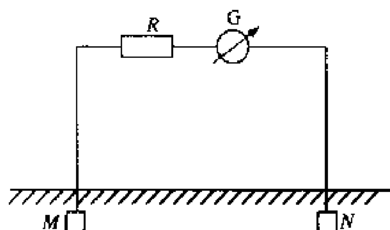


图6-1 地电观测线路图

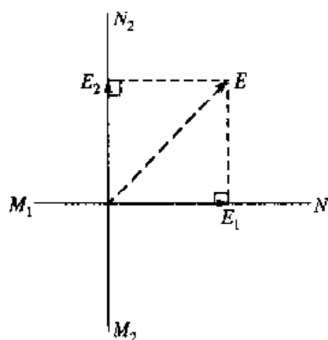


图 6-2

在地电学中，E_{MN}的常用单位是 mV/km。

大地电场是个矢量，上式求得的 E_{MN}实际上是大地电场强度在 MN 方向上的分量。可采取两条不同方向的测线 M_1N_1 和 M_2N_2 来求得大地电场强度 $\boldsymbol{E}$，如图 6-2 所示。一般常使 $M_1N_1 \perp M_2N_2$，用平行四边形法，将 $\boldsymbol{E}_1$ 和 $\boldsymbol{E}_2$ 的末端引出平行四边形的两条相邻边，并交一点，此点即为矢量 $\boldsymbol{E}$ 的末端位置。

在某一段时间内，若将图 6-2 所绘得的所有矢量 $\boldsymbol{E}$ 的顶端连成一条曲线，则此曲线反映了大地电场强度在该段时间内的变化，该曲线称为大地电流场的矢端曲线。矢端曲线是一条不规则曲线，根据曲线的形状可分为两种类型，一种曲线形状趋于直线的，称为线性极化，另一种曲线是不规则的，称为非线性极化，如图 6-3 所示。

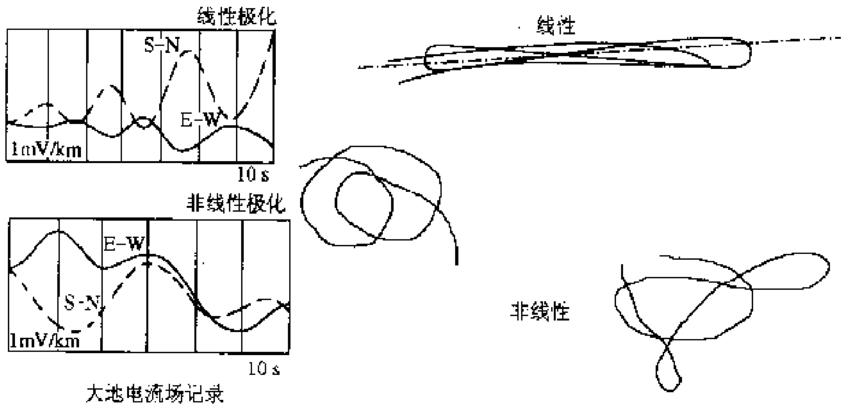


图 6-3 大地电流场的极化

大地电场在地面上的分布不仅取决于外部场源，还取决于地壳和地幔的电性结构。因此，应用大地电场资料不仅可以研究地壳和地幔的电性结构，而且可以探测矿产和地热等资源。

6.1.2 大地电场的分类和变化

大地电场的变化分为两大类。一类是地电场的平静变化，另一类是地电场的干扰变化。平静变化是连续出现的，具有确定的周期性。平静变化有多种周期性，其中有 11 年的周期，它与太阳黑子出现的周期相同；有年变化周期，它与太阳公转周期相同，与季节变化相适应，夏季场强幅度大，冬季场强幅度小；有月变化周期，它与月球绕地球周期相同；有静日地电日变化，它与地球自转周期相同，其中最重要的一种变化是静日地电日变化。干扰变化是偶然发生的，它分为高频地电变化，周期为 10^{-4}～1 s；地电脉动，周期为 0.2～1000 s；地电湾扰，无周期，持续时间为 1～3 h；扰日地电日变化，周期为一天；地电暴，变化的持续时间为 1～3 d。

一、地电日变化

静日地电日和扰日地电日变化具有相同的周期，两者叠加在一起构成的地电变化称为地电日变化。地电日变化的场源是分布在电离层中的电流系，其中静日地电日变化的电流系主要分布在中、低纬度区的上空，高度约 100 km，而扰日地电日变化的电流系主要分布在高纬度地区的上空，高度约 300 km。地电日的变化形态和幅度如图 6-4 所

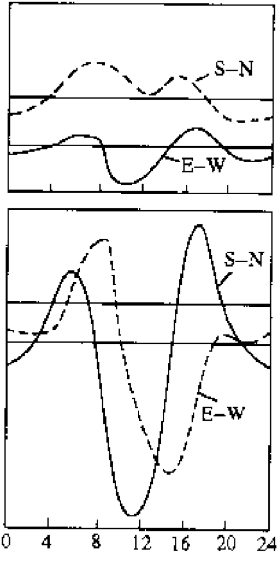


图 6-4 地电日变化

示，其幅度主要随着纬度的变化而改变。

利用世界各个地电台站的同一时刻的大地电流观测值，可以画出大地电场或大地电流在地面的分布。图 6-5 是 O. Gish 利用 1936 年世界时 18 点的全球资料编制的大地电流分布图。由于全球地电台站的数目太少，且南半球主要是海洋，所以此图只能给出大地电流地面分布的一个概貌。如图所示，南半球和北半球各有 8 个闭合的电流环（南半球只画出了 4 个），地球赤道平面是这些涡旋形电流的近似对称面。赤道两侧的 8 个涡旋电流与静日地电变化相对应，白天电流强，夜间电流弱。高纬度处的涡旋电流与扰日地电日变化相对应。地电日变化的整个过程有两次起伏，变化的平均幅度为 10 mV/km。

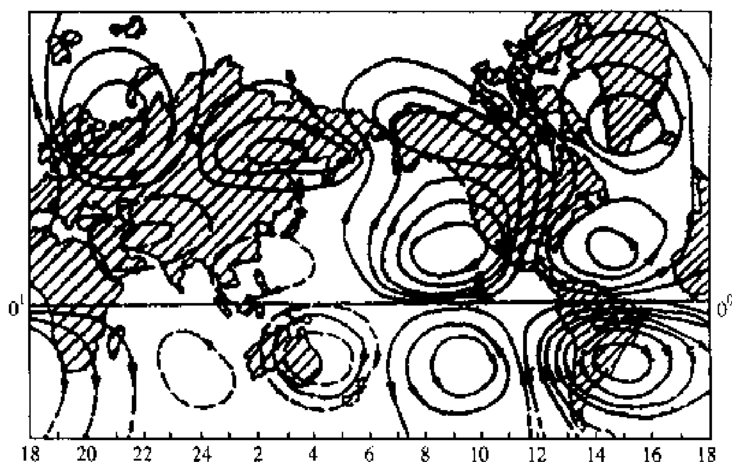


图 6-5 地电场的分布图

（引自孙正江、王华俊，1984）

二、高频地电变化

高频地电变化的场源是在对流层中产生的雷电，主要产生于赤道上空 8 km 附近。其变化幅度比较小，又称地电微变化。

三、地电脉动

太阳辐射来的带电粒子一方面绕着地磁场的磁力线运动，另一方面还沿着磁力线的方向在两极之间往返振荡，带电粒子的这种运动所产生的电磁效应是电磁脉动的场源。地电脉动和地磁脉动具有相同的周期和成因。其周期为 0.2～1000 s。根据脉动形态又分为规则脉动 P_c 型和不规则脉动 P_i 型。P_c 型脉动的幅度较稳定，形态较规则，其持续时间从几分钟到 8 小时不等。P_i 型脉动幅度不稳定，经常以阻尼振荡或者以几种周期波叠加的形式出现，持续时间一般为 10 min 左右。电磁脉动主要是高纬度地区的电磁现象，夜间出现较多，季节变化复杂。在地电学中，电磁脉动的研究占有重要的地位。

四、地电湾扰

太阳辐射出来的高速太阳风（带电粒子流），在电磁场作用下，在高度约 300 km 的极区电离层形成电流系，并在距离地心约 5～7 个地球半径的远处形成一个赤道电流环，它们分别是地电湾扰和地电暴的场源。地电湾扰是具有形态规则而无周期的电磁扰动，形如湾扰，如图 6-6所示，主要是极区的电磁扰动现象。高纬度区湾扰幅度较大，随着地磁纬度降低衰减较快。

五、地电暴

地电暴和地磁暴几乎在全球同时发生，变化幅度大，持续时间长达 1～3 d。电磁暴在地磁

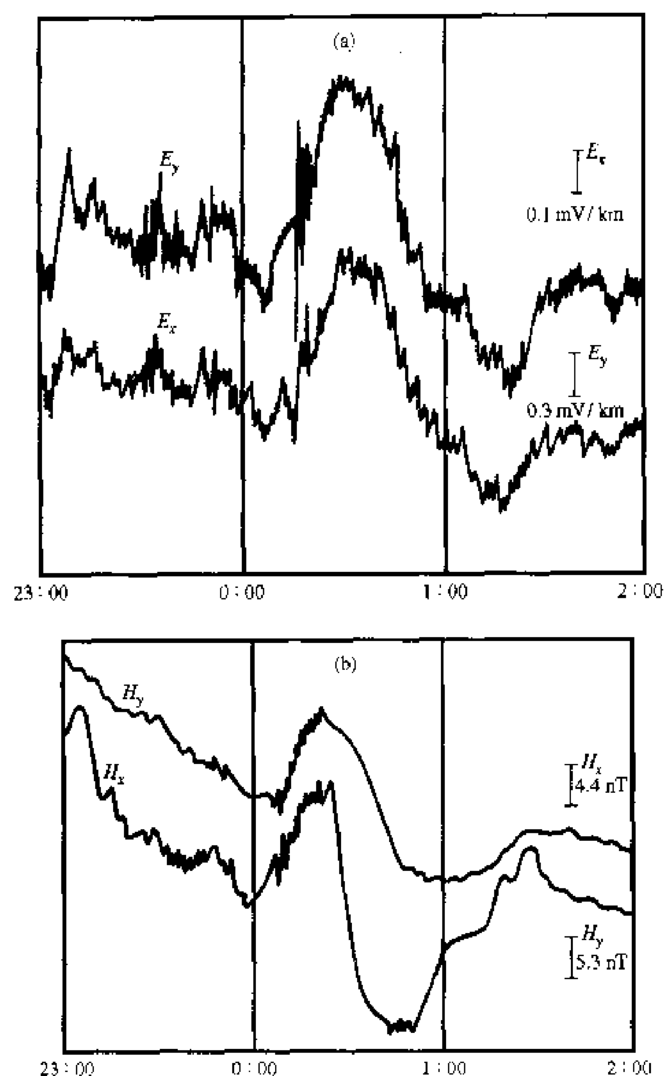


图 6-6　电湾扰(a)和磁湾扰(b)记录

(据 1971 年 5 月 10～11 日，甘肃天水台)

赤道处变化幅度大，随着纬度升高，变化幅度逐步减少，它同太阳活动密切相关。在电磁暴过程中往往叠加着电磁湾扰和电磁脉动，因此电磁暴的形态很复杂。

6.2　局部电场(自然电场)

在地球的天然电场中，除了区域性的大地电场外，还存在着一种局部性的电场，即自然电场，研究自然电场在地面上的分布特征及其成因，对于寻找矿产资源和解决地质问题具有重要意义。

能够形成自然电场的物理化学作用概括为三种：发生在电子导体(硫化矿体等)和溶液接触面上的氧化还原作用；地下水的渗流和过滤作用；矿化溶液的离子在岩石交界面上的扩散和岩石骨架对离子的吸附作用。以上三种作用形成矿体的氧化还原电场、过滤电场和接触扩散电场，这三种电场是自然电场的主要组成部分。

6.2.1 矿体的氧化还原电场

多发生在某些天然电子导体矿石(如硫化金属矿体、石墨、无烟煤及某些金属氧化物矿床等)的周围。这种电场是上述矿物受到地下水的氧化还原作用所产生的,如图6-7所示。当这类矿体处于地下潜水面附近时,高于潜水面部分和低于潜水面部分处于两种不同的环境之中,因而,就会逐渐发生两种相反的化学作用。图中潜水面以上为氧化带。地下水在由地表向地下渗透时,空气中的氧被带入地下,这种地下水具有一定的氧化性,使矿体的上部被氧化;潜水面之下为还原带,地下水含氧少,氧化能力很弱,结果使矿体下部被还原。

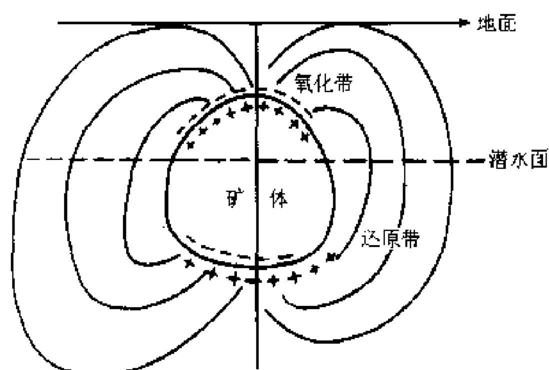
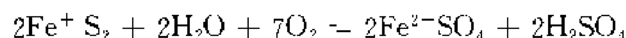


图6-7 氧化还原电场示意图

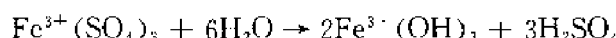
以黄铁矿(FeS_2)为例,其上部矿体的氧化过程为:



$$2Fe^{+}S_2 + 2H_2O + 7O_2 = 2Fe^{2+}SO_4 + 2H_2SO_4$$



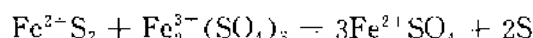
$$4Fe^{+}SO_4 + H_2SO_4 + O_2 = 2Fe^{3+}(SO_4)_3 + H_2O$$



$$Fe^{3+}(SO_4)_3 + 6H_2O \rightarrow 2Fe^{3+}(OH)_3 + 3H_2SO_4$$

黄铁矿氧化的作用使铁原子价由二价增到三价,这样,矿体上部失去电子带正电,周围水溶液得到电子带负电。

其下部矿体的还原作用为:



$$Fe^{2+}S_2 + Fe_2^{3+}(SO_4)_3 = 3Fe^{2+}SO_4 + 2S$$

还原作用使铁原子价减小,使矿体下部带负电,周围水溶液带正电。这样整个矿体的上部和下部存在着极性相反的两种电荷,产生了电位差,通过围岩溶液构成一个闭合回路,矿体周围形成了天然电场。因此产生此类自然电场的条件是,矿体本身是良导性矿体,围岩溶液具有氧化还原作用。

另一种观点是用电子导体与溶液接触面上形成的电位跳跃来解释。对于电子导体的矿体来说,矿体与围岩溶液接触时,在矿体表面产生一电位跳跃值。由于矿体的上部和下部所接触的围岩溶液具有不同的化学性质(浅部具有氧化性,深部具有还原性),使得它们的电位跳跃值不同,便形成了自然电场。除化学活动性强的矿物(硫化物)组成的矿体能够产生自然电场外,这种观点可以解释在化学活动性稳定的矿体(石墨和煤)上能观测到很强的自然电场。

6.2.2 吸附作用——过滤电场

当地下水经过多孔岩石向下渗透时,在地表可以观测到过滤电场。由于岩石的空穴(或颗粒间的孔隙)对溶液中的正、负离子具有选择性的吸附作用,使得流动着的水溶液中的某种离子(正离子或负离子)的浓度发生相对变化,岩石孔隙通道内(水流上游)与溶液出口(水流下游)之间形成电位差。随着溶液不断的流动,被吸附的离子数也不断增长,电位差不断增大。另一方面,这种电位差又使得岩石孔隙的吸附作用逐渐减弱,使未被吸附的那种离子的运动逐渐减速,直至达到动态平衡为止。这时在孔隙通道中运动着的正负离子数目又保持了相同,于是便形成一种较稳定的电位差,称之为"过滤电位差",它的大小与溶液的化学成分、电阻率、黏滞

系数、溶液两端的压力等因素有关。图 6-8 表示孔隙壁吸引负离子后溶液中正负离子浓度差异的情况。

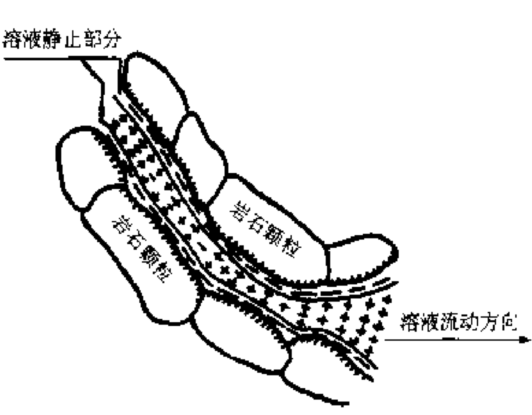


图 6-8 过滤电场的形成

至于岩石孔隙吸附哪种离子以及吸附多少，取决于岩(矿)石的成分、孔隙度及溶液的成分等因素。从实际观测中得知，石英晶体、硫化物、泥质颗粒以及所有泥质岩层，绝大多数沉积岩，都具有吸附负离子的性能，而碳酸盐类如石灰岩、白云岩等则具有吸附正离子的性能。地壳中自然形成的过滤电场主要包括裂隙电场、上升泉电场、山地电场和河流电场等。

6.2.3 扩散电场

地壳中两种或几种成分不同的岩石互相接触，在接触面上，不同岩石中的带电粒子相互扩散，形成双电层，产生接触电位差。双电层的形成过程和电位差大小同介质内部载流子的性质有关。根据载流子的性质，导体可分为电子导体和离子导体两种，在自然界中，石墨和一些金属矿床属于电子导体，而大多数岩石和矿物属于离子导体。

自然界中，扩散电场的强度是较小的，不可能观测到纯粹由扩散作用形成的自然电场，在多孔岩石中，往往是粒子的扩散现象和岩石吸附现象同时发生，并且伴随着水的渗透作用，这种水的吸附和渗透作用也会产生电场。

6.2.4 工业游散电流

在工矿企业附近，由于一些电气装置(高压线、电话线等)的漏电，造成地下局部范围内形成一种干扰电流，成为工业游散电流。这种电流往往变化剧烈，无一定规律，容易与大地电流区分开来。由于工业游散电流的干扰，在进行地电观测时，应尽量远离大城镇，避开高压线装置等，选择游散电流很小的地方进行。

自然电场法主要用于勘察埋藏不深的金属硫化物矿藏和部分金属氧化物矿床，寻找石墨和无烟煤，确定断层位置，以及解决寻找含水破碎带，确定地下水流向等水文地质问题。

6.3 有源直流电场

6.3.1 岩石和矿物的电阻率

自然界的各类岩石和矿物都具有一定的导电性，电阻率就是表征物体导电性好坏的一个物理量。由实验知，当电流通过一横截面积为 S 的柱状物体时(图 6-9)，其电阻 R 为：

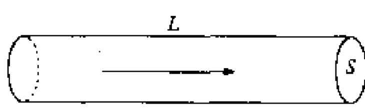


图 6-9

$$R = \rho \frac{L}{S} \tag{6-1}$$

式中，ρ 为比例系数，称之为电阻率，ρ 与物体大小、形状无关，由物体本身的性质决定，其单位是 $\Omega \cdot m$。

在自然界中，各种不同成分的干岩石和矿物的电阻率值有相当大的差异，表 6-1 和表 6-2 分别给出各类常见的矿物和岩石的电阻率值。

表 6-1 常见的岩石的电阻率

矿物名称	$\rho/(\Omega\cdot m)$	矿物名称	$\rho/(\Omega\cdot m)$	矿物名称	$\rho/(\Omega\cdot m)$
硬石膏	$10^4\sim10^6$	白云岩	$5\times10^1\sim6\times10^3$	砾 岩	$2\times10^1\sim2\times10^2$
页 岩	$6\times10\sim10^3$	石灰岩	$10^2\sim10^5$	花岗岩	$10^2\sim10^5$
砂 岩	$10^{-1}\sim10^3$	玄武岩	$10^2\sim10^5$	石英岩	$10^3\sim10^5$
黏 土	$10^{-1}\sim10^1$	片麻岩	$10^2\sim10^4$	大理岩	$10^2\sim10^5$

表 6-2 主要矿物的电阻率

矿物名称	$\rho/(\Omega\cdot m)$	矿物名称	$\rho/(\Omega\cdot m)$	矿物名称	$\rho/(\Omega\cdot m)$
石 油	$10^9\sim10^{16}$	硬石膏	$10^7\sim10^{10}$	无烟煤	$10^{-4}\sim10^{-2}$
云 母	$10^{14}\sim10^{15}$	煤	$10^2\sim10^6$	黄铁矿	$10^{-4}\sim10^{-3}$
岩 盐	$10^{14}\sim10^{16}$	菱铁矿	$10^0\sim10^3$	褐铁矿	$10^6\sim10^8$
钾 盐	$10^{13}\sim10^{15}$	软锰矿	$10^0\sim10^3$	闪锌矿	$10^3\sim10^6$
硫 黄	$10^{12}\sim10^{15}$	白铁矿	$10^{-2}\sim10^0$	赤铁矿	$10^{-3}\sim10^6$
石 英	$10^{12}\sim10^{15}$	镜铁矿	$10^{-2}\sim10^{-1}$	方铅矿	$10^{-3}\sim10^0$
长 石	$10^{11}\sim10^{12}$	黄铜矿	$10^{-3}\sim10^{-1}$	磁黄铁矿	$10^{-6}\sim10^{-3}$
白云母	$10^{10}\sim10^{12}$	辉铜矿	$10^{-3}\sim10^0$	石 墨	$10^{-6}\sim10^{-4}$
方解石	$10^7\sim10^{12}$	磁铁矿	$10^{-4}\sim10^{-2}$	锡 石	$10^{-3}\sim10^6$

从矿物的电阻率表看出，硫化物、石墨及某些氧化物是属于低电阻率的，$\rho<1\ \Omega\cdot m$，而大部分造岩矿物则属于高阻率，$\rho>10^6\ \Omega\cdot m$，大多数金属矿物都属于半导体，其电阻率值为 $10^{-6}\sim10^6\ \Omega\cdot m$。从岩石的电阻率表也可以看出，火成岩的电阻率一般要大于沉积岩的电阻率，而在沉积岩中，石膏、石灰岩的电阻率高，黏土和砂岩的电阻率值则低。同时也可以看出，同一类型的矿物或岩石的电阻率并不一定都是相同的，而是有一个较大的变化范围，这是因为影响它们的电阻率值的因素是多方面的。

就岩石而言，影响岩石电阻率值的因素，除了和组成岩石的矿物成分有关外，还和矿物颗粒在岩石中的结构、岩石的孔隙度、湿度、温度及所受压力等因素有关。以下简述影响电阻率值的主要因素。

一、与矿物颗粒结构的关系

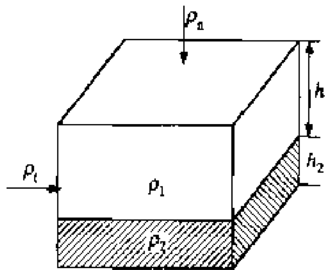


图 6-10 层状岩石模型

组成某种岩石的矿物颗粒对岩石电阻率的影响，主要取决于矿物颗粒在岩石中的排列状态。如果矿物颗粒是相互连接的，则矿物颗粒的电阻率对岩石电阻率的影响大；如果矿物颗粒彼此孤立，则其影响就小。一般说来，当导电矿物呈致密块状时，其电阻率值较小。若呈星星点点状分布时，则电阻率较大；当呈细脉状分布时，则由于导电矿物颗粒互相穿插连通而使其电阻率值降低。对于层状结构的岩石(图 6-10)，在颗粒排列的不同方向上，岩石的电阻率值也会不同。由于在平行层面上介质是连通的，而垂直与层面方向的介质是相互离开的，则沿层理的电阻率 ρ_t 总是低于垂直层理方向的电阻率 ρ_n，即 $\rho_n>\rho_t$，这种特点称为岩石电阻率的各向异性。岩石的各向异性参数系数为：

$$\lambda=\sqrt{\frac{\rho_n}{\rho_t}} \tag{6-2}$$

平均电阻率为

$$\rho_m = \sqrt{\rho_n \cdot \rho_t} \tag{6-3}$$

二、与湿度的关系

岩石有孔隙，一般孔隙中总是含水的。水溶液可视为良导矿物，故岩石的湿度必然会影响岩石的电阻率。湿度越大，电阻率就越小，湿度还与岩石中的孔隙多少以及孔隙的结构有关。一般说来，致密的岩石（如岩浆岩、灰岩、硬石膏等）湿度较小，它的电阻率大；疏松的岩石（如砂岩、黏土岩、页岩等）电阻率小。不论地表水或地下水都或多或少地含有各种不同的溶质，水的矿化度（水中溶质的浓度）对岩石的电阻率起着重要的作用。不论何种溶质，只要溶液的浓度增大，则其电阻率就显著下降。其原因是溶液的浓度增大时，它的离子导电性增强，可以成为良导体。

三、与温度的关系

当温度升高时，溶液的溶解度增大，溶液中离子活动性增强，从而增强了溶液的导电性，使溶液的电阻率降低。对于含水岩石，它的电阻率主要是由孔隙中的水溶液来决定的。它的电阻率常常随温度的升高而降低。当温度低于零度时，岩石电阻率由于水溶液的冻结而成百倍的增大，因此在冬季施工和做电法测量时尤应注意。岩石电阻率与温度的这一关系，对于寻找地下热流很有意义。

四、与压力的关系

岩石受到应力的情况下，其电阻率会受到一定的影响。实验发现，对于某些岩石，它的电阻率随应力的增大而增高，但当应力超过某一限度（如破裂应力）时，其电阻率就会迅速降低。而且，电阻率随应力的变化，比其弹性性能随应力的变化还要明显。这一情况可能是因为岩石的孔隙结构的变化使得岩石内所含有的水溶液也发生变化，但与岩石中某种矿物的含量关系不大。这里须指出，对于不同的岩石，或不同的实验条件，所测得的电阻率与压力的关系也各不相同，这是由于岩石在不同的外界条件下，会引起不同的物理效应的缘故。

6.3.2 电阻率法的基本原理（人工电场法）

一、均匀各向同性半空间点电源的电场

假设电场中的介质是单一的、均匀和各向同性的，地面是一无限宽广的平面，地表以上的空气电阻率趋于无限大，在这种空间建立的电流场称为均匀的、各向同性的半无限空间介质的电场。

1. 一个点电源的电场

将两根金属棒 A 和 B 相隔一定距离打入地下，当电极距 AB 非常大时，B 电源对我们所研究的空间范围产生的影响可以忽略不计，B 电源认为位于“无穷远处”（图 6-11(a)），则 A 电

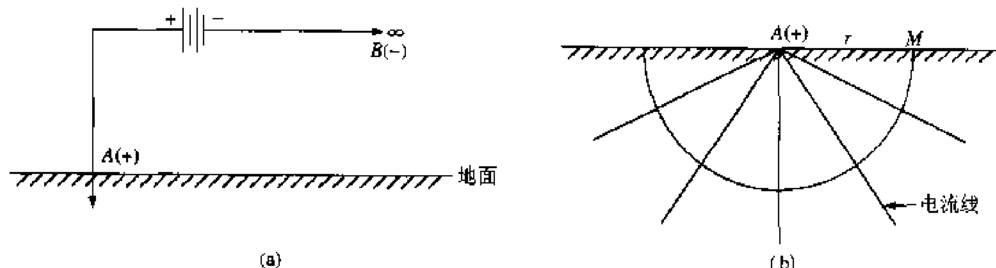


图 6-11

(a) 一个点电源装置；(b) 地面点电源的电场

源建立的电场就是一个点电源的电场(图 6-11(b))。

假定点电极 A 进入地下的电流强度为 I。在单个点电源的电场中，电流线是以 A 为中心的辐射线，其方向与电流密度的方向相同。与电流线处处正交的面是电位值处处相等的面，称为等电位面。设地下均匀半无限空间的介质电阻率为 ρ，则空间任一观测点 M 的电流密度值为

$$j = \frac{I}{\Delta S} = \frac{I}{2\pi r^2} \tag{6-4}$$

式中，r 为 AM 的距离；I 为流过截面 ΔS 的电流强度。根据欧姆定律的微分形式，得到 M 点的电场强度为

$$E = j \cdot \rho = \rho \frac{I}{2\pi r^2} \tag{6-5}$$

于是可求出距点电源 A 为 r 处的电位为

$$U = \int_r^{\infty} \boldsymbol{E} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{r} = \int_r^{\infty} \rho \frac{I}{2\pi} \frac{\mathrm{d}r}{r^2} = \frac{\rho I}{2\pi r} \tag{6-6}$$

由(6-6)式看出，以 r 为半径的半球面上的电位处处相等。

2. 两个异性点电源的电场分布

如图 6-12 所示，如果电场中两个点电源 A 和 B，大小相等，极性相反，那么地下的电场应是 A 和 B 各自引起的电场的叠加，也就是两个异性点电源的电场。这样，电场中任一点 M 的电位 V_M 等于点电源 A 和点电源 B 电场在 M 点电位的代数和，即

$$U_M = U_{AM} + U_{BM} = \frac{I\rho}{2\pi r_{AM}} + \frac{(-I)\rho}{2\pi r_{BM}} = \frac{I\rho}{2\pi}\left(\frac{1}{r_{AM}} - \frac{1}{r_{BM}}\right) \tag{6-7}$$

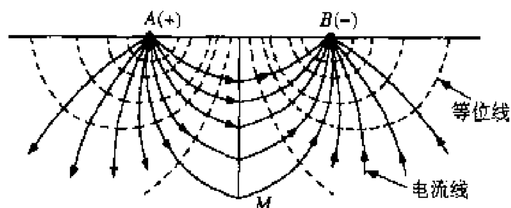


图 6-12　AB 供电时电流线和等位线图

二、均匀各向同性介质电阻率的确定

如图 6-13 所示，当地面上由 A,B 点电极向电阻率为 ρ 的均匀各向同性介质供以电流强度为 I 的电流时，在地面任意两点 M,N 之间产生电位差 ΔU_{MN},A,B 称为供电电极，M,N 称为测量电极。由(6-7)式得出：

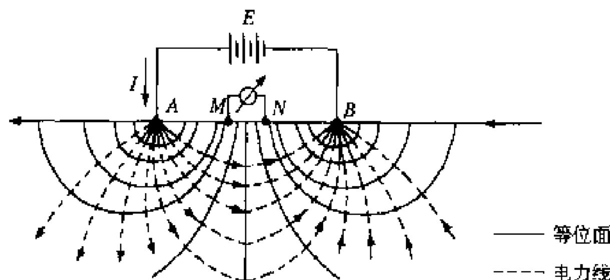


图 6-13　两个异性点电源的电场

$$\Delta U_{MN} = U_M - U_N = \frac{I\rho}{2\pi}\left(\frac{1}{r_{AM}} - \frac{1}{r_{AN}} - \frac{1}{r_{BM}} + \frac{1}{r_{BN}}\right) \tag{6-8}$$

则

$$\rho = \frac{2\pi}{\left(\frac{1}{r_{AM}} - \frac{1}{r_{AN}} - \frac{1}{r_{BM}} + \frac{1}{r_{BN}}\right)} \cdot \frac{\Delta U_{MN}}{I} \tag{6-9}$$

其中

$$K = \frac{2\pi}{\left(\frac{1}{r_{AM}} - \frac{1}{r_{AN}} - \frac{1}{r_{BM}} + \frac{1}{r_{BN}}\right)} \tag{6-10}$$

称为装置系数。当各电极位置一定时,K 值为常量。

三、视电阻率

在自然条件下,介质(表土、岩层和矿体)大多是各向异性的、不均匀的。按(6-9)式测得的结果不是某种岩石的真电阻率,而是电流分布范围内,各种岩石电阻率的综合反映,称之为"视电阻率",用符号 ρ_s 表示,即

$$\rho_s = K \cdot \frac{\Delta U_{MN}}{I} \tag{6-11}$$

ρ_s 与测量时供电的电流强度 I 无关,而和地电断面的性质、电极排列有关。

四、几种常用的电阻率法

我国目前电阻率探测中常用的是电阻率测深法、电阻率剖面法和中间梯度法三种,如图 6-14 所示。电阻率测深法是利用不同供电极距来测量某测点视电阻率随深度的变化(图 6-14(b));电阻率剖面法采用供电电极和测量电极间的距离固定并沿测线改变测点来测量测线内视电阻率横向的变化(图 6-14(a))。中间梯度法采用固定 AB 两个电极供电,并将 AB 距离取得很大,测量电极 MN 是在中间区域内移动(图 6-14(c)),AB 中间三分之一内电场比较均匀。

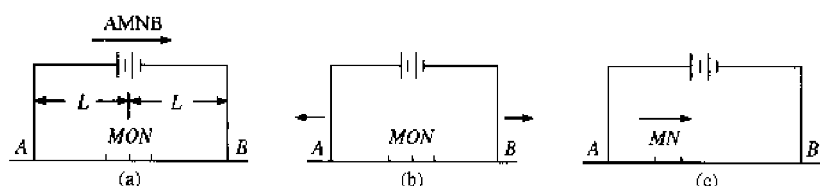


图 6-14 电阻率法的几种装置形式

(MN 中点 O 为记录点)

(a) 对称四极剖面法;(b) 对称四极电测深法;(c) 中间梯度法

6.3.3 电阻率测深法

电阻率测深法简称电测深法。常用的装置有三极电测深、偶极电测深、对称四极电测深。本节主要介绍应用最为广泛的对称四极电测深法。

具体做法是,对于某一个测点,每改变一次供电极距就可测出一个 ρ_s 值,从近而远,使电流向地下穿透加深,以此可测得视电阻率随电流穿透深度的关系曲线。在双对数坐标纸上,以 $\frac{AB}{2}$ 为横坐标,以 ρ_s 值为纵坐标,绘制成该测点的电测深曲线。

对称四极电测深法一般用于研究各种近于水平的岩层垂向变化,当岩层的倾角<20°时,可定量求出各电性层的厚度及电阻率,了解某些标准层的埋藏深度及起伏情况。

一、水平电测深曲线的类型

电测深曲线的形状是随着地电层的层数、各层的厚度以及各层电阻率值的不同而变化的。下面对各种类型电测深曲线的特征进行讨论。

1. 二层电测深曲线

当地层按其电阻率划分为两个电性层时，若上层电阻率为 ρ_1，厚度为 h_1，下层电阻率为 ρ_2，厚度为无限大。两层电阻率之比 $\rho_2/\rho_1=\mu_2$。当 $\rho_2>\rho_1$ 时，称为 G 型曲线，当 $\rho_2<\rho_1$ 时，称为 D 型曲线(图 6-15(a))。

2. 三层电测深曲线

三层电性断面有五个参数：$\rho_1,\rho_2,\rho_3,h_1,h_2$，其中第三层厚度无限大，根据电阻率 ρ_1,ρ_2,ρ_3 之间关系大小的变化，三层曲线分为以下四种类型(图 6-15(b))。

H 型：$\rho_1>\rho_2<\rho_3$；　Q 型：$\rho_1>\rho_2>\rho_3$；

A 型：$\rho_1<\rho_2<\rho_3$；　K 型：$\rho_1<\rho_2>\rho_3$

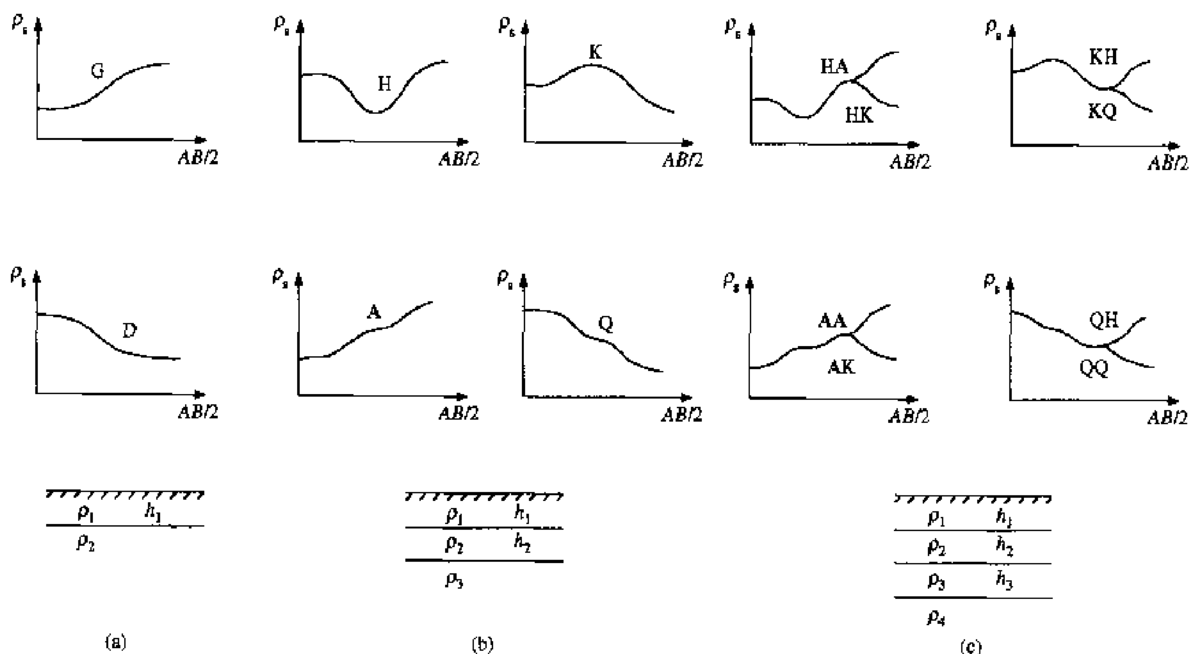


图 6-15　电测深曲线的类型

3. 四层及多层点测深曲线

对于四层电性断面的情况，其电测深曲线的分类可参照三层曲线的分类方法，即先确定上面三层(即第一、二、三层)的曲线类型，再确定下面三层(即第二、三、四层)的曲线类型，然后将这两个已被确定的名称组合在一起，就称为四层断面类型的名称。对四层电性断面而言，可分为八种曲线类型(图 6-15(c))。

HA 型：$\rho_1>\rho_2<\rho_3<\rho_4$；HK 型：$\rho_1>\rho_2<\rho_3>\rho_4$；

KH 型：$\rho_1<\rho_2>\rho_3<\rho_4$；KQ 型：$\rho_1<\rho_2>\rho_3>\rho_4$；

QH 型：$\rho_1>\rho_2>\rho_3<\rho_4$；QQ 型：$\rho_1>\rho_2>\rho_3>\rho_4$；

AA 型：$\rho_1<\rho_2<\rho_3<\rho_4$；AK 型：$\rho_1<\rho_2<\rho_3>\rho_4$。

每多一层，曲线类型增加一倍，例如五层地电断面的电阻率关系为 $\rho_1<\rho_2>\rho_3<\rho_4<\rho_5$ 的五层电测深曲线，可组合为 KHA 型，余此类推。

如果电性岩层的层数更多，仍可按上述方法类推。如地层的层数为 n，则电测深曲线类型数为 $N=2^{n-1}$，如五层曲线有 16 种类型，如“HKH”，“HKQ”等。

二、电测深曲线的性质

对于各类测深曲线，无论是二层、三层及至多层的，曲线的首部和尾部均会出现一种渐近线。这种渐近线的特点是：

(1) 首部渐近线

由于曲线首部是在供电极距很小时测定的，故电流分布在浅层，其下面各层的电阻率并不影响电流的分布。因而当 AB 很小时，$\rho_s\to\rho_1$，其渐近线为 ρ_1。

(2) 尾部渐近线

当最下层（第 n 层）的视电阻率不是很大时，由于最下层的厚度为无限大，当 $\frac{AB}{2}\to\infty$ 时，可以看成电流主要分布在第 n 层中，因而可近似地认为 $\rho_s\to\rho_n$。当 $\rho_n\to\infty$ 时，ρ_s 曲线尾部渐近线为一条与坐标轴成 45°角的直线，下面对此作一说明。

由于最下层（ρ_n 层）为高阻层，它可起到屏蔽作用，故电流只分布在上面各层，并且近乎平行于层面流过，如图 6-16 表示二层断面中电流的分布情况。这样，上面各层就构成了一种匀强

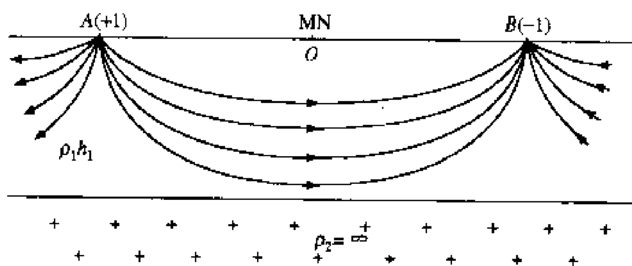


图 6-16 当 $\rho_2=\infty$ 和 $\frac{AB}{2}\gg h_1$ 时，二层断面中电流分布图

电场，其电场强度满足

$$E=j_1\rho_1=j_2\rho_2=\cdots=j_{n-1}\rho_{n-1} \tag{6-12}$$

流过各层的电流为

$$I_i=j_i\cdot\pi\frac{\overline{AB}}{2}\cdot h_i \qquad \left(\pi\frac{\overline{AB}}{2}h\ \text{为高}\ h\ \text{的半个圆柱体的面积}\right)$$

所以总电流

$$I=\sum I_i=\pi\frac{\overline{AB}}{2}\sum_{i=1}^{n-1}j_ih_i \tag{6-13}$$

由视电阻率的表达式 $\rho_s=K\frac{\Delta U_{MN}}{I}$

因为 $\overline{AB}\gg\overline{MN}$，所以 $\overline{AM}\approx\frac{\overline{AB}}{2}$，$\overline{AN}\approx\frac{\overline{AB}}{2}$

所以

$$K=\frac{\pi\overline{AM}\cdot\overline{AN}}{\overline{MN}}=\frac{\pi\left(\frac{\overline{AB}}{2}\right)^2}{\overline{MN}} \tag{6-14}$$

又因为各层是一匀强电场

所以

$$\Delta U_{MN}=E\cdot\overline{MN} \tag{6-15}$$

所以

$$\rho_s = \pi \frac{\overline{AM} \cdot \overline{AN}}{\overline{MN}} \cdot \frac{E \cdot \overline{MN}}{\pi \frac{\overline{AB}}{2} \sum_{i=1}^{n-1} j_i h_i}$$

由(6-13)，(6-14)，(6-15)和(6-12)式可得出

$$\rho_s = K \frac{\Delta U_{MN}}{I} = \frac{\overline{AB}}{2} \cdot \frac{E}{\sum_{i=1}^{n-1} j_i h_i} = \frac{\frac{\overline{AB}}{2}}{\sum_{i=1}^{n-1} \frac{h_i}{\rho_i}} = \frac{\overline{AB}}{2} \Big/ S \tag{6-16}$$

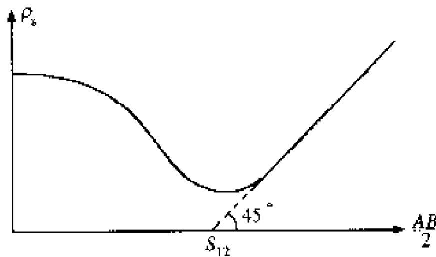


图 6-17 $\rho_3=\infty$的三层曲线图

式中，$S = \sum_{i=1}^{n-1} \frac{h_i}{\rho_i} = \sum_{i=1}^{n-1} S_i$，$S_i$ 称为第 i 层纵向电导，S 为 $(n-1)$层总的纵向电导，表示介质的纵向导电性能。

对(6-16)式两边取对数，有

$$\lg\rho_s = \lg \frac{\overline{AB}}{2} - \lg S \tag{6-17}$$

显然，(6-17)式的函数图形是一条斜率为 1，与坐标轴成 45°角的直线，这就是 $\rho_n \to \infty$时岩层测深曲线的尾部渐近线(图 6-17)。

三、电测深曲线的定量解释

电测深定量解释的任务是求出每一电性层的厚度和电阻率值，目前使用最广的是量板法，由于电子计算机技术在电法方法应用的普及，已经实现了电测深曲线的自动解释。

1. 电测深理论曲线量板及其性质

量板是用来和实测电测深曲线进行对比解释的一套视电阻率随 A,B 电极距变化的理论曲线族。我国目前多半应用对称电测深二层及三层量板。理论曲线可根据理论曲线方程式算得，无论哪种形式的理论公式，ρ_s 总是地电参数及 $AB/2$ 的函数($MN \to 0$)。如对于三层，其函数式为：

$$\rho_s = f\left(\rho_1, \rho_2, \rho_3, h_1, h_2, \frac{AB}{2}\right) \tag{6-18}$$

从上述关系可见，取不同的地电参数可计算出数目很多的理论曲线，为应用方便，尽可能减少理论曲线数目，避免重复，在计算和绘制 ρ_s 曲线时，一般采取以下措施：量板使用相对单位，电阻率以 ρ_1 为单位，长度以 h_1 为单位；曲线均绘在双对数坐标纸上；合理选用参变量，即令 $\mu_2 = \rho_2/\rho_1$，$\mu_3 = \rho_3/\rho_1$，$\nu_2 = h_2/h_1$。这样，三层断面的函数关系式(6-18)可化为

$$\rho_s/\rho_1 = f\left(\mu_2, \mu_3, \nu_2, \frac{AB}{2h_1}\right) \tag{6-19}$$

将 μ_2,μ_3,ν_2 作为参变量，选取某一组定值时，ρ_s 与$\frac{AB}{2}$的关系可表示为

$$\rho_s/\rho_1 = F\left(\frac{AB}{2h_1}\right) \tag{6-20}$$

若将曲线绘在双对数坐标纸上，(6-20)式变为

$$\lg\rho_s - \lg\rho_1 = F\left(\lg \frac{AB}{2} - \lg h_1\right) \tag{6-21}$$

对于绘在双对数坐标中的实测曲线方程式，有

$$\lg\rho_s = f\left(\lg \frac{AB}{2}\right) \tag{6-22}$$

比较(6-21)式和(6-22)式发现，当实测曲线和理论曲线的形状相同时，它们的参变量 μ_2,μ_3,ν_2 也是相同的。只是两条曲线的坐标位置不同，即实测曲线相对理论曲线分别在横坐标和纵坐标上平移了 h_1 值和 ρ_1 值。

绘制 $\frac{\rho_s}{\rho_1}$-$\frac{AB}{2h_1}$ 曲线，必须对三个变量（μ_2,μ_3,ν_2）取固定值，对于这三个变量所有的不同取值进行组合，又分别对应着不同的曲线族，这样就绘出许多张不同参数值的三层曲线理论量板。

二层断面的函数关系为

$$\frac{\rho_s}{\rho_1}=f\left(\mu_2,\frac{AB}{2h_1}\right) \tag{6-23}$$

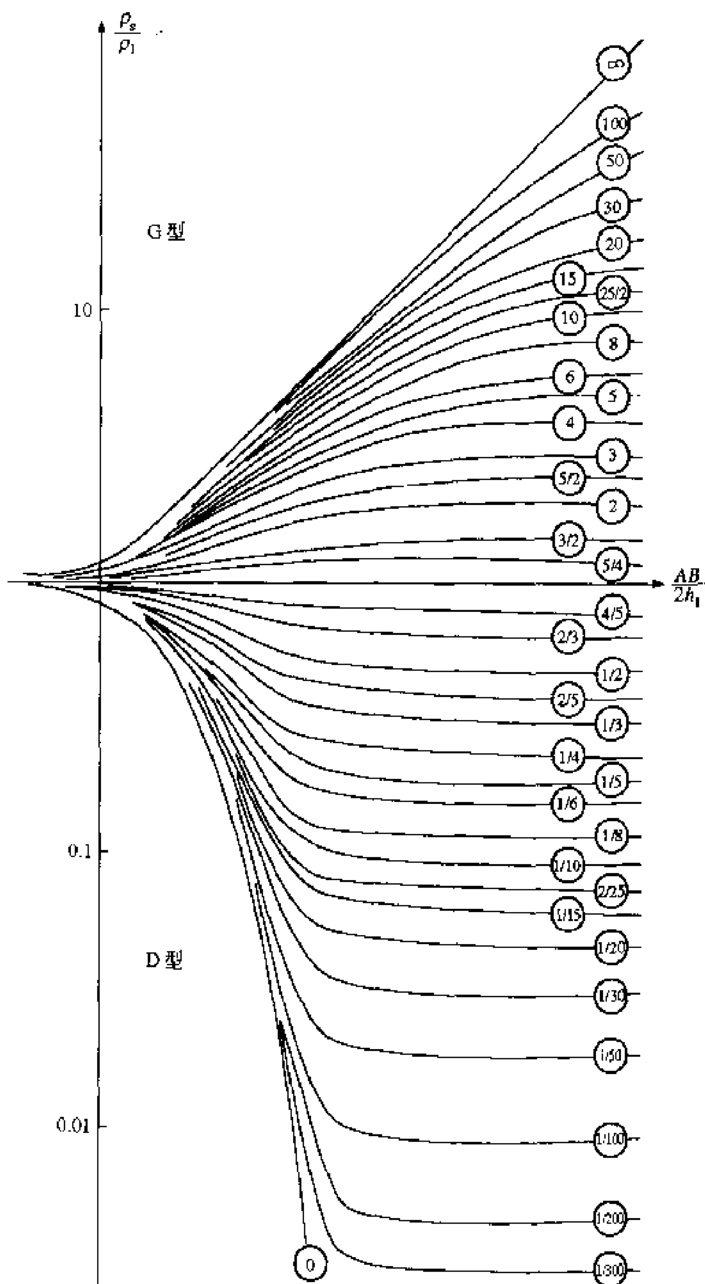


图 6-18　二层曲线理化量板图

二层电测深理论曲线只有一个参变量 $\mu_2=\frac{\rho_2}{\rho_1}$，固定一个 μ_2 值，就可绘出一条 $\frac{\rho_s}{\rho_1}$-$\frac{AB}{2h_1}$ 曲线，若把许多不同的值所对应的二层曲线族绘在一张纸上，便可制成二层曲线理论量板（图 6-18），量板是定量解释工作的基本工具。

2. 等值现象

一组不同的地电断面所测得的电测深曲线形状相同的现象称为等值现象。在三层理论曲线对比中，发现某些参数 $\left(\mu_2=\frac{\rho_2}{\rho_1},\nu_2=\frac{h_2}{h_1}\right)$ 不同的三层曲线，彼此相差很小（在观测误差 5%之内）。进一步研究表明，在相同的 A 型或 H 型曲线中，第二层的纵向电导 $\frac{h_2}{\rho_2}=S_2$ 或 $\frac{\nu_2}{\mu_2}=\frac{S_2}{S_1}$ 是相等的；在 K 型或 Q 型曲线中，它们的第二层横向电阻 $\rho_2\cdot h_2=T_2$ 或 $\nu_2\cdot\mu_2=\frac{T_2}{T_1}$ 是相同的，这种性质称为三层曲线的等值性。如图 6-19 所示，两个不同的地电断面，由于符合等值原理，故它们的三层曲线完全相同。

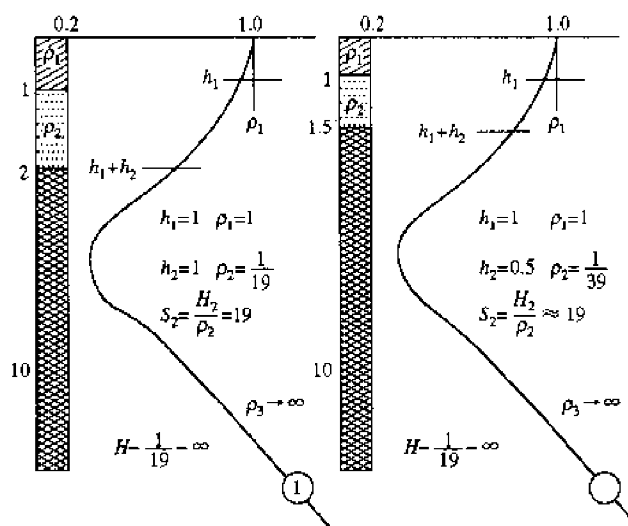


图 6-19 H 型等值曲线图

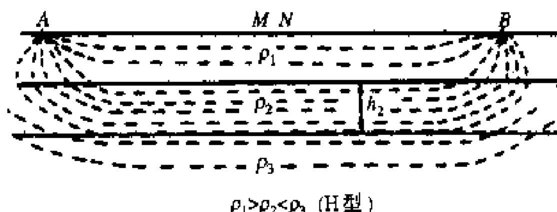


图 6-20 等值原理分析图

可用图 6-20 分析 S 等值现象的物理实质。对于 H（或 A）型地电断面，因 $\rho_3>\rho_2$，使得第二层中电流的方向近似于与平面平行，电流密度较上、下层大。在第二层内的水平方向导电能力仅由该层的纵向电导 S_2 决定。当断面中的参数 $\rho_1\cdot h_1$ 和 ρ_3 不变时，在一定范围内按 S_2 相等的原则改变 ρ_2 和 h_2 的数值，则对电流场分布不会发生明显的影响，观测的 ρ_s 曲线也就不变。无疑，中间层厚度 h_2 越小，ρ_2 与 ρ_3 的差别越大，等值作用的范围也越大。

等值性的存在，使理论曲线数目减少，为定量解释工作带来方便。但同时，它又使对 ρ_2，h_2 的解释具有多值性，必须用其他方法求出中间层电阻 ρ_2 之后，才能求得正确的中间层厚度 h_2。

3. 水平地层电测深曲线的定量解释

（1）用二层量板解释二层曲线。野外实测曲线是绘在模数为 6.25 cm 的双对数坐标透明

纸上的，其纵坐标为 $\lg\rho_s$，横坐标为 $\lg\left(\frac{AB}{2}\right)$。将实测曲线与理论量板保持坐标轴彼此平行进行对比，当实测曲线与量板上的某一条曲线重合时，由(6-22)和(6-23)式可知，理论曲线的原点在实测曲线坐标系中的横坐标为 h_1，纵坐标为 ρ_1，这样就确定了第一层的电阻率 ρ_1 及其厚度 h_1。第二层的电阻率 ρ_2 可由量板上所重合的那条曲线的末端渐近线的 $\mu_2=\frac{\rho_2}{\rho_1}$ 值，计算出 $\rho_2=\rho_1\cdot\mu_2$。当实测曲线均匀地分布在两条理论曲线之间时，则需用对数内插求得 μ_2。

(2) 用二层和三层量板解释三层曲线。用量板解释三层曲线时，先用二层量板解释曲线的首支求得第一层的厚度 h_1 和电阻率 ρ_1。由于等值现象，往往不能求出真正的 h_2 和 ρ_2，只能确定纵向电导 $S_2=h_2/\rho_2$(对 H 型和 A 型曲线)或横向电阻 $T_2=h_2\rho_2$(对 K 型和 Q 型曲线)。因此解释时，要求已知 ρ_2，否则只能求出第二层 h_2 和 ρ_2 的近似值或其变化范围。

为了正确选择量板，还须知道 ρ_3，以确定 μ_3。如尾支渐近线明显，则可由实测曲线得到 ρ_3，若 ρ_3 估计不准，将影响定量解释精度。

下面以一例说明解释步骤。如图 6-21 所示，已知 $\rho_2=18.5\ \Omega\cdot m$，$\rho_3=7400\ \Omega\cdot m$ 的实测三层曲线。

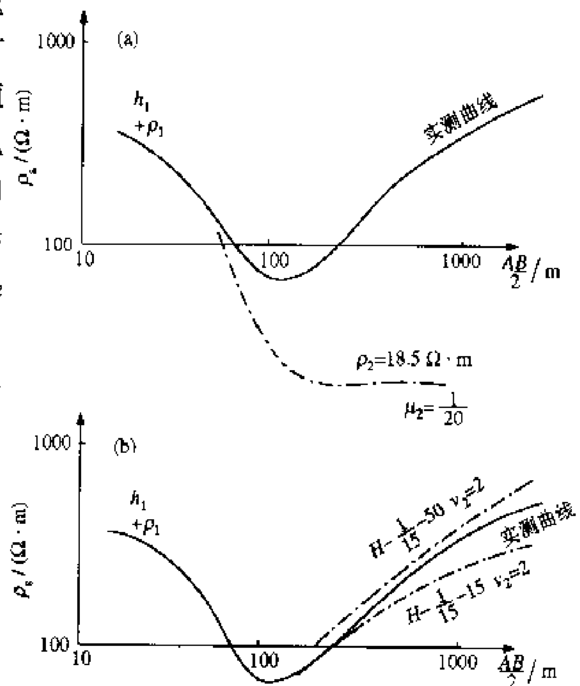


图 6-21 用量板解释三层曲线图

(1) 将实测曲线点在透明双对数坐标纸上，用相应的二层量板与实测曲线左支对比，当某条二层理论曲线与已知参数 ρ_2 一致，且与实测曲线左支重合最好时，记下二层量板坐标原点在实测曲线中的位置(图 6-20(a))，其纵坐标值为 $\rho_1=370\ \Omega\cdot m$，横坐标值为 $h_1=22$ m，于是 $\mu_2=1/20$，$\mu_3=7400/370=20$。参数 $\mu_2=1/20$，$\mu_3=20$，则实测曲线应在 H-1/20-20 三层量板中，但该量板在量板册中没有，这时应当选择量板图册中其参数相近的四组量板 H-1/15-15，H-1/15-50，H-1/30-15，H-1/30-50 进行内插解释。本例中 $\mu_2=1/20$ 与量板中的 1/15 较接近，估计应在等值作用范围之内，故只选择前两种量板作内插解释。

(2) 以实测曲线所选三层量板进行对比，找出与实测曲线最接近的三层理论曲线并记下其参数 $\nu_2=h_2/h_1=2$，如果理论曲线参数与实际参数不同，则应使曲线的左半部分尽可能重合，且使右支有规律地内插于相邻两 μ_3 参数的相应理论曲线之间。

由于理论曲线的中段以左部分与实际测量曲线重合很好，可知所选理论曲线的中间参数与实测曲线等值。

因 H 断面有等值现象，故有

$$\frac{\nu_2}{\mu_2}=\frac{\nu_2'}{\mu_2'} \tag{6-24}$$

式中，μ_2' 为理论曲线中间层电阻率参数；ν_2' 为理论曲线中间层厚度参数；μ_2 为实测曲线中间层电阻率参数；ν_2 为实测曲线中间层厚度参数。

得出第二层厚度为：

$$h_2 = h_1 \nu_2 = h_1 \cdot \frac{\mu_2}{\mu_2^{\prime}} \cdot \nu_2^{\prime} = 22 \times \frac{\frac{1}{20}}{\frac{1}{15}} \times 2 = 33 \text{ m}$$

(3) 四层及多层电测深曲线的定量解释。四层及四层以上的电测深曲线仍可以利用上述的二层、三层量板分段进行定量解释。解释方法是首先只考虑曲线左支的头三层，忽略第四层以下的影响，并完全按三层曲线解释方法进行。多层解释中，如果中间层电阻率未知，则解释误差增大。由于目前已有的三层量板数量有限，四层量板少，多层没有，为了解决这一问题，人们在实践中总结并制成了一套辅助量板，用于解释三层、四层或更多层实测曲线。

目前国内外已经较多地利用计算机来完成电测深曲线的定量解释工作。有的电测深专用仪器带有曲线自动解释处理软件。与量板法相比，电子计算机定量解释有很大的优越性，效率高，精度高，可以避免人为因素造成的影响。但是量板法的计算理论和对比解释方法是电子计算机自动解释的基础。

四、电测深法的应用

电测深应用条件为地层基本水平(地层倾角小于 20°)，各岩层间有较明显的电阻率差异，地形起伏不大等。

1. 探矿和找水方面的应用

在金属矿床普查中，可用电测深法直接寻找矿异常，圈定矿体范围和确定矿体深度。图6-22 是四川某铜矿区通过矿体的电测深曲线类型图，由此图可圈定良导矿体的分布范围，根据定量解释结果，确定矿体的埋深。在综合平面图上绘出了推断矿体，在异常中心布钻，见到了厚 2.4 m 的致密状黄铜、黄铁矿石，见矿深度为 50～52 m，电测深推断深度为 67 m，相对误差为 29%。在电法推断的矿体范围布钻 170 个，其中 160 个见矿，只有 10 个未见矿，因此在本区用电法圈定矿体是成功的。

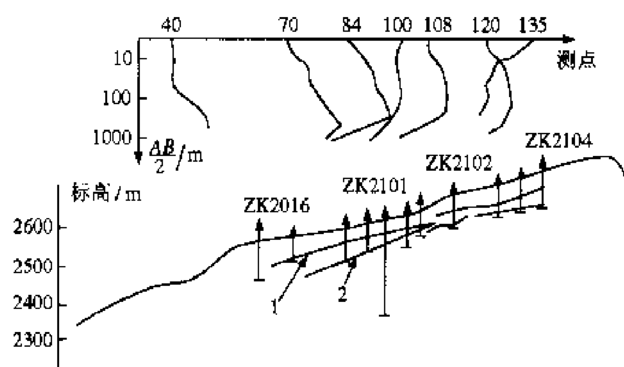


图 6-22 某铜矿区电测深综合解释剖面图
1—钻孔验证的矿体；2—推断的矿体
(据于汇津，1993)

在含水层厚度较厚，面积较大，埋深不很深，并且和围岩电阻率之间有较大差异的条件下，利用电测深法容易确定地下水源的位置。如我国某地区，该区的地质条件是在厚度不足 1 m 的表土下为孔隙度很小的淤泥层，其厚度约为 5～7 m，该层与表土在电性上表现为一层，其电阻率为 150～180 Ω · m，淤泥下部埋藏着要寻找的含水量丰富的沙层，其厚度在 5～25 m 范

围内变化，电阻率为 50 Ω·m，再下部为电阻率很高的基岩(石灰岩)。沿测线各点的电测深曲线均为 H 型，其视电阻率 ρ_s 断面图剖面如图 6-23 所示。由图可见，含水砂层厚度的变化在断面图上表现得很清楚，据此可以估计地下水储量，为工农业用水提供资料。

2. 地震预报的应用

1976 年 7 月 28 日的唐山 7.8 级地震，在距震中 200 km 范围内有 14 个视电阻率观测台，其中有 9 个台的 ρ_s 下降，特别激烈的变化发生在震中区的台站上。除了 ρ_s 在地震前有下降异常外，在我国还有不少台上 ρ_s 表现出上升前兆。如 1975 年 1 月 15 日发生在四川康定—九龙的 6.2 级地震，在离震中 70 km 处的康定台上，ρ_s 上升了 3%，延续时间超过了半年。

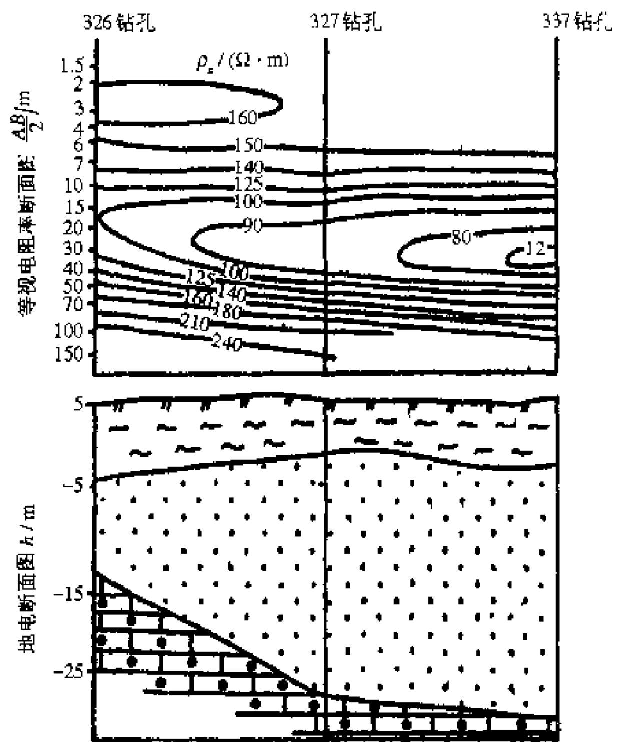


图 6-23 找寻地下水源的电测深成果图
(据孙正江，1984)

电测深用途很广，但探测深度不能达到很深，推断结果不惟一等，测量时还受到地形、气候、气温等自然条件的影响，因此电测深法必须和其他物探方法配合，才能收到更好的效果。

6.3.4 电阻率剖面法(电剖面法)

电剖面法是在供电电极距和测量电极距保持不变条件下(即探测深度不变)，沿一定测线逐点推移进行视电阻率 ρ_s 的测量，所得的视电阻率曲线反映了地层电性沿水平方向的变化。电剖面法按照不同的电极排列方式，可分为二极电剖面法、三极电剖面法、联合电剖面法、对称四极剖面法、偶极剖面法和中间梯度剖面法等多种类型，如图 6-24 所示。

一、联合剖面装置(AMN∞MNB)

它是由两组三极装置联合组成的。电源的负极置于“无穷远”，电源的正极接向 A 极或 B 极。其视电阻率表达式为：

$$\rho_s^A = K_A \frac{\Delta U_{MN}^A}{I}, \quad \rho_s^B = K_B \frac{\Delta U_{MN}^B}{I} \tag{6-25}$$

式中

$$K_A = K_B = 2\pi \frac{AM \cdot AN}{MN}$$

当 $MN \to 0$ 时，则表示为

$$\rho_s^A = 2\pi L^2 \frac{E^A}{I^A}, \quad \rho_s^B = 2\pi L^2 \frac{E^B}{I^B} \tag{6-26}$$

这时 $K_A = K_B = 2\pi L^2$($L = AB/2$；E 为观测点电场强度)。

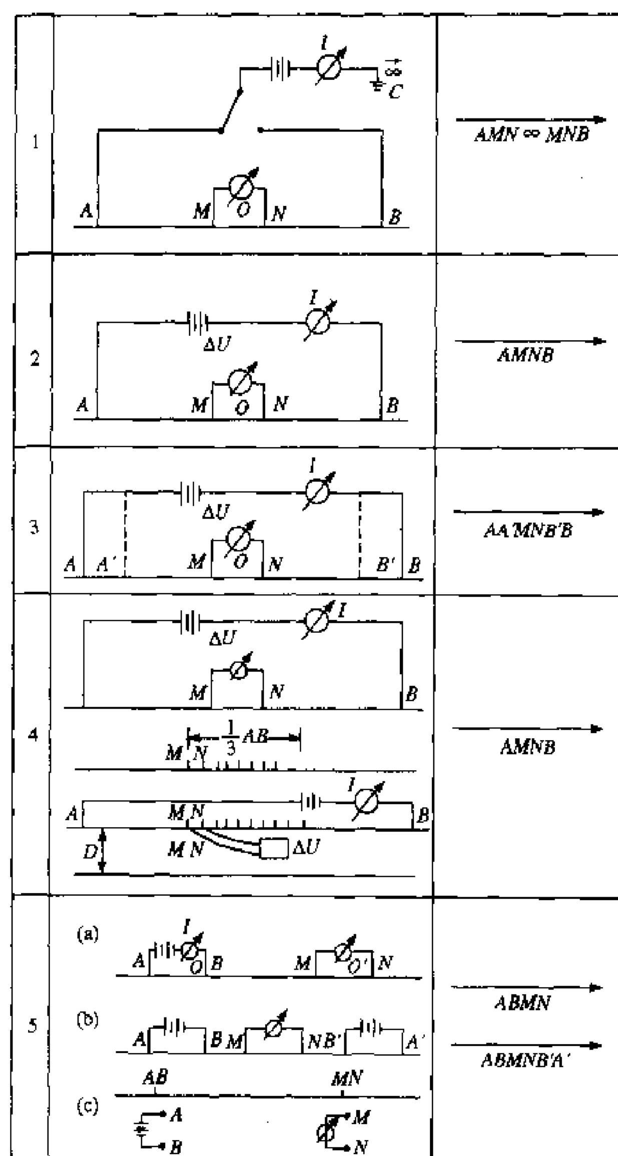


图 6-24　电剖面法几种装置类型

1—联合剖面法；2—对称四极法；3—复合对称四极法；4—中间梯度法；
5—偶极剖面法（(a)为单边轴向偶极剖面法；(b)为双边轴向偶极剖面法；(c)为赤道偶极剖面法）

二、对称四极剖面装置(AMNB)

这种装置的特点是 $AM=NB$，测点在 MN 的中点。其视电阻率表达式为：

$$\rho_s^{AB} = K_{AB}\frac{\Delta U_{MN}}{I} \tag{6-27}$$

式中

$$K_{AB} = \pi\frac{AM \cdot AN}{MN}$$

当 $MN\to 0$ 时，则表示为

$$\rho_s^{AB} = \pi L^2\frac{E^{AB}}{I} \tag{6-28}$$

这时

$$K_{AB}=\pi L^2 \quad \left(L=\frac{AB}{2}\right)$$

三、中间梯度法

这种装置的供电电极的距离取得很大，且固定不变；测量电极 MN 在 AB 中间三分之一内地段内的测点上移动，逐点进行测量。记录点选在 MN 中点，当这些测点测完后，再将 A,B 电极向前移动，以此重复地测量下去。其视电阻率表达式为

$$\rho_s^{MN} = K_{MN}\frac{\Delta U_{MN}}{I} \tag{6-29}$$

式中
$$K_{MN} = \frac{2\pi \cdot AM \cdot AN \cdot BM \cdot BN}{MN(AM \cdot AN + BM \cdot BN)}$$

电剖面法有较强的适应各种地电条件的能力，应用范围较电测深广，它能解决倾角较大或水平方向电性变化较大的地电断面，如陡倾接触面、构造与基岩显著起伏面，追踪构造破碎带、矿体与溶洞等，但不能做定量解释，所以电剖面法应与电测深法配合使用。

6.4 大地电磁测深

大地电磁场是地球天然电磁场的交变部分，其中电场部分可认为主要是由变化磁场直接感应的，而地电场又对地磁场反作用，形成感应磁场，两者统称为地球变化电磁场。

6.4.1 大地电磁测深法原理

大地电磁测深法是利用天然的大地电磁场作场源，探测地下电性结构，研究地质构造的一种电磁测深方法。大地电磁场有较宽的频谱，场源频率为 10^{-4}～10^4 Hz，利用的场源频率一般为 10^{-3}～10^4 Hz。

一、电磁场

从太阳和宇宙射出的高速带电粒子流与地球磁层、电离层相互作用，形成一系列复杂的电磁波。我们可以把随时间变化的电磁波分解为一系列谐变场的和，地球的天然变化电磁场可用谐变场来表示。

$$\begin{cases} E = E_0 e^{-i\omega t} & (6\text{-}30) \\ H = H_0 e^{-i\omega t} & (6\text{-}31) \end{cases}$$

场对时间的导数为

$$\begin{cases} \dfrac{\partial E}{\partial t} = -i\omega E_0 e^{-i\omega t} = -i\omega E & (6\text{-}32) \\ \dfrac{\partial H}{\partial t} = -i\omega H_0 e^{-i\omega t} = -i\omega H & (6\text{-}33) \end{cases}$$

电磁场的普遍规律可用麦克斯韦方程组来表示

$$\begin{cases} \nabla \times \boldsymbol{H} = j + \dfrac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t} & (6\text{-}34) \\ \nabla \times \boldsymbol{E} = -\dfrac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} & (6\text{-}35) \\ \nabla \cdot \boldsymbol{D} = \rho_0 & (6\text{-}36) \\ \nabla \cdot \boldsymbol{B} = 0 & (6\text{-}37) \end{cases}$$

式中，$\boldsymbol{H}$ 是磁场强度；$\boldsymbol{E}$ 是电场强度；$\boldsymbol{D}$ 是电位移矢量；$\boldsymbol{B}$ 是磁感应强度；j 是电流密度；ρ_0 是自

由电荷体密度。

在静止、各向同性的均匀介质中，当电磁场的频率不太高，$\boldsymbol{B}$,$\boldsymbol{H}$ 不太大时，下列关系得到满足

$$\begin{cases} \boldsymbol{B} = \mu \boldsymbol{H} \\ \boldsymbol{D} = \varepsilon \boldsymbol{E} \end{cases} \tag{6-38}$$

式中，μ,ε 分别为介质的磁导率和介电常数，是与频率无关的常数。当只研究电磁场的传播，且在所考虑的区域内不包括地磁场源时，传导电流密度 j 仅与电场强度 $\boldsymbol{E}$ 有关，可用微分形式的欧姆定律描述：

$$j = \sigma \boldsymbol{E} \tag{6-39}$$

式中，σ 是介质的电导率。

将(6-30)式和(6-31)式代入(6-34)到(6 37)式中，得到低频谐变场的表达式：

$$\nabla \cdot \boldsymbol{E} = 0 \tag{6-40}$$

$$\nabla \times \boldsymbol{E} = i\omega\mu \boldsymbol{H} \tag{6-41}$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{H} = 0 \tag{6-42}$$

$$\nabla \times \boldsymbol{H} = \sigma \boldsymbol{E} \tag{6-43}$$

将(6-41)式和(6-43)式联立，可得到谐变电磁场的波动方程式，此波动方程为亥姆霍兹(Helmholtz)方程。

$$\begin{cases} \nabla^2 \boldsymbol{E} - k^2 \boldsymbol{E} = 0 \\ \nabla^2 \boldsymbol{H} - k^2 \boldsymbol{H} = 0 \end{cases} \tag{6-44}$$

式中，$\nabla = \frac{\partial}{\partial x}\boldsymbol{i} + \frac{\partial}{\partial y}\boldsymbol{j} + \frac{\partial}{\partial z}\boldsymbol{k}$ 为矢量微分算符；$k^2 = -i\omega\mu\sigma$ 为传播常数。

二、平面电磁波的传播特性

1. 在水平层状介质中传播的平面电磁波

当观测范围远小于观测处与发射源距离时，球面波和柱面波可近似为平面波。设地面为 $z=0$ 的界面，z 轴垂直地面向下。假设天然电磁场是垂直入射的平面电磁波，地面以上(空气)是绝缘介质，地面以下为均匀半无限介质。在垂直于 z 轴的平面上，同一时刻场量处处相等，电磁场各量沿水平面上的变化为零，即 $\frac{\partial E}{\partial x}=0$，$\frac{\partial E}{\partial y}=0$，$\frac{\partial H}{\partial x}=0$，$\frac{\partial H}{\partial y}=0$。由平面波的这些特点，可从(6-34)式和(6-35)式的分量形式中导出一个简单的平面电磁波方程，即

$$-\frac{\partial E_y}{\partial z} = i\omega\mu H_x, \quad -\frac{\partial H_y}{\partial z} = \sigma E_x$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} = i\omega\mu H_y, \quad \frac{\partial H_x}{\partial z} = \sigma E_y \tag{6-45}$$

根据上述平面电磁波方程的特征，可以把它分解为两组独立的线性偏振波进行讨论。令一组只含(E_x,H_y)分量，定义为 H 偏振，令一组只含(E_y,H_x)分量，定义为 E 偏振。

E 偏振
$$\begin{cases} \frac{\partial E_y}{\partial z} = -i\omega\mu H_x \\ \frac{\partial H_x}{\partial z} = \sigma E_y \end{cases} \tag{6-46}$$

H 偏振
$$\begin{cases}\dfrac{\partial H_y}{\partial z} = -\sigma E_x \\ \dfrac{\partial E_x}{\partial z} = i\omega\mu H_y\end{cases} \tag{6-47}$$

相应的亥姆霍兹方程为

$$\begin{cases}\dfrac{\partial^2 E_y}{\partial z^2} - k^2 E_y = 0; \\ \dfrac{\partial^2 H_x}{\partial z^2} - k^2 H_x = 0;\end{cases} \tag{6-48}$$

$$\begin{cases}\dfrac{\partial^2 H_y}{\partial z^2} - k^2 H_y = 0, \\ \dfrac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} - k^2 E_x = 0。\end{cases} \tag{6-49}$$

2. 平面电磁波的传播

以 H 偏振为例，这时有波动方程

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} - k^2 E_x = 0, \tag{6-50}$$

(6-50)式是一常微分方程，其通解为：

$$E_x = A\mathrm{e}^{-kz} + B\mathrm{e}^{kz} \tag{6-51}$$

式中，A 和 B 为待定常数，它由边界条件和初始条件决定。对于均匀半空间介质，$z \to \infty$时，$E_x \to 0$，所以 $B=0$，于是有

$$E_x = A\mathrm{e}^{-kz} \tag{6-52}$$

其中

$$k = \sqrt{-i\omega\mu\sigma} = (1-i)\sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{2}} = \alpha - i\beta \tag{6-53}$$

$$\alpha = \beta = \sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{2}} \tag{6-54}$$

将(6-53)式代入(6-52)式，并令 $z=0$ 时，$E_x = E_{0x}\mathrm{e}^{-i\omega t} = A$，则有

$$E_x = E_{0x}\mathrm{e}^{i(\beta z - \omega t)}\mathrm{e}^{-\alpha z} \tag{6-55}$$

式中，$\mathrm{e}^{-i\omega t}$表示任一点的场随时间是谐变的；圆频率 $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$，而 $\mathrm{e}^{i\beta z}$表示场沿传播方向 z 是谐变的；$\beta = \dfrac{2\pi}{\lambda}$称为圆波数，$\lambda$ 为波长。

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} = 2\pi\sqrt{\frac{T}{\pi\mu\sigma}} \tag{6-56}$$

取 $\mu = 4\pi \times 10^{-7}$ H/m 代入(6-56)式得

$$\lambda = \sqrt{10^7 \rho T}\,(\mathrm{m}) \tag{6-57}$$

(6-55)式中 $\mathrm{e}^{-\alpha z}$表示场振幅沿传播方向呈指数衰减，α 为介质的吸收系数，它与波长的关系为：

$$\alpha = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{\sqrt{10^7 \rho T}} \tag{6-58}$$

我们称场振幅降至地面值 1/e 的深度为穿透深度，并以 P 来表示。

$$e^{-\alpha z} = e^{-\frac{2\pi}{\lambda} P} = e^{-1}$$

则
$$P = \frac{\lambda}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{10^7 \rho T} = 503.3\sqrt{\rho T}\ (\mathrm{m}) \tag{6-59}$$

由(6-59)式可知，穿透深度与波长成正比，并是介质电阻率 ρ 和周期 T 的函数。周期越短(频率越高)的电磁波其能量衰减得越快，穿透能力低，能量越集中在表面层附近，这一现象称为趋肤效应。因此，使用不同周期的变化电磁场能获得不同深度范围的介质电性、磁性信息。

3. 平面电磁波的表面阻抗

平面电磁波的表面阻抗定义为 $Z=E/H$，它的单位为 Ω。

在均匀各向同性的介质中，由于 $\boldsymbol{E}$ 波和 $\boldsymbol{H}$ 波是正交的，在地面上任意正交测量轴 x 和 y 上有

$$Z_{xy} = \frac{E_x}{H_y} = \frac{E\cos\theta}{H\cos\theta} = \frac{E}{H}$$

$$Z_{yx} = \frac{E_y}{-H_x} = \frac{E\sin\theta}{-H\sin\theta} = -\frac{E}{H}$$

∴
$$Z_{xy} = -Z_{yx} \tag{6-60}$$

(6-60)式表明，沿任意正交的测量轴上所测得的波阻抗的数值是相等的，即波阻抗与测量轴方向无关，具有这种性质的波阻抗称标量阻抗。

求得波阻抗后，就可运用任一偏振波的亥姆霍兹方程求出电阻率的计算公式，即

$$\rho_{s_T} = 0.2T\left|\frac{E}{H}\right|^2 \tag{6-61}$$

或
$$\rho_{s_T} = 0.2T\left|\frac{E_x}{H_y}\right|^2 = 0.2T\left|\frac{E_y}{H_x}\right|^2$$

式中，ρ_{s_T}为视电阻率；E_x 和 H_x 为平行地面 x 轴方向上的电、磁场振幅；E_y 和 H_y 为平行地面并垂直于 x 轴方向上的电、磁场振幅；T 为大地电磁场的周期。由(6-61)式可知，只要测得地面上任意点某一频率的电场和磁场的正交水平分量的振幅，便能计算出该频率的视电阻率值。不同频率的视电阻率值 ρ_{s_T} 反映测点处不同深度介质的电性变化，ρ_{s_T}是由电磁场所达到的范围内某种平均效果的电阻率。

6.4.2 大地电磁测深资料的解释

目前对大地电磁测深观测资料的解释是以水平均匀介质的理论为基础的，而测区地下地质条件相当复杂，介质电性的各向异性非常明显，这样就造成了大地电磁测深曲线的畸变，畸变类型可分为两种，一种是由地表电性不均匀或地形起伏引起的曲线畸变，称为电流型畸变；另一种是电流沿构造走向流动，引起横向电场的畸变，称为感应畸变。以下简述大地电磁测深曲线解释的工作步骤。

大地电磁测深资料解释的第一步是定性解释，即在了解和掌握一些不同地质构造情况下的视电阻率曲线的畸变成因和特征后，对实测电阻率曲线进行初步分析，构制一些视电阻率断面图、平面图、剖面图等定性解释图件，初步得出测量地区的地下构造概况和测区反映出的曲线形态和特点，再对照测区其他物探资料、构造资料等来选择初始模型。

第二步是作定量解释，即反演法。手工对比量板法是原始的反演方法，比较简便，适用于地

质构造简单地区，且地层近于水平且电性分层少实测曲线形态简单的情况。具体作法是用事先计算好的理论量板与视电阻率实测曲线进行对比，找出与实测曲线重合最好的一条理论曲线，该曲线的参数就是所需要的一维地电模型的参数。如果实测曲线形态复杂，多于三层时，尚须分段拟合，逐次求出前两层的代替层参数，把它当做一层，分段重复上述步骤，直至完成。近年来，随着计算数学和计算机技术的使用和发展，大地电磁测深资料的反演已逐步采用计算机进行全支曲线自动拟合的方法，即用量板法得到的地下分层模型作为电子计算机自动反演的初始模型参数。当给定初始模型参数后，计算机按照程序设计的步骤，自动修改参数，直至使计算曲线与实测曲线重合，或者误差达到给定的要求为止。这类反演方法可以解释多层介质的实测曲线。

6.4.3 大地电磁测深法的应用研究

一、地壳和上地幔电性结构的研究

近些年来，我国、原苏联、美国等多个国家和地区应用大地电磁测深法开展了地壳和上地幔电性结构的研究，总体将地壳和上地幔分成三个大的电性层。

第一电性层为地表的沉积盖层，厚度为 0～20 km，电阻率为 0.2～500 Ω·m，总纵向电导为(0～3)×10^4 S。不同的地质构造中划分出更细的层次。

第二电性层为坚硬的岩石圈，包括地壳及上地幔上部，在电性上表现为高电阻率，可达 10^3 Ω·m 以上。其厚度在不同的构造单元差别很大。一般在活动区较薄，为 10～20 km，在稳定的地台区较厚，可达上百公里。特别是在巨厚的岩石圈中发现了低电阻异常或低电阻层。

第三电阻层为软流圈，表现为良导性。电阻率大致为几或几十欧姆·米。

我国在大陆地区、长城站和中山站附近地区大地电磁测深的结果表明，地壳和上地幔中电性分布具有明显的横向不均匀性，不仅不同构造单元之间差别较大，就是同一大的构造单元之内电性分布差别也很大；壳内较普遍地存在高导层，但不同地区由于壳内高导层形成的原因不同，其埋藏深度变化范围很大，例如福建东部地区壳内高导层埋深在 20～30 km。它与地热活动及壳内低速层密切相关。在内蒙古、新疆和西藏某些地区，壳内存在两个高导层；上地幔中高导层的深度，也即软流层埋深，从东向西有加深的趋势。东南沿海大陆地区软流层顶部埋深平均约 90 km，向西逐渐加深到 150～200 km。即使在同一测区内，软流层顶部埋深的变化往往也很大。例如内蒙古东部，软流层顶部埋深在大兴安岭火山区为 75 km，而其两侧为 100 km。

二、地震预报研究

对青藏高原北缘一条长 400 km 的大地电磁剖面做重复观测(张云琳等)，观测期间，获得 5 次 5～7 级地震前后的资料，对资料分析表明，在构造孕育型大地震前后，大地电磁参数(视电阻率、相位、主轴方位角和扭曲度)等都有系统的动态性变化，其变化幅度随震中距离增大而衰减。大地电磁剖面重复测量可作为强地震中短期预报的一种手段。

在唐山地震区及其周围大地电磁测深结果表明(秦馨菱等)，在低电阻沉积表层下，地壳分为两层：高电阻的上地壳及低电阻的下地壳。高阻上地壳在地震区呈透镜状，唐山主震及其绝大多数余震即发生在高阻上地壳内。

三、油气勘探中的应用

在油气勘探中可利用大地电磁测深法研究高阻基底表面的起伏、划分沉积岩层、依据资料识别断层以及寻找高阻基底上的局部构造等。

此外,大地电磁测深法也用于深部热场分布研究。由于岩石导电率与温度的密切关系,通过研究地下深处介质的导电性可以获得有关地壳与上地幔岩石温度的信息,圈定热源规模和区域地热异常。

目前,大地电磁测深法还用于寻找地下水和地热田勘探;河流、湖泊及地下水污染监测;地质填图、海水厚度和永冻层填图等。

大地电磁测深法利用巨大的天然电磁能可以穿透直流供电法难以透过的高阻层,具有勘探深度范围大、分辨率较强、野外装备轻便、勘探成本低廉等众多优点。

6.5 频率域电磁测深和瞬变时间域电磁测深

由直流供电法发展起来的人工可控源的频率域电磁测深及瞬变时间域电磁测深克服了源场复杂、能量分布极不均匀、某些关键频率段能量过弱等带来的困难。

6.5.1 频率域电磁测深

频率域电磁测深采用人工发射电磁波代替大地电磁场,既可控制电磁场的强度,又可控制电磁场的频率。频率域电磁测深一般是在地面上采用偶极装置供电和测量,如图 6-25 所示。供电偶极 AB 和测量偶极 MN 的装置形式有赤道偶极式和轴向偶极式。频率电磁测深多采用固定极距 r(供电偶极中点至测量偶极中点间的距离)的赤道式装置。赤道式装置观测的是电场水平分量 E_x 的电位差 ΔU_{MN}和磁场垂直分量 H_z 的感应电动势产生的电位差 ΔU_H 以及它们的相位参数 Φ_E 和 Φ_H。由理论计算可知,均匀情况下的介质电阻率为

$$\rho_{s_T}^{E_x} = \frac{\pi r^3}{AB \cdot MN} \frac{\Delta U_{MN}}{I} = K_{E_x} \frac{\Delta U_{MN}}{I} \tag{6-62}$$

$$\rho_{s_T}^{H_z} = \frac{2\pi r^4}{3AB_{an}} \frac{\Delta U_H}{I} = K_{H_z} \frac{\Delta U_H}{I} \tag{6-63}$$

式中,r 为极矩,$K_{E_x}=\frac{\pi r^3}{AB \cdot MN}$;$K_{H_z}=\frac{2\pi r^4}{3AB_{an}}$为装置系数;$a$ 为接收线圈面积;n 为线圈匝数。

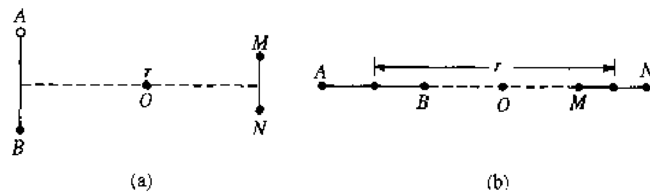


图 6-25
(a) 赤道偶极装置;(b) 轴向偶极装置

如果地下介质是非均质的,则同直流电法一样,仍可用上式计算,但得到的是视电阻率。

在野外,频率电磁测深是固定极距 r,利用改变频率的方法由供电偶极 AB 向地下发射电磁波,基于不同频率的电磁波穿透深度不同的特点来推断水平分层介质各层的参数(层厚和电阻率)。频率测深曲线随着工作频率和极距的不同变化而变化。频率电磁测深曲线分为 H,A,K,Q 等四种类型,解释方法主要是量板拟合法和计算机反演。

频率域电磁测深法相对电测深法的优点是分辨率较高,各向异性影响小,能穿透高阻屏蔽层,但穿透深度较大地电磁测深法为浅。

6.5.2 瞬变时间域电磁测深

瞬变时间域电磁测深的基本原理为，当在地球介质上有一电磁场的突然变化时，这一电磁场的突然变化将在地球内部引起一个感应电流，这一感应电流在地球介质中随时间而扩散，其扩散的速率、模式受地球介质的控制，因此包含地球介质的信息。在地球表面记录这一随时间扩散的电流的电磁场随时间的瞬时变化，可以用来研究地球内部介质的特性，特别是电阻率结构的信息。

瞬变时间域电磁测深的发射源可以是一个接地导线组成的电偶极子或不接地的线圈组成的磁偶极子。接收器可以是接受磁场分量的高灵敏度分量磁力仪或接受磁场时间变化率的线圈，或接收电场的接地电偶极子，接受当发射电场或磁场突然变化时在地球介质内的感应电流的场的随时间的瞬时变化。

大部分时间域系统，应用一个开关型的发射电源，限定所有的测量在断开期，这样就自动地区分了源场和二次感应场，这种阶跃型的激发响应含有很宽的频带，因此瞬变时间域电磁测深法是一种宽频带电磁信号的人工源测深法，可保证在强的源场、弱的二次信号场的情况下，较高精度直接记录含有地下信息的二次感应场，并可以达到很大的穿透深度。

综上所述，从场源的形态、能量分布、一次场和二次场的直接分离、信噪比、探测方法的分辨率以及至今仍为直流供电法、大地电磁测深法和频率域测深法困扰的地表横向电阻率非均匀性影响等方面，都显示了瞬变时间域法的优越性。瞬变时间域法对中等深度特别有效，即从几十米到大约 10 km，这刚好是对地下水资源、石油资源、工程建设、地震前兆监视等最有价值的深度范围。

主要参考文献

1. 国家地震局科技监测司. 地磁地电专辑. 北京：学术刊物出版社，1990
2. 克拉耶夫. 地电原理(上下册). 北京：地质出版社，1956
3. 沈正江，王华俊. 地电概论. 北京：地震出版社，1984
4. 于汇津等. 勘查地球物理概论. 北京：地质出版社，1993
5. 黄仲良等. 石油重、磁、电法勘探. 山东：石油大学出版社，1999
6. 丁绪荣. 普通物探教程. 北京：地质出版社，1984
7. 张云琳等. MT 重复测量在地震中短期预报中的应用祁连山中段 MT 剖面监测研究. 地球物理学报，37，1994：200～210
8. 秦馨菱等. 唐山地震区地壳电性结构及 MT 探索潜在震源的可能性. 地震学报，13，1991：354～363
9. 孔祥儒等. 西藏高原西部综合地球物理与岩石层结构的研究. 中国科学，D 辑，26(4)，1996：1～8

第七章 地 热 学

地热学是地球物理学的一个重要分支，是从 20 世纪中期发展起来的一门新学科。地热学分为理论地热学和应用地热学两个部分。理论地热学是关于地球热现象和热历史的一门基础科学，研究内容主要包括地球热场随空间与时间变化的规律、地球内部的热源、地球内部的热状态、热历史以及与此相关的地球起源、演化与地壳运动等问题。应用地热学是将地热基础理论与方法应用于研究和解决构造地质学、水文地质、工程地质及地热资源、油气田、煤田及矿场与勘探等问题。

7.1 热传递的物理基础

7.1.1 温度与温度场

地球的热场也称地球的温度场、地温场或地热场，它与地球的电场、重力场、磁场一样，是地球的物理场之一。

地球热场的数学表示式为：

$$T = f(x, y, z, t)$$

式中，x, y, z 为空间坐标；t 为时间。表示式表明地球内部温度分布不仅取决于空间位置，而且还随时间进程而变化。地球内部的温度是小范围内以及整个地球范围内侧向和垂向温度差异所造成的结果，这些温度差将通过热传递达到平衡。地球内部的温度分布代表地球的热状态，它在地球动力作用过程中起着重要的作用。板块运动、山脉隆起、裂谷及其伴随而来的岩浆活动、地震、火山等都与深部的热能有密切的关系。

通过钻孔与矿山测温获得的大量温度数据表明，地球愈往深处地温愈高。

7.1.2 热流密度、热导率、生热率

一、热流密度(q)[①]

简称热流。表示单位时间内通过地球表面单位面积流出的热量，它是地球内部热状态在地表的显示，可以在地表直接测量。测量表明，在有限区域热流密度 q 和温度梯度∇T 成正比，即

$$q = -k\nabla T \tag{7-1}$$

显见热流密度 q 在空间是一个矢量场，它的单位为 W/m^2(SI 制)或 $\mu cal/(cm^2 \cdot s)$(CGS 制)。$1\ \mu cal/(cm^2 \cdot s)$ 称为 1 热流单位(即 1 HFU)。κ 是岩石热导率，T 是温度，单位为 K，负号表示热流与温度梯度∇T 反向，即热流由高温处流向低温处。

讨论深部地热状态时常使用垂向温度梯度，即$\frac{dT}{dz}$，则(7-1)式写为：

---

① 热流密度单位换算式：$1\ cal/(cm^2 \cdot s) = 4.1868 \times 10^4\ W/m^2$，$1\ HFU = 41.868\ mW/m^2$。

$$q = -\kappa \frac{dT}{dz}$$

地球内部的热能向地球表面传递的方式有三种：热传导、热对流和热辐射，如果按(7-1)式计算传导热流，则没有考虑热对流值和热辐射值。实际上，某些现代火山区及高温地热区对流热流和辐射热流的影响甚大。

二、热导率(κ)

表示传热物质的属性，它不仅与岩石或矿物的类型有关，还与晶体结构有关，晶体结构可能引起热导率的各向异性。因为地球表面与地球内部之间存在着巨大的温度差和压力差，所以热导率不是常数，它是温度和压力的函数。热导率的单位为 W/m・K(SI 制)或 cal/(cm・s・℃)(CGS 制)。1 cal/(cm・s・℃)=418.68 W/(m・K)。

三、比热容(c)

定义为单位质量的物质温度升高一度所吸收的热量。它的单位为 J/(kg・K)(SI 制)或 cal/(g・℃)(CGS 制)。1 cal(g・℃)=4186.8 J/(kg・K)。

四、热扩散系数(D)

在讨论热传导方程时还需引入热扩散系数 D，定义为热导率与密度和定压质量热容乘积的比值，即

$$D = \frac{\kappa}{\rho c_p} \tag{7-2}$$

热扩散系数 D 的单位为 m^2/s(SI 制)或 cm^2/s(CGS 制)。1 $cm^2/s=10^{-4}$ m^2/s。

五、生热率(A)

在讨论热传导方程时还涉及生热率，它定义为单位时间内单位体积热源所产生的热量。它的单位为 W/m^3(SI 制)或 cal/(cm^3・s)(CGS 制)。有时也用 W/kg 为单位。1 cal/(cm^3・s)=4.1868×10^6 W/m^3，1 HGU=10^{-13} cal/(cm^3・s)=0.41868 $\mu W/m^3$。

7.1.3 热传导方程

如图 7-1 所示，体积 V 内有一个均匀的各向同性的热源 A，S 为包围体积的表面，则单位时间从表面 S 流出的总热量为：

$$Q = \oint_S q_n dS \tag{7-3}$$

q_n 为热流密度 $\boldsymbol{q}$ 在 dS 法向上的分量，由能量守恒可得到

$$\oint_S q_n dS = \int_V \left(A - \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \right) dV \tag{7-4}$$

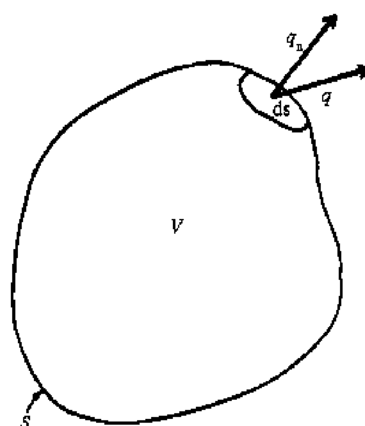


图 7-1 热的传导

(7-4)式右边积分号内的第一项为体积 dV 内的热源在单位时间所产生的热量，第二项为在单位时间体积 dV 内温度升高所吸收的热量(冷却所释放的热量)。ρ 为密度，c 为比热，负号表示温度 T 随时间而降低。

因为 $$\boldsymbol{q} = -k\nabla T$$

则 $$\nabla\cdot\boldsymbol{q} = -k\nabla^2 T$$

由高等数学中的高斯定理可将(7-4)式的左边写成

$$\oint_S q_0 \mathrm{d}S = \int_V \nabla \cdot \boldsymbol{q} \mathrm{d}V = -\int_V k\, \nabla^2 T \mathrm{d}V$$

假定 k 为常量，将上式代入(7-4)式后，有

$$\int_V \left(k\, \nabla^2 T + A - \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \right) \mathrm{d}V = 0 \tag{7-5}$$

(7-5)式在地球内部任一点都成立，则被积函数必须为零，即

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = k\, \nabla^2 T + A$$

或

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{k}{\rho c} \nabla^2 T + \frac{A}{\rho c} = D\, \nabla^2 T + \frac{A}{\rho c} \tag{7-6}$$

式中，D 是热扩散率，(7-6)式称为热传导方程。热传导方程给出了温度随时间的变化和温度随空间分布的关系。假定初始条件 $t=0$ 时的温度已知，由(7-6)式可以求得不同时间、不同地点的温度。但是地球内部的热源分布 A 和热导率 κ 不能确切知道，而且热导率 κ 不仅是深度的函数，还和温度、压力有关，因此直接求方程(7-6)式的解有许多困难，但在一些简化条件下，利用热传导方程还是能讨论一些问题的。

在许多地球物理计算中，若论及的区域不大时，可以不考虑地球曲率的影响，即将地球介质看做是由平面平行层组成的，且在同一平面内不存在温度梯度，这时热传导方程(7-6)式可简化为：

$$\frac{\partial T}{\partial t} - D \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{A}{\rho c} \tag{7-7}$$

式中，z 为深度，$z=0$ 是地表，向下为正。

当热达到恒定状态情况，这时温度不随时间而变化，即$\frac{\partial T}{\partial t}=0$。(7-6)式简化为

$$k\, \nabla^2 T + A = 0 \tag{7-8}$$

如无热源，即 $A=0$，这就是冷却时的方程，(7-6)式进一步简化为

$$\nabla^2 T = 0 \tag{7-9}$$

如果温度 T 只随 z 变化，若给出边界条件，如地表温度为 T_0，在地表的热流密度为 q_0，A 为生热率，κ 为地壳热导率，则(7-8)式的解为

$$T(z) = T_0 + \frac{q_0}{\kappa} z - \frac{1}{2} \frac{A}{\kappa} z^2 \tag{7-10}$$

(7-10)式给出了温度随深度的变化。此式常用于地表至上地幔较浅处温度的计算。

在有对流时，假定对流的速度为 $\boldsymbol{v}$，则(7-6)式应为

$$\frac{\partial T}{\partial t} = D\, \nabla^2 T + A/\rho c - \boldsymbol{v} \cdot \nabla T \tag{7-11}$$

岩石的热扩散系数约为 0.01 $\mathrm{cm^2/s}$，由此可以计算得到热从地心传输到地面的时间为 10^{12}年！地球如此之大，而热扩散系数如此之小，因此地球的冷却及热的传输是十分缓慢的，阻碍了地球内部热量的外流，使地球深部实际上处于绝热状态。

7.2 地球内部的热源

一般认为地球是由冷尘埃物质聚集而成，原始温度不可能很高。原始温度决定于地球的堆

积条件以及地球形成过程中短寿命放射性元素的含量。根据测量，地球表面单位时间单位面积的热流密度平均约为 $1.5\times4.1868\times10^{-2}$ W/m²，则地球的总热流密度每年约为：

$$Q = 2.41 \times 10^{20} \times 4.1868\ \text{J/a} \tag{7-12}$$

地面热流密度，地球内部的加温都需要地球内部的能源来解释。目前一致认为，放射性元素衰变所发出的热量是地球内部热源的主要来源。此外，还有其他可能的热源，如重力分异热、潮汐摩擦热、化学反应热等。地球还通过火山、地震、温泉以及造山运动等形式从局部地区间断地释放能量，估计它们的数值比地面总热流密度小，其中地震波释放的能量大部分转换成热能消失在地球之内，以下讨论几种可能的热源。

7.2.1 地球形成时的能量

在冷尘埃和陨石积聚而成地球的过程中，物质的引力位降低，释放出大量的能量，约为 3×10^{32} J，其中一部分能量由于地球增长时，内部压力增高，产生绝热压缩，估计能使地球温度升高几百度，但总的结果是所放出的热能不可能使地球熔化。据此认为地球形成时的内部温度不超过 1200℃。

7.2.2 放射性元素产生的热能

一、长寿命的放射性元素

在构成地球的岩石和矿物中，存在的放射性元素主要有 ^{238}U，^{235}U，^{232}Th，^{87}Rb，^{40}K 等，它们的半衰期、衰变常数及生热率等特性见表 7-1，其中具有足够丰度的生热率较高且半衰期与地球年龄相当的放射性元素是 U，Th，K，它们在一些岩石中的含量及生热率见表 7-2。由表 7-2 看出，这类放射性元素主要富集在地球的上层，据此可以推断，放射性热源富集在地壳之内，而在地幔较贫乏。各类放射性元素对于总生热率的影响随时间的变化如图 7-2 所示。由图看出，现在以 ^{238}U 产生的热量为主，在 30 亿年前则由 ^{40}K 产生的热量起重要作用。

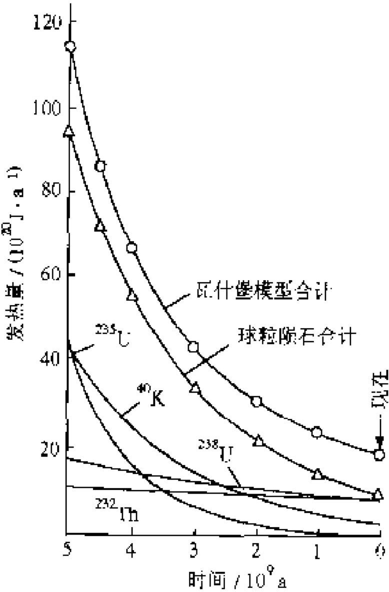


图 7-2 地球内部由 U，Th，^{40}K（瓦什堡模型）产生的发热量与年代的关系图

表 7-1 地球内部主要放射性元素

母元素	稳定元素	半衰期 a	衰变系数 λ a⁻¹	生热率 J·(g·s)⁻¹
^{238}U	^{206}Pb	4.47×10^{9}	1.55×10^{-10}	9.42×10^{-8}
^{235}U	^{207}Pb	0.7×10^{9}	9.84×10^{-10}	56.94×10^{-8}
^{232}Th	^{208}Pb	13.9×10^{9}	0.499×10^{-10}	2.64×10^{-8}
^{87}Rb	^{87}Sr	48.8×10^{9}	0.142×10^{-10}	
^{40}K	^{40}A	1.3×10^{9}	0.581×10^{-10}	
	^{40}Ca	1.40×10^{9}	4.96×10^{-10}	

（据周惠兰，1990）

表 7-2 岩石放射性元素含量

材料		含量/10⁻⁶ U	Th	K	生热率 10⁻¹² W·kg⁻¹
火成地壳	花岗岩	4.6	18	33000	1015
	碱性玄武岩	0.75	2.5	12000	180
	拉斑玄武岩	0.11	0.4	1500	27

（续表）

材料		含量/10^{-6} U	Th	K	生热率 10^{-12} W·kg^{-1}
上地幔	榴辉岩	0.035	0.15	500	9.2
	橄榄岩				
	纯橄榄岩	0.006	0.02	100	1.5
陨石	碳质球粒陨石	0.020	0.070	400	5.23
	普通球粒陨石	0.015	0.046	900	5.85
	铁陨石				$<3\times10^{-4}$

（据周惠兰，1990）

订正过的天然放射性元素生热率常量是：铀（包括^{238}U 和^{235}U 系列，$^{235}U/^{238}U=1/139.6$，并达到放射性平衡）9.525×10^{-5} W/kg，钍（平衡状态下的^{232}Th 蜕变系列）2.561×10^{-5}W/kg，钾（^{40}K 丰度为 0.0118%）3.477×10^{-9} W/kg(Rybach，1976)。由此假定某一给定岩类的密度为 ρ (kg/cm^3)，放射性元素 U，Th，K 的含量分别 $C_U(10^{-6})$、$C_{Th}(10^{-6})$和 $C_K(\%)$，则生热率 A 等于：$A\ (\mu W/m^3)=10^{-5}\rho(9.52C_U+2.56C_{Th}+3.48C_K)$。

在地球的热能计算的众多模式中，常采用的一个模式是认为地球的平均物质组成与球粒陨石单位生热率相同。由表 7-3 知，现在球粒陨石的生热率为 3.9×10^{-5} cal/(kg·a)，则每年所生的热量为

$$Q = 2.33\times10^{20}\times4.1868\ \mathrm{J/s} \tag{7-13}$$

表 7-3 岩石中放射性元素的含量和生热率

岩石	含量/10^{-6} U	Th	K	K/U	生热率/(10^{-8} cal·(g·a)$^{-1}$) 现在	20亿年前	40亿年前	45亿年平均值
花岗岩	4.75	18.5	37 900	8 000	820	1 250	2 600	1 550
玄武岩	0.60	2.7	8 400	14 000	120	192	414	243
球粒陨石	0.012	0.0398	845	70 000	3.9	8.6	22.4	11.7

（据付承义书，1976）

这个数值与 7-12 式的数据大致相同。但是根据现在的各种证据认为，球粒陨石模式是有缺点的。从地球化学组成来看，整个地球的 K 含量为球粒陨石 K 含量的 1/3～1/8(Wasserburg，1964)，地壳岩石中 K/U≈10000，而球粒陨石中约为 80000，地球上层的铷和锶比值也比球粒陨石小得多。由于我们不知道地幔深处的钾含量，所以很难确定哪种模式更理想。

如果地球的原始物质组成和放射性元素含量的模式已知，就能估算使这些物质熔化所需要的热量 L 和这些放射性元素在地球形成 45 亿年以来所放出的总热能 H。利用热传导定律，还可计算出由地表流出的总热流量 Q。大多数模式给出 $L\geq30\times10^{30}$ J，$H=(6\sim20)\times10^{30}$ J，$Q=(1\sim8)\times10^{30}$ J。这些数值说明，放射性元素生热不足以使整个地球熔化，但使地球温度升高，而不是冷却。据估算，认为放射性生热使地球温度比初始温度升高 1500℃。

二、短寿命的放射性元素

在地球开始形成的时候，还可能存在着短寿命的放射性元素，例如^{129}I，^{26}A，^{36}Cl，^{60}Fe 等 20 余种。这些放射性元素的半衰期均比地球年龄小得多，在 10^5～10^7 a 之间，在现在的地球物质中已不复存在。虽然在地球形成初期它们曾放出大量的热能，但这些热能对地球的热平衡影响

注：表 7-1 和表 7-3 中生热率的单位与 SI 制不一致，它们之间有一密度换算关系。

不大，因为地球形成过程需要的时间约为 10^8 a。这样，在积聚开始后 2×10^7 a 的时候，地球还很小，而这些短寿命放射性元素已经很少了。所以即使它们曾经存在过，在地球的热平衡中也是可以忽略的。

7.2.3 地核的形成

我们假设地球形成的初期是比较均匀的，以后由于内部的生热和加温，产生了物质的运动和化学分异，于是形成了地核、地幔和地壳。由于较重的物质流向地心，较轻的物质形成地壳，使重力位能降低，因而释放出大量能量。有学者估计，由一个均匀的地球演变成分层的地球所释放的能量约为 1.25×10^{31} J，其中的大部分可使地球平均温度升高 1500℃，而小部分用于熔化铁-镍相和积蓄成应变能。

7.2.4 地球的旋转能及其他能量

太阳系形成初期，地月距离很近，地球自转的速度比现在快得多，地球自转周期大概为 2～4 小时。由于潮汐摩擦，地球自转变慢，月球与地球的距离也越来越远。当地球的自转周期由 3 小时变到 24 小时的时候，旋转动能的消失约为 1.5×10^{31} J，这个能量除了一小部分用于增加月球的动能外，极大部分消耗在浅海的摩擦中了，仅使地球增温 200℃左右。关于这个能量是如何分配的，目前尚无定论，但旋转能的转换只在地球、月球很近的时候才显著。

火山喷发所散失的能量比地面热流至少小两个数量级。地震波所释放的能量最后变为热能消失在地球内。

7.3 地球内部的热传输机制

地面热流密度平均约为 $1.5\times4.1868\times10^{-2}$ W/m²，其中只有一小部分热流来源于地球上层 100～200 km 处的大气，这部分热的传输遵从热传导定律，条件是地球介质是各向同性的。由于温度和压力的影响，岩石的传输机制在不同的深度下是不同的。

7.3.1 金属电子导热

金属是结晶态的，有自由电子。当金属物质受热时，一部分电子被激发而运动，从而把热量传输开去，其相应的热导率为“κ_e”。地核的主要物质为铁、镍金属，因此其传热机制主要是电子导热。

7.3.2 声子传热

平常温度下，岩石是一种电介质或半导体，但是在地球内部条件下，岩石被认为是半导体。晶格振动的能量是量子化的，这个能量量子称为“声子”。在半导体中，热传导作用是声子碰撞的结果，相应的热导率称为“声子热导率”，用符号“κ_a”表示。它与岩石的温度 T、密度 ρ 和声子平均速度 $\bar{v}$ 的关系为

$$\kappa_a = B\rho^{2/3}\bar{v}^{2/7}T^{-3/4}$$

式中，B 是由地面岩石的热学特征量所确定的常量。

κ_a 随温度的增大而减小，随压力的增大而增大。在地下 100～150 km 左右 κ_a 有一最小值，

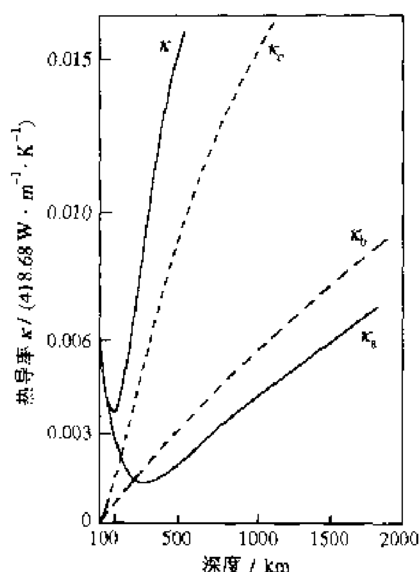


图 7-3 热导率随深度的分布图
（据曾融生，1984）

此后压力的影响逐渐超过温度的影响，κ_a 随深度增加而增加(图 7-3)。

7.3.3 热辐射

热辐射又称光子导热。在地幔高温条件下，热辐射应该是主要的传热方式。具有一定温度的物体都向外辐射能量，由斯忒藩-玻尔兹曼定律(Stefan-Baltzmann)可知，黑体在单位时间内单位面积辐射能量和温度的四次方成正比，所以岩石的温度越高，其热辐射能量越大，相应的热导率称为"光子热导率"，用符号"κ_b"表示，它与地幔温度 T、折射率 n、斯忒藩-玻尔兹曼常量 σ，和不同频率的暗度 b 的平均值 $\bar{b}$ 的关系为

$$\kappa_b = \frac{16n^2\sigma T^3}{3\bar{b}}$$

这里假设 $\bar{b}$ 与温度无关。

κ_b 随温度 T 以三次方形式增加，例如对于包含石英和橄榄石的许多矿物的热导率在450℃以上就开始增加，在 750℃以上热辐射将超过热传导。

7.3.4 激子传热

在结晶态固体中，还有一种激子传热机制。晶体中的电子分布在各能带上，各个能带中有 $2N$ 个独立的轨道，这里 N 是晶体中初晶胞的个数。能带中的这些轨道上并非都有电子，那些空轨道被称做空穴。束缚的电子和空穴系统就称为一个激子，它可以在晶体内自由运动，但它是电中性的。能带之间的间隔能量区域称为能隙，在该区域内无电子轨道。每当一个能量大于能隙的光子被晶体吸收时，就会产生一个自由电子和空穴-激子，激子产生后就在晶体内运动，从而传输能量，即传输热量，起到导热作用。激子的传热机制在地球的上层是微不足道的，但在地表 100 km 以下深度，它的作用不可忽略，相应的热导率称为"激子热导率"，用符号"κ_c"表示，它与激子的激活能 E、玻尔兹曼常量 k、温度 T 的关系为

$$\kappa_c = \kappa_0 e^{-E/kT}$$

κ_0 是常量。岩石的温度越高，其热辐射能量就越大，在地幔中 κ_c 比上述两种热导率更大(见图 7-3)。

由以上的传热机制来看，电子导热主要在地核起作用，其他三种主要在地壳和地幔中起作用，这时总的热导率 κ 为

$$\kappa = \kappa_a + \kappa_b + \kappa_c$$

图 7-3 给出 κ_a，κ_b，κ_c 以及 κ 随深度的变化，其中 κ_a 在地壳里占主导作用。在大约 100 km 深处，由于 κ_a 的影响，热导率 κ 出现极小值，以后随深度急剧增加。热导率不仅与温度有关，还与物质组成、岩石的各向异性、孔隙结构等有关。

7.3.5 物质迁移

当物质由高温区移向低温区时，热能也随之迁移。在地球内部，常见的物质迁移有热水活

动、火山活动、岩浆活动和地幔对流等。可以证明，只要迁移速度每年达到百分之几厘米，它传输的热能就和热传导的量级相当。若速度更高，它将是一种起主导作用的传热机制。地球内部物质迁移最普遍的形式是对流。在上地幔的软流层中，由于局部熔融，导致物质黏滞系数变小，对流易于发生。目前认为，上地幔物质对流是板块的驱动力，海岭是对流的上升部位，海沟是对流的下沉部位。在地幔的某些部分，物质存在水平流动，以构成对流循环。

在下地幔中也有对流。由于下地幔的自热，一定存在大尺度对流或是作为整个地幔对流系统的一部分，这个流动速度大约只有上地幔的十分之一。事实上，地幔中的对流是造成大陆漂移、海底扩张、板块运动、重力分异以及各种地质构造运动的原因。

外核是液态的，被认为有对流存在，正是这种流动提供了地磁场的能源。

7.4 大地热流密度

大地热流密度值是地球热损耗中的传导部分。通过测量垂向温度随深度增加(温度梯度)和测定测温范围内岩石的热导率，可以求出大地热流密度值。大地热流密度易受地壳升降、水的运移或火山活动的干扰，并且地球内部释放的热能($1.5\times4.1868\times10^{-2}$ W/m^2)比太阳辐射能($3.2\times4.1868\times10^{2}$ W/m^2)小约 2 万倍，所以地面热流密度对大气温度和气候不会有什么影响。

在一定深度内的地温梯度是受气温变化影响的，而地表温度变化的影响可以忽略。假如气候变动周期更长时，有可能影响更深部的温度。为了消除太阳辐射的影响，避免地下水流动等因素对地温测量的干扰，大地热流密度通常在数百米深的钻井(目前最深是 12 km)和矿山中进行测量，测量值必须经过校正后才能获得局部地区的热流密度值。如果经过校正之后的局部地区的热流密度值偏离区域的平均值或参考值，则可认为是热异常。在深海底的温度梯度测定比大陆简单，深海底的温度几乎没有日和年的变化。一般是将长 1～2 m 的枪状测温探棒插入海底堆积物中，通过 1～2 km 的间隔所测定的温度差即为温度梯度。如图 7-4 所示，在热流探针的两个部位上装有热敏元件，通常是热敏电阻，将探针插入海底沉积岩中几十厘米，不同部位的热敏元件反映出不同深度的温度，由温度梯度及岩石的热导率值，可算出热流密度值。由地球内部的热流密度可以初步估算地球深处的热状况。

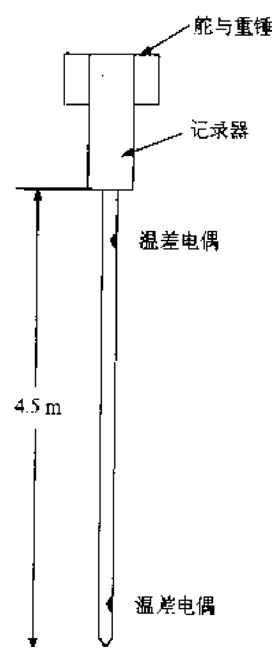


图 7-4 一种海底热流探针

由于地表热流密度是表征地球内部热状态的基本物理量，世界各国都非常重视对地表热流密度的观测和研究。美国、原苏联和欧洲的热流密度资料较丰富，已经编制出大区域(如 1∶1000 万)的热流密度分布图，但亚洲和非洲仍存在一些地热空白区。1975 年 Chaqman 和 Pollack 利用当时的热流密度数据借助于与热流密度值相关的地质构造和地质年代资料，对热流密度空白区进行内插，再用球谐分析方法进行计算获得了全球热流密度分布图(图 7-5)。由图看出中央海岭、西太平洋海盆、欧洲的阿尔卑斯、美洲的科迪勒拉，属于高热流密度区；地盾、地台和老的海洋区，属于低热流密度区。

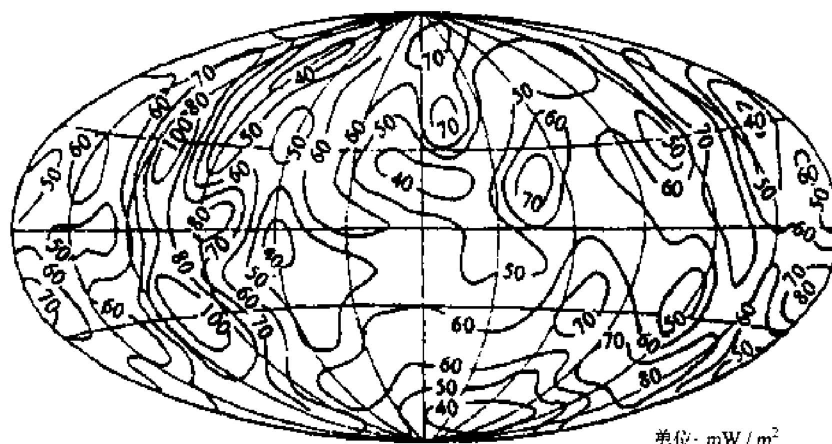


图 7-5　全球地表热流密度分布图
（据刘运生，1996）

7.4.1　热流密度的区域变化及与地质年代的关系

在大陆上，古老地盾区的热流密度较低，而现代火山带、新生代岩浆活动带的热流密度较高。表 7-4 给出不同构造带的热流密度。新生代活动带的热流密度超过 $2\times4.1868\times10^{-2}\ \mathrm{W/m^2}$，前寒武纪地盾的热流密度趋于稳定，约为 $(0.9\sim1.05)\times4.1868\times10^{-2}\mathrm{W/m^2}$。图 7-6 表示大陆地质年代与热流密度的关系，由图可知，大陆造山带的平均热流密度随着造山带的年龄增加而减少，越老的构造带热流越小。在大洋，洋底的热流密度随洋底年龄的增加而减小，图 7-7 表示了北太平洋热流密度随年代的变化。洋中脊处海洋热流密度最高，并对称地向两侧降低。在深海沟处常为低热流密度。热流密度和地壳年龄的关系同海底扩张模式相一致。中国的地热数据较少，20 世纪 90 年代公布的华北及邻区的热流数据约 28 个，表 7-5 是其中的部分数据，它们表明，华北地台古老基岩出露隆起区为低热密度流区，热流密度为 46.06 $\mathrm{mW/m^2}$。华北地台新生代强烈坳陷地带为高热密度流区，热流密度为 71.18 $\mathrm{mW/m^2}$。

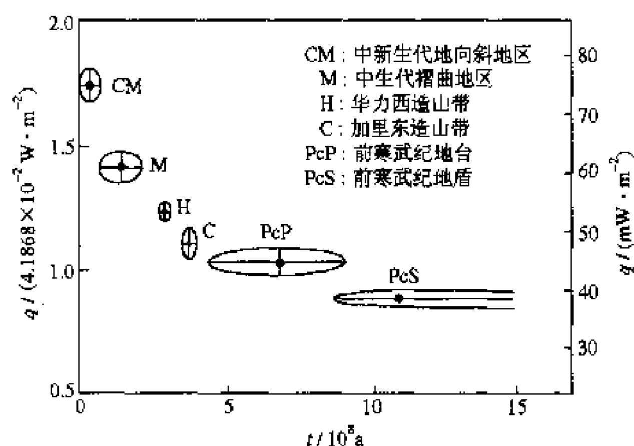


图 7-6　大陆地壳热流密度与地质年代的关系图
（波利亚克和斯米尔诺夫，1968）

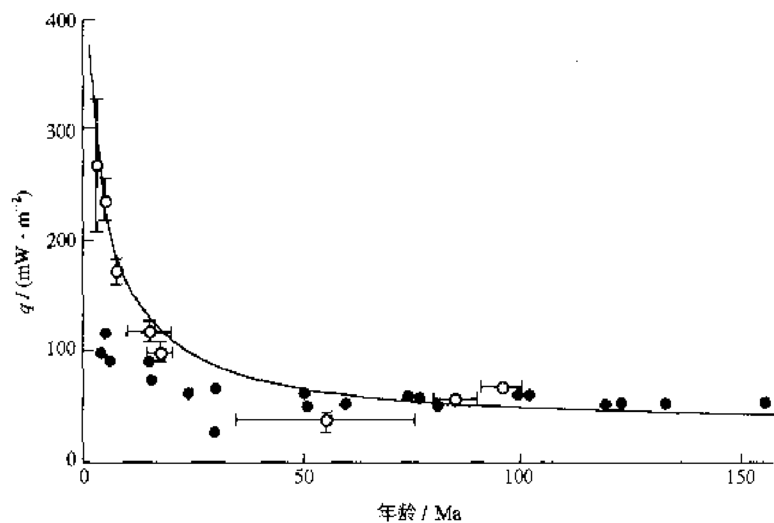


图 7-7 北太平洋区域平均热流密度与年代关系图

(图中短线长度表示各自的标准误差值)

表 7-4 不同构造带的热流密度(单位：$4.1868\times10^{-2}\ \mathrm{W/m^2}$)

构　造　带	n(次数)	q_{min}	q_{max}	q(平均)
前寒武纪褶皱带				
(未分异)	88	0.53	1.33	0.93
地　盾	69	0.61	1.32	1.00
地　台	19	0.53	1.33	1.04
加里东褶皱带	17	0.68	1.17	1.11
海西宁褶皱带	16	0.60	1.90	1.24
中生代褶皱带和活化区	26	1.00	2.12	1.42
新生代褶皱带和活化区				
前渊和山前槽地	55	0.52	1.58	0.98
次活动正地槽褶皱山脉	15	1.20	2.20	1.75
新生代造山带	55	1.20	3.49	2.20
大陆断裂带				
尼亚萨(非洲)	20			1.00
贝加尔	11	1.21	3.40	2.40

(据胡慧昭等，1995)

表 7-5 华北及邻区部分热流数据

序号	地　点	构　造	孔深/m	地温梯度 dT/dZ ℃·km^{-1}	热导率 κ W·(m℃)$^{-1}$	热流密度 q mW·m^{-2}
1	河北巩山	怀来凹陷	733	13.80	2.38	33.5
2	河北承德	兴隆凹陷	672	12.68	2.17	38.5
3	北京延庆	西山凹陷	369	16.34	2.99	50.7
4	北京市区	北京凹陷	700	19.43	4.33	84.2
5	河南平顶山	凹陷间隆起	581	26.44	2.71	71.6
6	山东确山	伏牛—大别背斜	117	18.20	2.69	49.0
7	山东新汶	山东背斜	735	16.40	2.95	48.2
8	山东垦利		2530	40.50	1.88	76.2
9	渤海中部		3852	20.50	4.82	98.8
10	黄骅歧口		3410	33.30	2.34	77.9
11	天津小站		3091	19.00	1.76	63.2
12	辽宁盘山		2316	53.30	1.89	93.8

(据刘运生，1996)

7.4.2 热流省

1965 年伯奇(Birch)根据对北美大陆地壳热流密度的测量得出，在一定区域内地面观测到的热流量 q_s 与深成岩中放射性物质生热率 $A(0)$ 之间有一线性关系，可用下式表示：

$$q_s = q_0 + d \cdot A(0) \tag{7-14}$$

式中：q_s 为大陆地面热流密度值；$A(0)$ 为放射性物质在地表的生热率；d 和 q_0 称为热流密度参量。一定地区内的 q_0 和 d 都是均一的，这种地区就叫做热流省。热流省是具有同一构造年龄和演变过程的地质单位。

以后，不仅在深成岩，而且在非深成岩也得到这样的关系。后来在澳大利亚、新英格兰等不同地区，发现地面热流密度和放射性生热率之间也符合上述关系，如图 7-8 所示。

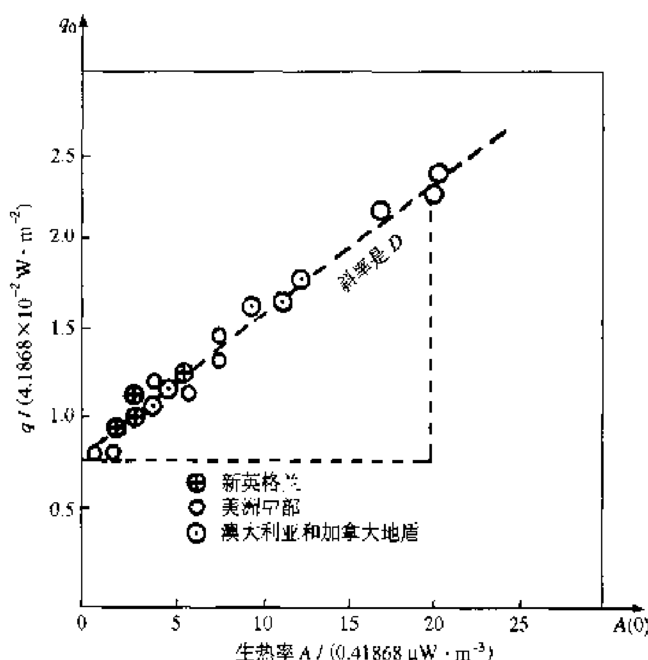


图 7-8　热流与深成岩生热率的关系图

(斯克拉特尔，1972)

从(7-14)式看出，地面热流密度分为两部分，一部分是 $dA(0)$，它来源于地壳浅部的放射性元素富集层，其厚度由 d 量度，它的变动范围从几公里到十几公里，这部分对地表热流密度的贡献为 40%；另一部分是 q_0，称为剩余热流密度，包含地壳下部和上地幔的热源影响，约占地表热流密度的 60%。在通常情况下，q_s 为地球内部发热量的总和，可写为：

$$q_s = \int_0^{z^*} A(z)\mathrm{d}z + q \tag{7-15}$$

式中：z^* 为一定深度；q^* 为由 z^* 深度以下来的热流密度。这里应选择合适的 z^* 和 d 的关系以满足(7-14)式关于 $A(z)$ 的分布。满足线性方程(7-14)式的生热率垂向分布方式有好几种，在图 7-9 的三种模式中，其中 $A(z)$ 随深度成指数关系而减小的模式(c)被认为是最接近实际、采用最多的一种模式，成为计算地幔热流密度、地壳和岩石层内温度分布的重要模型，即

$$A(z) = A(0)\exp(-z/d) \tag{7-16}$$

则(7-15)式可写成

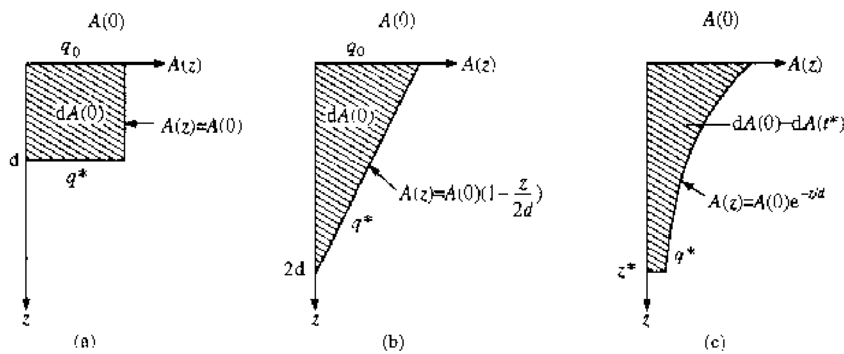


图 7-9 线性热流密度关系的三种可能解释

$$q_s = q^* + dA(0) - dA(0)\exp(-z^*/d) \tag{7-17}$$

当 $z^* \gg d$ 时，由于上式第三项十分小，(7-15)式中 q^* 可以用 q_0 来代替，如取莫霍界面的深度为 z^*，则(7-14)式中 q_0 就成为由地幔来的热流密度。根据图 7-8，q_0 约为 33 mW/m^2，而在其他地区，(7-14)式中的 q_0 与 d 则表示不同值，在许多情况下，$d \approx 10$ km(Lachnbruch，1970)。

7.4.3 大陆和海洋热流密度的相似性

以前人们认为大陆的热流密度比海洋大得多，因为大陆地壳里花岗岩层很厚，而花岗岩的放射性生热率很高。而海洋的地壳很薄，因而推测大陆热流密度比海洋大得多。但是，测量结果证实两者的热流密度相差很小。表 7-6 列出了大陆和海洋热流的测量结果。可以看出，大陆热流密度和海洋热流密度的平均值很相近，特别是它们的方块平均值，大陆为 $1.45 \times 4.1868 \times 10^{-2}$ W/m^2，海洋为 $1.46 \times 4.1868 \times 10^{-2}$ W/m^2。所谓方块平均值是指先将 300 英里 ×300 英里面积内的数据平均，然后对各方块的平均值取平均。

表 7-6 各种大地构造区域的平均热流密度

	$q/(4.1868 \times 10^{-2}$ W·m^{-2})	N
大陆		
前寒武纪地盾	0.98±0.24	214
前寒武纪以后的非造山地带	1.49±0.41	96
古生代的造山地带	1.43±0.40	88
中生代-新生代的造山地带	1.75±0.58	159
大陆方块平均值	1.45±0.46	95
海洋		
洋盆	1.27±0.53	683
海岭	1.90±1.48	1065
海沟	1.16±0.70	78
大陆边缘	1.80±0.92	642
海洋方块平均值	1.46±0.78	673
全球方块平均值	1.46±0.74	673
全球平均热流密度	1.46±0.08	

注：N 为参加平均的数据数。方块平均值：是指先将 300 英里×300 英里面积内的数据平均，然后对各方块的平均值取平均。

（据胡德昭，1995）

大陆和海洋的热流密度只是在数值上相似，而其形成的机制是不相同的。海洋岩石圈较薄，认为平均是 70 km。若取热扩散系数 $D = 0.012$ cm^2/s，按照传导方程估算，热量自岩石圈

底部传到海洋底部的时间近似为 1.3×10^{8} 年，这个值相当于较老洋底的年龄，也就是说，在海洋较年轻的区域，深部地幔的热流密度还来不及传到海洋底部，测得的地表热流密度主要来自岩石圈内释放的剩余热，对于年龄大于 40×10^{6} 年龄的古老洋区，可以认为岩石圈内的温度分布已趋于稳定，地表热流密度主要来自岩石圈的底部，以传导热为主。在大陆，地表热流密度的近 60%来自岩石圈底部，另 40%来自地壳内放射性物质的衰变，大陆热流密度与最后一次造山运动、侵蚀速率以及放射性热源分布有关。

7.4.4 地面热流密度与板块构造

按照板块假说，地球上层由岩石圈和软流圈组成，变形发生在板块的边缘地区，板块内部被认为是不变形的刚体。板块在地球表面做相对运动，成为地震活动和各种构造活动的原因，地球表面消耗的机械能，大部分消耗在这些地带。

一般来说，与岩浆活动有关的地热异常来源于热量在地壳底部（小于 10 km）的瞬态（指地质时间尺度上的瞬态）储存。全球范围内的岩浆活动能够在板块构造运动的格局内定出其位置和范围。根据板块构造理论，岩浆的上涌最有可能在板块边界一带发生。板块边界有三种类型，即离散板块边界（扩张脊）、聚敛板块边界和转换断层，前两种边界通常伴有较强的岩浆活动和地热活动。因此，与岩浆侵入体相关的地热资源可能主要沿扩张脊、聚敛边缘（消减带）和板内熔融异常地带出现。

在大陆上，古老地盾区的热流密度最低，而现代火山带、新生带岩浆活动带的热流密度较高。板块的生长部位，即大洋中脊的热流密度很高，可达 126～335 mW/m²，热流密度离开中脊便逐渐降低，直至达到平均正常热流密度（50～100 mW/m²）。大洋扩张脊延伸到大陆之上的一些地区也有良好的地热资源潜力。如东太平洋洋隆通过加利福尼亚湾向北部的延续部分（墨西哥的塞罗普里埃托和美国的索尔顿湖地热田），卡尔斯贝格洋脊进入红海。深海沟处常为低热流密度。在岛弧地区或大陆边缘的火山地带，热流密度很高。冰岛上的热能量是通过火山活动传导过程和水热活动传送到地表的。全球热流场的分布，论证了板块学说关于部分熔融的上地幔物质沿着洋中脊不断涌到地表，海洋板块向洋脊两侧扩张，经冷却形成洋底岩石层，冷却的岩石层在海沟处又重新插入地幔软流圈中这样一种对流模式。软流圈物质的向上涌流是地热演化的表现，它一方面有助于软流圈的对流冷却，另一方面促进地幔物质的分异。

地震的空间分布是消减带热状态的指示，因为地震只可能发生在低于某一个温度域的脆性物质之中（见图 7-10）。在海沟与前沿无震带之间的热流密度很低，约为 20～40 mW/m²，而在前沿火山带后面的区域，热流密度高达 60～120 mW/m²。除了传导热之外，沿着下行块体表面的摩擦热对俯冲带的热运动也有贡献。岩浆形成的主导过程是位于消减板块之上的软流圈由于下面出现了水而产生的部分熔融。水可以来自下行沉积物的孔隙流体，也可来自变质反应。岩浆将在与消减带平行的火山带内出现。火山带与消减带之间的距离取决于下行板块的倾角。与这种火山作用伴生的地热异常程度取决于岩浆的化学组成。

大陆裂谷是由于地幔在破裂区发生肿胀，引起上面大陆岩石圈分裂的产物。导致破裂带内地堑的形成及其下部的压力释放等过程，使得熔融物质有可能上行。裂谷带的扩张速率显著地低于大洋扩张脊的扩张速率，地热活动也相应地比较缓和。

裂谷的形成过程，特别是其中的岩浆活动具有分幕的特点，伴生的地热活动将会持续一定的时期。时间的长短取决于侵入体的侵位深度。

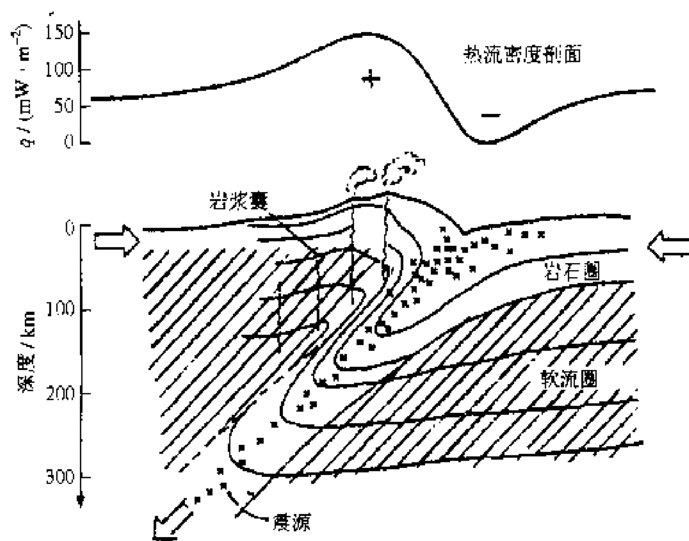


图 7-10　消减带的热状态图

下行岩石圈板块使等温线下凹；主要火山轴出现在地震倾斜带上方大约 125 km 的地方，地震的震源则位于下行板块的最冷部分（部分资料据 Uyeda，1978）

具有明显地热异常的大陆裂谷构造的一个实例是欧洲中部的上莱茵地堑，地堑内的沉积物记录了此地区的裂开度。地热异常来源于水热活动效应，水热活动则是由地堑之下深源热补给系统（上拱的地幔物质）驱动的。

虽然地球上大多数岩浆活动和地热活动都出现在岩石圈板块边缘上及其附近，但不论是大洋板块内部，还是大陆板块内部，都反复出现过火山运动。大洋岩石圈内的板块地热异常区有夏威夷群岛、亚速尔群岛以及太平洋上的几个火山链和孤悬的火山岛。在大陆岩石圈内部，非洲的东非裂谷拥有大量新生代火山中心。

可见，地热、岩浆及其火山活动都是受板块构造活动的影响的。目前，全球热流密度分布已成为板块构造学说进行全球板块构造研究的主要依据之一。

7.5　地球内部的温度分布

到达地球表面的太阳辐射能远远大于从地球内部向上通过地壳流出来的热能。因此太阳辐射能是决定地表温度的主要因素。地表温度不仅与太阳辐射能有关，还与大气作用有关。地表温度呈周期性变化，这种周期性变化分为日变化和年变化。日变化的影响深度不超过 2 m，年变化的影响深度约 30～40 m。太阳辐射影响的深度范围称为变温层。变温层下是恒温层，它的稳定温度相当于当地的平均温度。恒温层是一个很薄的过渡层。恒温层之下是内热层，内热层中温度随深度而增加，其温度分布由地球内部的热过程决定。因此地球内部的温度是了解地质、矿物岩相以及地球物理特征及其过程的基础。目前还没有通过地表测量确定地下温度分布状态的直接方法。

7.5.1　地壳的温度

放射性热源的分配在构成地壳温度场特征方面起决定性作用。如果已知地面热流密度及

地壳的放射源和热导率，可以利用稳态热传导方程来描述岩石圈的温度场。

有些大陆地区，地面热流密度 q_s 和生热率 $A(0)$ 之间存在(7-14)式的线性关系

$$q_s = q_0 + d(A)$$

由一系列的 q_s 和 $A(0)$ 测量值，可以求得常量 q_0 和 d。

如果 A 值随深度按指数函数变化，即 $A(z)=A_0\exp(-z/d)$，则可求得热流密度随深度的变化。若不考虑热导率 κ 随深度的变化，可用关系式 $T(z)=\int_0^z \frac{q(z)}{\kappa}dz$ 来推算地壳不同深度的温度变化为：

$$T(z) = \frac{q_0}{\kappa}z + \frac{d^2}{\kappa}A(0)[1-e^{-z/d}] = \frac{1}{\kappa}[q_s - dA(0)]z + \frac{d^2}{\kappa}A(0)[1-e^{-z/d}]$$

由测得的 q_0 和 d 值，即可计算该处地壳的温度分布。

如果地壳为多层，每层有不同的 κ 与 A 值，可把 q 和 A 写成深度的函数，代入热传导方程求得 $T(z)$ 的表达式。实际地壳温度场是横向不均匀的，各地区有差别。

图 7-11 为计算所得大陆和海洋的地壳温度分布曲线。图中数字表示不同的地面热流密度，单位为 mW/m^2，T_m 为地幔的固相线，$85T_m$ 至 T_m 之间的虚线不确定。

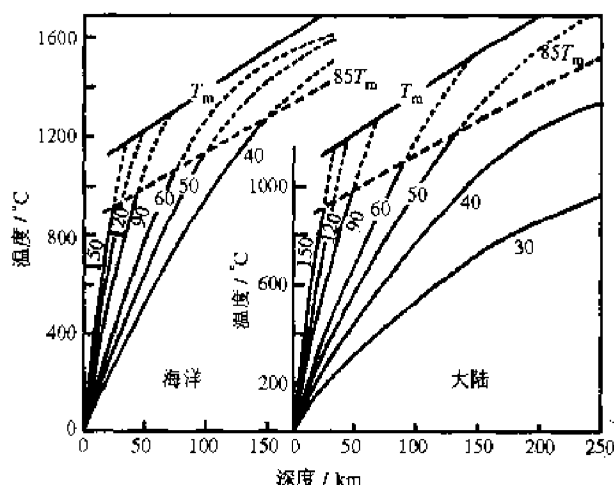


图 7-11 不同地面热流时的地温分布曲线图

（据曾融生，1984）

7.5.2 地幔的温度

由于岩石圈以下的放射源分布以及热导率知道得很少，不能应用热传导方程来计算地幔的温度，而且，处于地幔之中的主要热传输方式已不是热传导，而是热对流和热辐射，因此，若仍用热传导计算，得出的结果也是不可靠的。地幔中绝大部分处于固体状态，把地幔中不同深度的物质熔点温度可作为地幔温度的上限。但地幔物质是由多种成分组成的，没有单一的熔点，所以在固相线(多种成分全部固化的温度)和液相线(多种成分全部液化的温度)之间有一个几百度的温度区间。在古老地盾中，地壳和上地幔永远不会达到熔融温度。

物质的电导率随深度和温度的变化资料也可用来计算地幔温度的分布。

实验室直接测量熔点的技术可用于直至 300 km 的深度，近年来实验室的高压实验能达到 140 GPa，较深处的熔点资料可用高温、高压实验的结果外推，但更深处的熔点必须从地震

波速度或固体物理学的计算中获得。

上地幔与下地幔的界面深度 400 km 处是地震速度不连续面，相应的温度估计为 $t=1300℃\pm150℃$。可作为温度分布的一个参考点。在 670 km 深处有一明显的纵波速度的不连续面，与之对应是物质密度进一步增加，即尖晶石结构的 $(Mg\cdot Fe)_2SiO_4$ 转变为具有最紧密球状堆积的金属氧化物和 SiO_2 的高压变体　　超石英，平衡温度为 $1600℃\pm400℃$。在 670 km 以下，具有地震速度分布更不连续界面的下地幔中不太均匀的区域，可能是由相变和化学成分改变造成的，目前无法确定特定的温度参考点。在不同地区，上地幔的温度可能相差很大，温度的横向变化很可能是产生地质构造的一个重要因素。

在地球内部深处，由于热传输非常慢，可看做是绝热状态。下地幔中的绝热温度梯度确定了地幔温度的下限。在有对流存在的区域，地幔介质的温度梯度不能小于绝热温度梯度。在地幔的最下部，大约 2500～2900 km 深处，P 波的速度梯度很低，若该处的物质是均匀的，则意味着温度梯度较高。根据上地幔中的固定温度点以及下地幔中的绝热温度梯度，可得到如图 7-12 所示的地球内部温度分布。由于对化学成分和物理性质的假定不同，计算出来的温度分布也各不相同。图 7-12 中，乌尔芬熔点可能偏高，肯尼迪固相线可能接近地幔温度的上限，肯尼迪计算的整个地幔的温度并不高，王其允的曲线比肯尼迪的固相线约低数百度。

7.5.3 地核的温度

地核的主要化学成分是铁，其中液体外核可能是由铁和硫（可能还有硅）组成的，固体内核可能是由铁-镍合金组成的。因为难以确定地核的密度分布和地震参数，所以很难确切地描述地核物质的特征。由于地核不是化学纯的物质，没有确定的熔点，只存在一个液相与固相保持平衡的熔融区，外核的液体相中可能含有悬浮固体颗粒，为了估计地核的熔融温度，一些作者(Stegena，1971；Higgins and Kennedy，1971；Jacobs，1975)假定地核由纯铁组成，通过铁在相应压力下的熔化温度，他们估算了铁在幔-核边界以及内核和外核界面上的熔点，但值相差很大，如表 7-7 所示。以此推算核-幔边界上熔融温度的平均值为 $t_m\approx3700℃$。但液体外核的实际温度高于铁的熔点温度，固体内核的实际温度稍低于铁的熔点温度，在内核界面上铁能够结晶析出，从而释放出结晶热，钾也可作为放射性热源存在于外地核的液体相中。为此，根据地幔的电导率分布，热状态方程假设密度随化学成分、温度和压力而变，纯铁的熔融温度、铁、硫共熔混合物熔化温度的热动力学假设，以及由于高压导致钾电子层跃变而成为热源的假设，计算了地球内部温度分布，如图 7-13 所示。比较图 7-12 和图 7-13 的各曲线，看出各种资料差别很大，说明目前人们对地球内部温度的认识仍很粗浅。至于哪种模式更正确，只有通过更好的实验室试验和改进的地球物理探测技术，才能对地球内部深处的温度分布有更正确的了解。

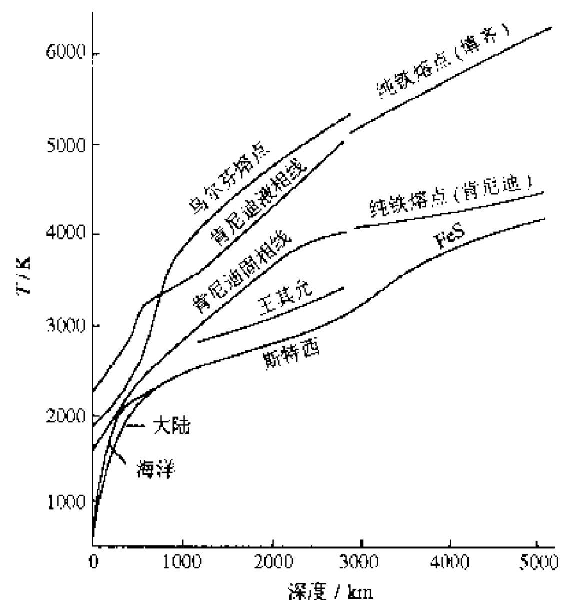


图 7-12　地球内部的温度分布图

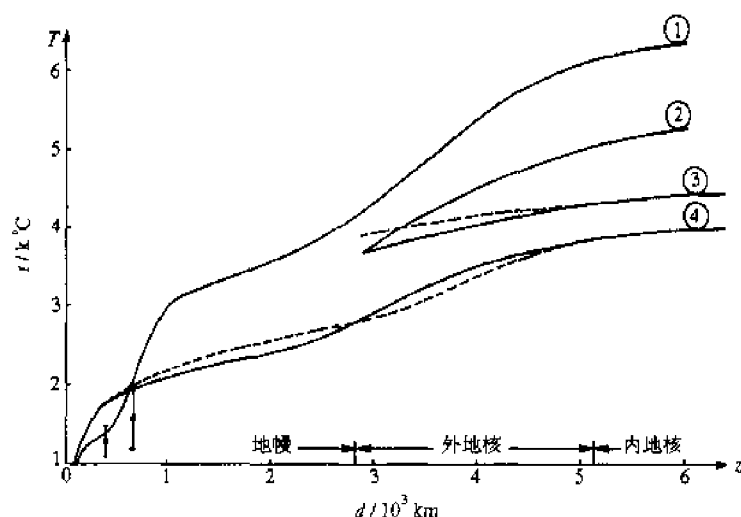


图 7-13 相变温度和根据下列资料推断的地球内部的温度分布图

① 地球内部的电性(Tozer, 1959)； ② 热动力假设(Reynolds, 1969)； ③ 铁的熔融温度(实线)和绝热温度分布(虚线)(Dorf, 1964)； ④ 物理化学和物理假设(实线)及其相应的熔融温度(虚线)(Stacey, 1977)

表 7-7 铁在幔核界面和内外核界面的熔点

不 同 作 者	幔核界面熔点/K	内外核界面熔点/K
Simon,1953	3200	4100
Gilvarry,1956	4200	6200
Strong,1959	2600	2900
Жарков,1959	4500	
Higgins and Kennedy, 1971	4000	4300
Boschi,1974	5100	6900
Stacey,1977	3200	4200

7.6 地 热 能

7.6.1 地热系统的类型

当地热的富集程度足以构成能量资源的系统才能称做地热系统。地热系统内热能量富集的特征是出现正的地热异常。地壳热能量的绝大部分储存在一些大型岩体之内。地热储中热能量的富集程度可以通过上部 10 km 以内地壳岩体的平均热能含量(85 kJ/kg,取地表温度为基准温度)与饱和蒸汽焓(2790 kJ/kg,236℃,3.2 MPa)的比较来说明,一般在高能位地热系统中,可提取流体的富集因数大体等于 30。地热能的富集还要求热储岩体有很大的孔隙率(蓄存系数)和渗透率(水力传导率)。

焓或温度,渗透率分布以及热储埋深因地而异等因素的不同组合使得各个地热系统之间差别很大。根据地质环境和热量传递方式将地热系统分成两个大类：

一、对流型地热系统

(1) 与浅成年青酸性侵入活动有关并出现在具有高孔隙率和渗透率的地质环境中的水热系统；

(2) 出现在区域热流量高于正常区域之内的低孔隙率——破碎带渗透率环境中的环流系统。

二、传导性地热系统

(1) 存在于热流量正常或略高于正常的区域内的高孔隙率和渗透率沉积层(包括地压带)中的低温低焓含水层；

(2) 高温低渗透率环境中的干热岩体系统。

对流型地热系统以工作流体的天然环流为特征，其绝大部分热量不是依靠传导而是通过循环流体传递的。对流过程总是趋于使循环系统上部的温度增加，下部的温度降低。迄今已经进行开发利用的所有地热系统实际上都属于与浅成年青酸性侵入体有关并存在与高孔隙率和高渗透率地质环境中的水热系统，这些高孔隙率和高渗透率热储都埋藏在钻孔能够采及的深度(小于 3 km)内，热储岩体的高渗透率使大量地热流体的进流和采出成为可能。

传导性地热系统的特点是它的热状态仅来自热传导，而且通常是稳态的过程。工作流体或者是天然存在(即沉积盆地深含水层中的流体)的，或者必须由人工提供(干热岩体系统)。

7.6.2 中国地热资源

中国地热资源主要包括构造隆起区中以温泉显示的水热系统、无地表热显示的新生代沉积盆地中的地下热水资源。本节主要简单介绍我国温泉的情况。

一、水热区的地理分布和温泉放热量

水热区为水热活动区的简称，它以有限范围内的地下热水出露和其他地表热水显示为特点。我国水热区地表热显示绝大多数为<80℃的温泉。在温泉的统计中，分为<25℃，25～40℃、>40～60℃和>80℃ 4 个温级，<25℃者略而不计，至于>80℃的温泉中达到或略高于当地高程水的沸点者，则视为沸泉。高温水热活动仅在青藏高原、滇西川西和台湾等地的局部地带出现。

根据 1990 年的统计结果(任湘等)，我国温泉的总数为 3000 余处，其中有实测流量处为 2748 处，大陆地区温泉放热总量为 $21\,960\times10^{13}$ J/a。另外，我国还有一种特殊类型的温泉——热汽泉，它是由于地下煤层自燃，是上覆和其周边含水层中的地下水被加热，形成蒸汽，沿着岩层节理、裂隙或断层逸出地表而成。

需要说明的是不同的人所作的温泉的统计结果常有很大的偏差，其原因是：① 把热水天然露头(温泉)和人工露头(热水井)不加区分混合统计；② 温泉的下限温度取值不一；③ 水热区中热水天然露头有的以单个泉点出现，有的为两个以上或以泉群的形式出现，如何判别和统计，有时会有困难。

温泉分布按行政区统计，除了上海和天津两市无温泉出露，黑龙江和宁夏无≥25℃的温泉之外，包括北京市在内的其余各省区都由数量不一的≥25℃的温泉。其中温泉数居全国前列者为云南、西藏、广东、四川和福建 5 个省区，约占全国温泉总数的 70%。温泉放热量$>300\times10^{13}$ J/a 的省区有 10 个，按其大小依次为：西藏、云南、陕西、四川、广东、福建、山西、台湾、湖北和湖南。它们的温泉放热量占全国总量的 89%。需要指出的是，陕西和山西两省的情况很特殊，仅有温泉 13 处和 6 处，而放热量却分别居全国的第 3 位和第 7 位，这是由于出露于渭河盆地北缘和大同盆地以及临汾盆地边缘几个特大水量(最大者达 1～2 m^3/s，水温仅 25～30℃)的喀斯特泉所致。

统计资料表明，我国12个省区>80℃的温泉有136处，其中以西藏最多(43处)；云南次之(36处)；台湾居第三位(18处)。

我国温泉分布不论其数量、密度和放热量，抑或从>80℃的温泉数，均以我国西南部的藏南、川西和滇西地区以及东部的台湾省为最，水热活动也最为强烈。以闽、粤、琼三省为主体的我国东南沿海地区是我国另一温泉广布和密集的地带，>80℃的温泉数颇多，但无沸泉。西北地区温泉稀少，华北、东北地区除胶东半岛和辽东半岛外，温泉也不多，水热活动也不强烈。滇东南、黔南和桂西之间的地区基本上为温泉空白区。上述我国温泉分布呈明显的地域性和分带性的特点，这与我国地质构造格局、地热背景和区域水文地质条件有着密切的关系。

二、水热活动和地质条件的关系

从宏观上分析(佟伟，1981、1990；黄尚瑶等，1981、1986；廖志杰，1990)，我国水热活动与地质条件的关系有如下主要特点。

1. 在板块边界及其邻近地区有强烈水热活动

我国地处欧亚板块的东部，为印度板块、太平洋板块和菲律宾海板块所挟持。新生代以来，在西南，由于印度板块与欧亚板块的碰撞，形成雅鲁藏布缝合线的碰撞边界。上述板块边界和其近邻地区都是当今构造活动强烈地区之一，并呈现高热流密度异常，具有产生强烈水热活动和孕育高温水热系统必要的地质构造条件和热背景。远离板块边界的板内广大地区，构造活动弱或为稳定块体，热背景正常以至偏低，水热活动也随之减弱。例如青藏高原现代水热活动南强北弱的特点，看来是印度板块迅速北移和欧亚大陆自北向南阻抗这一双向挤压所形成的强大压力场持续作用下，使西藏高原发生整体性差异活动，形成构造活动南强北弱，大地热流密度背景值南高北低以及壳幔热结构的南北不均一性在地热显示上的反映。东南地区水热活动东强西弱的特点是受欧亚板块和菲律宾海板块的碰撞以及南海块体沿马尼拉海沟向东俯冲的影响，使台湾块体构造活动十分强烈和呈现高热背景，并使东南沿海岸地带处于引张应力状态(有利于地下热水的出露)和具有相对高的热背景，而远离板块边界的扬子断块区则构造稳定和水热活动弱。

2. 高温水热区与晚新生代火山分布相背离

从总体上来看，我国高温水热区不但远离晚新生代火山分布区，而且极大多数晚新生代火山区为低温水热区。调查和勘探表明，我国大陆晚新生代火山最密集的吉林和黑龙江两省不仅不呈现高温地热显示，黑龙江省至今尚未发现≥25℃的温泉。我国高温水热区和晚新生代分布相背离说明：① 火山活动并不是孕育高温水热系统的惟一必要条件；② 远离晚新生代火山分布的高热流密度板缘地区，那里可能存在浅成年青侵入或壳内熔融活动的地区，同样可形成高温水热系统。

3. 低温温泉大多与碳酸盐岩分布区相联系

我国碳酸盐岩广泛分布，出露于地表的总面积达 $12\times10^5\ km^2$，占我国陆地面积约13%。将中国碳酸盐岩分布图和温泉分布图作对照，可以发现我国低温温泉(<60℃)大多与碳酸盐岩分布区相联系，而较高温的温泉(>60℃)则大多出露于非碳酸盐岩分布区或者碳酸盐岩与花岗岩岩体的接触边界上。低温温泉大多与碳酸盐岩分布区相联系的特点，实质上是由喀斯特发育特点和区域水文地质特点所决定。

需要指出的是，黔南、滇东、桂西是我国碳酸盐岩分布最集中，各种类型的喀斯特现象发育最全的地区，但这些区域基本上是温泉空白区，这是由于这些区域的喀斯特水文地质特点是洞

穴广泛发育，暗河密布，已知暗河达 3000 多条，流量颇大，例如黔南独山黄河暗河流量可达 170 m^3/s。可以预见，在暗河密布的地区即使有热水沿断层带上涌，到达近地表与暗河水混合后，也会成为常温水，因而成为温泉空白区。

三、主要的水热活动密集带

按水热区分布特点，有以下几个主要的水热活动密集带：

1. *藏南-川西-滇西水热活动密集带*

该带位于喜马拉雅山脉主脊以北和冈底斯-念青唐古拉山系以南的地区，向东延伸至横断山脉区经川西甘孜后转折向南，包括滇西腾冲和三江之间的地区，该带称喜马拉雅地热带（佟伟等，1978、1981）或藏滇地热带（黄尚瑶等，1981、1986）。本带有温泉 722 处，占全国总数的 33%。

2. *台湾水热活动密集带*

该带属环太平洋地热带的一部分。台湾及其邻近岛屿有温泉 103 处。

3. *东南沿海地区水热活动密集带*

该带指濒临东海和南海的闽、粤、琼三省，是我国大陆东部地区温泉分布最密集的地带。本带共有温泉 461 处，约占全国温泉总数的 21%。

4. *胶辽半岛水热活动密集带*

该带包括胶东半岛和辽东半岛及沿郯庐大断裂中段两侧的地带，共有温泉 46 处。

四、新生代沉积盆地

新生代沉积盆地蕴藏丰富的地下热水。在华北平原新生界中的砂砾岩层就是丰富的含水层，随着深度增加温度也增加，如果基岩古潜山为古生代或中新元古代的碳酸盐层，其中也含有丰富的高质量的地下热水。

另外在莺歌海盆地还可能存在丰富的地压地热资源，其中含有丰富的甲烷或天然气。

主要参考文献

1. 傅承义编著. 地球十讲. 北京：科学出版社，1976
2. [德]O. 卡普迈耶，R. 海涅尔著. 地热学及其应用. 北京大学地质学系地热教研室译. 北京：科学出版社，1981
3. 刘运生等编. 地球物理学简明教程. 北京：地震出版社，1996
4. 廖志杰，赵平等编著. 滇藏地热带-地热资源和典型的地热系统. 北京：科学出版社，1999
5. 陈墨香，汪集旸，邓孝之编. 中国地热资源-形成特点和潜力评估. 北京：科学出版社，1994
6. Frank D. Stacey. 地球物理学. 北京：地震出版社，1984
7. [德]G. 邦特巴思著. 地热学导论. 易志新等译. 北京：地震出版社，1988
8. A. M. Jessop, Thermal geophysics, ELSEVIER, 1990
9. [苏]Y. H. 莫伊谢延科等著. 地热研究与应用. 高莉青等译. 北京：地震出版社，1990
10. L. Rybach, L. J. P. Muffler. 地热系统——原理和典型地热系统分析. 北京大学地质学系地热教研室译. 北京：地质出版社，1986
11. 水谷仁，渡部晖彦，C. 潘尼奇，R. 冈非安蒂尼等. 地热基础理论研究. 王维勇、黄尚瑶等译选. 北京：地质出版社，1982
12. G. Higgins, & G. C. Kennedy. The adiabatic gradient and the melting point gradient in the core of the Earth, J. Geophys. Res. 76, 1870～1878, 1971

13. J. A. Jacobs, The Earth's core, (Acad, Press)London-New York-San Francisco, 1975

14. L Stegena, E. dorf., The use of fossil plants in paleoclimatic interpretation. In: A. E. M. Nairn(ed.) 13～31, (Interscience), London-New-York-Sydney, 1964

15. R. T. Reynolds & A. L Summers, Calculations on the composition of the terrestrial planet, Int. 3,109～155,1970

16. F. D, Stacey, A thermal model of the Earth, Phys, Earth Planet. Int. 15, 341～348, 1977

17. D. C Tozer, The electrical properties of the Earth's interior, in: L. H. Ahrens et al. (Hrsg.), Physics and Chemistry of the Earth, 3,414～436, (Pergamon, Press) New York 1959

18. 任湘,谢长芳,白铁珊等.中国的地热资源(初滨主编).地热农业利用手册,14～42,北京:机械工业出版社,1960

19. 佟伟,章铭陶编.西藏地热.北京:科学出版社,1981

20. 佟伟,穆治国,刘时彬.地球物理学报,1990(3):329～335

21. 黄尚瑶,王钧,汪集旸等.中国温泉分布图及其简要说明.全国地热学术会议论文选集,1981:29～31,北京:科学出版社

22. 黄尚瑶,胡素敏,马兰.火山温泉地热能.北京:地质出版社,1986

23. 廖志杰.中国的火山温泉和地热资源.北京:科学普及出版社,1990

24. 佟伟,张知非,章铭陶等.喜马拉雅地热带.北京大学学报(自然科学版),1978(1):78～88

附　录

附录一　物理常量　常用地球参量　单位换算

1. 基本物理常量[①]

量	符号	数值	单位	相对标准不确定度
光速	c	299 792 458	m/s	定义值
真空磁导率	μ_0	4π=12.566 370 614…	10^{-7} N/A^2	定义值
真空介电常量 $1/\mu_0c^2$	ε_0	8.854 187 817…	10^{-12} F/m	定义值
万有引力常量	G	6.673(10)	10^{-11} m^3/(kg·s^2)	1.5×10^{-3}
普朗克常量	h	6.626 068 76(52)	10^{-34} J·s	7.8×10^{-8}
约化普朗克常量	$\hbar$	1.054 571 596(82)	10^{-34} J·s	7.8×10^{-8}
基本电荷	e	1.602 176 462(83)	10^{-19} C	7.8×10^{-8}
磁通量子 $h/2e$	Φ_0	2.067 833 636(81)	10^{-15} Wb	3.9×10^{-8}
电导量子 $2e^2/h$	G_0	7.748 091 696(28)	10^{-5} S	3.7×10^{-9}
电子质量	m_e	9.109 381 88(72)	10^{-31} kg	7.9×10^{-8}
质子质量	m_p	1.672 621 58(13)	10^{-27} kg	7.9×10^{-8}
质子-电子质量比	m_p/m_e	1 836.152 667 5(39)		2.1×10^{-9}
精细结构常量	α	7.297 352 533(27)	10^{-3}	3.7×10^{-9}
精细结构常量的倒数	α^{-1}	137.035 999 76(50)		3.7×10^{-9}
里德伯常量	R_∞	10 973 731.568 549(83)	m^{-1}	7.6×10^{-12}
阿伏加德罗常量	N_A	6.022 141 99(47)	10^{23}/mol	7.9×10^{-8}
法拉第常量	F	96 485.341 5(39)	C/mol	4.0×10^{-8}
摩尔气体常量	R	8.314 472(15)	J/(mol·K)	1.7×10^{-6}
玻耳兹曼常量	k	1.380 650 3(24)	10^{-23} J/K	1.7×10^{-6}
斯忒藩-玻耳兹曼常量	σ	5.670 400(40)	10^{-8} W/(m^2·K^4)	7.0×10^{-6}
电子伏	eV	1.602 176 462(63)	10^{-19} J	3.9×10^{-8}
原子质量单位	u	1.660 538 73(13)	10^{-27} kg	7.9×10^{-8}

① 根据国际科技数据委员会(CODATA)1999 年正式发表的推荐值。

2. 常用地球参量

赤道半径	$a=6.378139\times 10^{6}$ m
极半径	$c=6.35675\times 10^{6}$ m
体　积	$V=1.083\times 10^{21}$ m^3
等体积球的半径	6.3708×10^{6} m
扁　率	$f=\frac{a-c}{a}=3.35282\times 10^{-3}=1/298.256$
表　面　积	
陆　　地	1.48×10^{14} m^2
海　　洋	3.62×10^{14} m^2
总　　计	$A=5.100\times 10^{14}$ m^2
质　　量	$M=5.973\times 10^{24}$ kg
引力常数×质量(包括大气)	$G\cdot M=3.986005\times 10^{14}$ m$^3\cdot$s^{-2}
平 均 密 度	$\rho=5.515\times 10^{3}$ kg·m^{-3}
转 动 惯 量	
绕极轴转动惯量	$C=8.0378\times 10^{37}$ kg·m^2
绕赤道轴转动惯量	$A=8.0115\times 10^{37}$ kg·m^2
地核转动惯量	$C_c=0.920\times 10^{37}$ kg·m^2
大气转动惯量	$C_a=1.38\times 10^{32}$ kg·m^2
动力学扁率	$H=\frac{C-A}{C}=3.2732\times 10^{-3}=1/305.51$
扁 率 系 数	$J_2=\frac{C-A}{Ma^2}=1.08264\times 10^{-3}$
转动惯量系数	$\frac{J_2}{H}=\frac{C}{Ma^2}=0.33076$
太　阳　日	86 400 s
恒　星　日	86 164 s
自转角速率	$\omega=7.292115\times 10^{-5}$ s^{-1}
黄 赤 交 角	$\theta=23°27'8''.26=23°.473$
赤 道 重 力	$g_e=9.780317$ m·s^{-2}
大地水准面势	$W_0=6.26368\times 10^{7}$ m$^2\cdot$s^{-2}
比值$\frac{离心力}{赤道重力}$	$m=\frac{\omega^2 a}{g_e}=3.46775\times 10^{-3}$
轨道的长半轴	$r_E=1.4959789\times 10^{11}$ m=1 天文单位
轨道平均速度	2.977×10^{4} m·s^{-1}
比值$\frac{太阳质量}{地球质量}$	332946.8
太 阳 常 量	$S=1360$ W·m^{-2}
地-月平均距离	$R=3.8440\times 10^{8}$ m=60.34 地球半径
月球轨道角速率	$\omega_L=2.6844\times 10^{-6}$ s^{-1}
比值$\frac{地球质量}{月球质量}$	$\mu=\frac{M}{m}=81.302$
岁差变化率	$\omega_P=50''.37$ 年$^{-1}$$=7.738\times 10^{-12}$ rad·s^{-1}
岁 差 周 期	25730 年$=8.120\times 10^{11}$ s
总 地 热 流	$(3.14\pm 0.17)\times 10^{13}$ W
平均地热流	$(6.15\pm 0.34)\times 10^{-2}$ W·m^{-2}
地磁偶极矩(1975)	$m=7.94\times 10^{22}$ A·m^2
大 气 质 量	5.1×10^{18} kg
海 洋 质 量	1.4×10^{21} kg
地 壳 质 量	2.6×10^{22} kg
地 幔 质 量	4.0×20^{24} kg
外 核 质 量	1.85×10^{24} kg
内 核 质 量	9.7×10^{22} kg

3. 单位换算

(1) SI 制与 CGSM 单位换算

量的名称	符号	SI 制单位		CGSM 制单位		换 算 关 系
		单位名称	符号	单位名称	符号	
长度	L	米	(m)	厘米	(cm)	1 m=10^2 cm
质量	m	千克	(kg)	克	(g)	1 kg=10^3 g
时间	t	秒	(s)	秒	(s)	
力	F	牛[顿]	(N)	达因	(dyn)	1 N=10^5 dyn
压力	p	帕[斯卡]	(Pa)	达因/厘米^2	(dyn/cm^2)	1 Pa=10 dyn/cm^2
能量	W	焦[尔]	(J)	尔格	(erg)	1 J=10^7 erg
功率	P	瓦[特]	(W)	尔格/秒	(erg/s)	1 W=10^7 erg/s
电量	q	库[仑]	(C)	电磁库仑	[CGSM(q)]	1 C=10^{-1}CGSM(q)
电场强度	E	伏[特]每米	(V/m)	CGSM	(V)/cm	1 V/m=10^6CGSM(V)/cm
电流	I	安[培]	(A)	电磁安培	[CGSM(I)]	1 A=10^{-1}CGSM(I)
电压,电位	V	伏[特]	(V)	电磁伏特	[CGSM(V)]	1 V=10^8 CGSM(V)
电阻率	ρ	欧[姆]·米	(Ω·m)	电磁欧姆厘米	[CGSM(ρ)]	1 Ω·m=10^{11}CGSM(ρ)
电导率	σ	西[门子]每米	(S/m)	CGSE	(σ)	1 S/m=9×10^9 CGSE(σ)
电感	L	亨[利]	(H)	电磁亨利	[CGSM(L)]	1 H=10^9CGSM(L)
磁通量	Φ	韦伯	(Wb)	麦克斯韦	(Mx)=Gs·cm^2	1 Wb=10^8 Mx
磁感应强度	B	特[斯拉]	(T)	高斯	(Gs)=Mx/cm^2	1 T=10^4 Gs
				伽马	$\gamma=10^{-5}$ Gs	1 nT=1 γ
磁场强度	H	安[培]每米	(A/m)	奥斯特	(Oe)	1 A/m=$4\pi\times10^{-3}$Oe
磁位差	U_m	安[培]	(A)	吉伯特	Oe·cm	1 A=$4\pi\times10^{-1}$吉伯特
磁导率	μ	亨[利]每米	(H/m)	CGSM	(μ)(μ_0=1)	1 H/m=$(1/4\pi)\times10^7$ CGSM(μ)
磁矩	m	安[培]平方米	(Am^2)	CGSM	(M)	1 Am^2=10^3 CGSM(M)
磁化强度	M	安[培]每米	(A/m)	CGSM	(J)	1 A/m=10^{-3}CGSM(J)
磁化率	κ	量纲一	[SI(κ)]	CGSM	(κ)	1 SI(κ)=$1/4\pi$CGSM(κ)

(2) 其他一些单位换算

1 英里	=1609 m
1 海里	=1852 m
1 磅	=0.4536 kg
1 吨(美制)(2000 磅)	=907.2 kg
1 吨(英制)(2240 磅)	=1016 kg
1 公吨	=1000 kg
1 年	=3.15567×10^7 s
1 千克重	=9.807 N=9.807×10^5 dyn
1 大气压(76 厘米水银柱高)	=1.013 bar=1.013×10^5 Pa
1 巴(10^6 达因·厘米$^{-2}$)	=10^5 Pa
1 千克重·厘米$^{-2}$	=0.9807 bar=9.807×10^4 Pa
1 卡	=4.184 J
1 热流单位(1 微卡·厘米$^{-2}$·秒$^{-1}$)	=4.184×10^{-2} W·m^{-2}
1 电子伏(eV)	=1.602×10^{-19} J
1 弧度	=57°30=2.063×10^5 rad·s
1 弧秒	=4.848×10^{-6} rad
1 伽马	=10^{-5} Gs=1×10^{-9} T=10^{-9} Wb·m^{-2}
1 伽(1 厘米·秒$^{-2}$)	=10^{-2} m·s^{-2}
1 毫伽	=10^{-5} m·s^{-2}

附录二 场的知识

1. 矢量场与标量场

物理学中研究的问题往往涉及分布在一定的空间区域中的物理量，通常称它为“场”。如引力场、重力场、电场、磁场、温度场、密度场等。在这种场中，空间每一点有一个描述场的属性的物理量。若描述场的物理量，是以三维空间的位置(坐标)为自变量的标量函数，称为标量场；若描述场的物理量，是以三维空间的坐标为自变量的矢量函数，称为矢量场。

(1) 标量场：所谓标量场，就是在空间各点存在着的一个标量 V，它的数值是空间位置的函数。在一般的情况下，标量场是分布在三维空间里的。若采用直角坐标系，则有

$$V = V(x,y,z)$$

研究任何标量场时，常引入“等值面”的概念。所谓等值面，就是下列方程式的轨迹

$$V(x,y,z) = \text{常量}$$

在二维空间里轨迹是曲线，称为“等值线”；在三维空间里轨迹是曲面，称为“等值面”。

(2) 矢量场：所谓矢量场，就是在空间各点存在着一个矢量，它的大小和方向是空间位置的函数。在一般的情况下，矢量场是分布在三维空间里的。若采用直角坐标系，则有

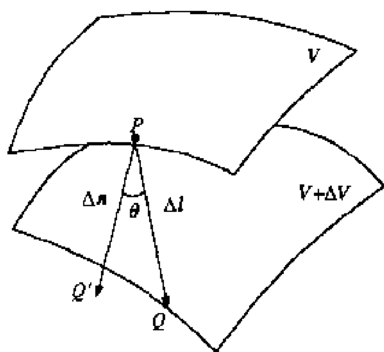
$$\boldsymbol{A} = \boldsymbol{A}(x,y,z)$$

矢量 $\boldsymbol{A}$ 还可以分解成下列三个分量

$$A_x = A_x(x,y,z)$$
$$A_y = A_y(x,y,z)$$
$$A_z = A_z(x,y,z)$$

研究任何矢量场时，常引入“场线”和“场管”的概念。所谓“场线”，就是这样一些有方向的曲线，其上每一点的切线方向都和该点的场矢量 $\boldsymbol{A}$ 的方向一致。由一束场线围成的管状区域，称为场管。

2. 标量场的梯度



附图 1

(1) 定义：平常所谓“梯度”，是指一个空间位置函数的变化率，在数学上就是它的微商。对于 $V(x,y,z)$，它对每个空间坐标变量都有一个偏微商，如 $\frac{\partial V}{\partial x}, \frac{\partial V}{\partial y}, \frac{\partial V}{\partial z}$。这些偏微商表示标量场 $V(x,y,z)$ 沿三个坐标方向的变化率。一般情况下，在不同方向上有不同的 $V(x,y,z)$ 的方向变化率。附图 1 给出了标量场的二个等位面 V 和 $V+\Delta V$。

过图中 P 点，沿 $\Delta \boldsymbol{l}$ 方向上标量场 $V(x,y,z)$ 的变化率为

$$\frac{\partial V}{\partial l} = \lim_{\Delta l \to 0} = \frac{\Delta V}{\Delta l}$$

沿 $\Delta \boldsymbol{n}$ 方向(它与二个等位面垂直)上标量场 $V(x,y,z)$ 的变化率为

$$\frac{\partial V}{\partial n} = \lim_{\Delta n \to 0} \frac{\Delta V}{\Delta n}$$

由附图 1 的几何关系不难看出，有

$$\Delta n = \Delta l \cos\theta$$

于是有

$$\frac{\partial V}{\partial n}=\frac{1}{\cos\theta}\frac{\partial V}{\partial l}\geqslant\frac{\partial V}{\partial l}$$

由此可见，沿 $\Delta \boldsymbol{n}$ 方向的方向微商比任何其他方向的方向微商都大。

标量场的梯度定义为这样一个矢量，它沿方向微商最大的方向（即 $\Delta \boldsymbol{n}$ 方向），数值上等于这个最大的方向微商$\left(即\frac{\partial V}{\partial n}\right)$。标量场 V 的梯度通常记作 $\mathrm{grad}V$ 或∇V，根据上面的分析可知，V 的梯度方向总是与 V 的等值面垂直的。

标量场的梯度是个矢量场。例如，引力场中的引力位 V 是个标量场，它的梯度等于引力场强度 f，是个矢量场。

(2) 坐标表示式

直角坐标
$$\nabla V=\frac{\partial V}{\partial x}\boldsymbol{i}+\frac{\partial V}{\partial y}\boldsymbol{j}+\frac{\partial V}{\partial z}\boldsymbol{k}$$

柱坐标
$$\nabla V=\frac{\partial V}{\partial r}\boldsymbol{e}_r+\frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial \varphi}\boldsymbol{e}_\varphi+\frac{\partial V}{\partial z}\boldsymbol{e}_z$$

球坐标
$$\nabla V=\frac{\partial V}{\partial r}\boldsymbol{e}_r+\frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial \theta}\boldsymbol{e}_\theta+\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial V}{\partial \varphi}\boldsymbol{e}_\varphi$$

3. 矢量场的通量和散度　高斯定理

(1) 定义：矢量场 $\boldsymbol{A}$ 通过一个截面 S 的通量 ϕ_A 定义为下列面积分

$$\phi_A=\int_{(S)}\boldsymbol{A}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S}=\int_{(S)}A\cos\theta\mathrm{d}S$$

式中 θ 为 $\boldsymbol{A}$ 与面元 $\mathrm{d}\boldsymbol{S}$ 的法线 $\boldsymbol{n}$ 之间的夹角，$\mathrm{d}\boldsymbol{S}=\boldsymbol{n}\mathrm{d}S$。如电场和磁场中的电通量和磁通量都属于“通量”的概念。

令 S 为一闭合曲面，它包含的体积为 ΔV，设想 S 面逐渐缩小到空间某点 P。用 ϕ_A 代表矢量场 $\boldsymbol{A}$ 在闭合面 S 上的通量

$$\phi_A=\oint_{(S)}\boldsymbol{A}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S}$$

当 $\Delta V\to 0$ 时，ϕ_A 也趋于 0。若两者之比有一极限，则这极限值为矢量场 $\boldsymbol{A}$ 在 P 点的散度，记作 $\mathrm{div}\boldsymbol{A}$ 或$\nabla\cdot\boldsymbol{A}$：

$$\nabla\cdot\boldsymbol{A}=\lim_{\Delta V\to 0}\frac{\phi_A}{\Delta V}=\lim_{\Delta V\to 0}\frac{\oint_{(S)}\boldsymbol{A}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S}}{\Delta V}$$

矢量场的散度是个标量场。

(2) 散度的坐标表示式

直角坐标
$$\nabla\cdot\boldsymbol{A}=\frac{\partial A_x}{\partial x}+\frac{\partial A_y}{\partial y}+\frac{\partial A_z}{\partial z}$$

柱坐标
$$\nabla\cdot\boldsymbol{A}=\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rA_r)+\frac{1}{r}\frac{\partial A_\varphi}{\partial \varphi}+\frac{\partial A_z}{\partial z}$$

球坐标
$$\nabla\cdot\boldsymbol{A}=\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(r^2A_r)+\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial \theta}(\sin\theta A_\theta)+\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial A_\varphi}{\partial \varphi}$$

(3) 高斯定理

矢量场通过任意闭合曲面 S 的通量等于它所包围的体积 V 内散度的积分，即

$$\oint_{(S)} \boldsymbol{A} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} = \int_{(V)} \nabla \cdot \boldsymbol{A} \mathrm{d}V$$

这个定理称为高斯定理。利用它可以把体积分化为面积分，或面积分化为体积分。

4. 矢量场的环量和旋度　斯托克斯定理

(1) 定义：矢量场 $\boldsymbol{A}$ 沿闭合回路 L 的线积分称为环量，用 Γ_A 表示环量，则有

$$\Gamma_A = \oint_{(L)} \boldsymbol{A} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l}$$

令 ΔS 为闭合曲线 L 包围的面积，$\boldsymbol{n}$ 为 ΔS 的右旋单位法线矢量。设想回路 L 逐渐缩小，最后缩到空间某点 P。当 $\Delta S \to 0$ 时，Γ_A 也趋于 0。若两者之比有一极限，则这极限值为矢量场 $\boldsymbol{A}$ 的旋度在 $\boldsymbol{n}$ 上的投影。$\boldsymbol{A}$ 的旋度记作 $\mathrm{curl}\boldsymbol{A}$ 或 $\mathrm{rot}\boldsymbol{A}$ 或$\nabla \times \boldsymbol{A}$。上述定义可写作

$$(\nabla \times \boldsymbol{A})_n = \lim_{\Delta S \to 0} \frac{\Gamma_A}{\Delta S} = \lim_{\Delta S \to 0} \frac{\oint_{(L)} \boldsymbol{A} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S}}{\Delta S}$$

矢量场的旋度也是个矢量场。

(2) 旋度的坐标表示式

$$\text{直角坐标}\ \nabla \times \boldsymbol{A} = \begin{vmatrix} \boldsymbol{i} & \boldsymbol{j} & \boldsymbol{k} \\ \dfrac{\partial}{\partial x} & \dfrac{\partial}{\partial y} & \dfrac{\partial}{\partial z} \\ A_x & A_y & A_z \end{vmatrix}$$

$$= \left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z}\right)\boldsymbol{i} + \left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x}\right)\boldsymbol{j} + \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y}\right)\boldsymbol{k}$$

$$\text{柱坐标}\quad \nabla \times \boldsymbol{A} = \left(\frac{1}{r}\frac{\partial A_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial A_\varphi}{\partial z}\right)\boldsymbol{e}_r + \left(\frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r}\right)\boldsymbol{e}_\varphi + \frac{1}{r}\left[\frac{\partial (rA_\varphi)}{\partial r} - \frac{\partial A_r}{\partial \varphi}\right]\boldsymbol{e}_z$$

$$\text{球坐标}\quad \nabla \times \boldsymbol{A} = \left[\frac{1}{r\sin\theta}\left(\frac{\partial}{\partial \theta}(\sin\theta A_\varphi)\right) - \frac{\partial A_\theta}{\partial \varphi}\right]\boldsymbol{e}_r + \left[\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial A_r}{\partial \varphi} - \frac{1}{r}\left(\frac{\partial}{\partial r}(rA_\varphi)\right)\right]\boldsymbol{e}_\theta + \left[\frac{1}{r}\frac{\partial (rA_\theta)}{\partial r} - \frac{1}{r}\frac{\partial A_r}{\partial \theta}\right]\boldsymbol{e}_\varphi$$

(3) 斯托克斯定理：矢量场在任意闭合回路 L 上的环量等于以它为边界的曲面 S 上旋度的积分，即

$$\oint_{(L)} \boldsymbol{A} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = \int_{(S)} (\nabla \times \boldsymbol{A}) \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S}$$

这定理称为斯托克斯定理。利用斯托克斯定理可以把面积分化为线积分，或线积分化为面积分。

5. 一些公式

(1) 场量乘积的微商公式

梯度
$$\nabla(VU) = (\nabla V)U + V(\nabla U)$$
$$\nabla(\boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{B}) = (\boldsymbol{A} \cdot \nabla)\boldsymbol{B} + (\boldsymbol{B} \cdot \nabla)\boldsymbol{A} + \boldsymbol{A} \times (\nabla \times \boldsymbol{B}) + \boldsymbol{B} \times (\nabla \times \boldsymbol{A})$$

散度
$$\nabla \cdot (V\boldsymbol{A}) = \nabla V \cdot \boldsymbol{A} + V \nabla \cdot \boldsymbol{A}$$
$$\nabla \cdot (\boldsymbol{A} \times \boldsymbol{B}) = \boldsymbol{B} \cdot \nabla \times \boldsymbol{A} - \boldsymbol{A} \cdot \nabla \times \boldsymbol{B}$$

旋度
$$\nabla \times (V\boldsymbol{A}) = V \nabla \times \boldsymbol{A} + \nabla V \times \boldsymbol{A}$$
$$\nabla \times (\boldsymbol{A} \times \boldsymbol{B}) = (\boldsymbol{B} \cdot \nabla)\boldsymbol{A} - (\boldsymbol{A} \cdot \nabla)\boldsymbol{B} + \boldsymbol{A}(\nabla \cdot \boldsymbol{B}) - \boldsymbol{B}(\nabla \cdot \boldsymbol{A})$$

其中 V,U 是任意标量场，$\boldsymbol{A}$,$\boldsymbol{B}$ 是任意矢量场。

(2) 二阶微商的公式

$$\nabla\times\nabla V=0$$

$$\nabla\cdot\nabla\times \boldsymbol{A}=0$$

$$\nabla\times(\nabla\times \boldsymbol{A})=\nabla(\nabla\cdot \boldsymbol{A})-\nabla\cdot\nabla \boldsymbol{A}$$

其中算符$\nabla\cdot\nabla$常写作∇^2,称为拉普拉斯算符。

6. 矢量场的类别和分解

(1) 有散场和无散场：若一矢量场在空间范围内散度为 0,我们就说它在此范围内无源,或它是无散场;若散度不为 0,则这矢量场是有源的,或它是有散场。

由$\nabla\cdot\nabla\times \boldsymbol{A}=0$ 可知,任何矢量场 $\boldsymbol{A}$ 的旋度$\nabla\times \boldsymbol{A}$ 永远是个无散场。反之亦然,任何无散场 $\boldsymbol{B}$ 可以表成某个矢量场 $\boldsymbol{A}$ 的旋度

$$\boldsymbol{B}=\nabla\times \boldsymbol{A},\quad \nabla\cdot \boldsymbol{B}\equiv 0$$

(2) 有旋场和无旋场：若一矢量场在空间某范围内旋度为 0,我们就说它在此范围内无旋,或它是无旋场;若旋度不为 0,则这矢量场是有旋的,或它是有旋场。由$\nabla\times\nabla V$ 可知,任何标量场 V 的梯度∇V 永远是个无旋场。反之亦然,任何无旋场 $\boldsymbol{A}$ 可以表成某个标量场 V 的梯度

$$\boldsymbol{A}=\nabla V,\quad \nabla\times \boldsymbol{A}\equiv 0$$

V 称为无旋场 $\boldsymbol{A}$ 的位函数,故无旋场又称为位场。

(3) 谐和场：若一矢量场 $\boldsymbol{A}$ 在某空间范围内既无散又无旋,则这矢量场称为谐和场。因谐和场无旋,它也是位场

$$\nabla\times \boldsymbol{A}=0,\quad \boldsymbol{A}=\nabla V$$

又因它同时无散

$$\nabla\cdot \boldsymbol{A}=0$$

故有

$$\nabla\cdot\nabla V=\nabla^2 V=0$$

上式称为拉普拉斯方程,即谐和场的位函数满足拉普拉斯方程。

(4) 一般矢量场的分解：在普遍情况下,一个矢量场 $\boldsymbol{A}$ 可以既是有旋的,又是有散的。在这种情况下 $\boldsymbol{A}$ 可以分解为两部分

$$\boldsymbol{A}=\boldsymbol{A}_{\text{位}}+\boldsymbol{A}_{\text{散}}$$

其中 $\boldsymbol{A}_{\text{位}}$是位场,即无旋场,$\boldsymbol{A}_{\text{旋}}$是无散的有旋场。

附录三 δ(r) 函数

假如空间函数 $\delta(r)$满足下列条件

$$\delta(r)=\begin{cases}0, & \text{当 } r\neq 0 \text{ 时}\\ \infty, & \text{当 } r=0 \text{ 时}\end{cases}\tag{a}$$

且

$$\int\delta(r)\mathrm{d}r=1,\tag{b}$$

式中,$\mathrm{d}r=\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$,表示积分体积元,积分遍及整个无穷空间。

$\nabla^2\dfrac{1}{r}$在球坐标系中的表达式为

$$\nabla^2\frac{1}{r}=\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r^2\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\right)\right]$$

因而有
$$\nabla^2 \frac{1}{r^2} = \begin{cases} 0, & 当\ r \neq 0 \\ \infty, & 当\ r = 0 \end{cases} \tag{c}$$

根据格林公式，$\nabla^2 \frac{1}{r}$在无穷空间的积分为

$$\int \nabla^2 \frac{1}{r} \mathrm{d}\tau = \int_{(R_t)} \nabla^2 \frac{1}{r} \mathrm{d}\tau = \int_{(R_s)} \frac{\partial}{\partial r} \frac{1}{r} \mathrm{d}s = -\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} \sin\theta \mathrm{d}\theta \mathrm{d}\lambda = -4\pi \tag{d}$$

式中，R_t 为半径无穷小量的球体；R_s 为其表面积；$\mathrm{d}\tau$ 为体积元；$\mathrm{d}s = r^2 \sin\theta \mathrm{d}\theta \mathrm{d}\lambda$。

由(a)，(b)，(c)和(d)四式，有

$$-\frac{1}{4\pi} \nabla^2 \frac{1}{r} = \delta(r), \quad 或 \quad \nabla^2 \frac{1}{r} = -4\pi\delta(r) \tag{e}$$

附录四　拉普拉斯方程的解

拉普拉斯方程
$$\nabla^2 U = 0 \tag{1}$$
若用球坐标(r,θ,λ)表示上述方程，则有

$$\nabla^2 U = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 \frac{\partial U}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin\theta} \frac{\partial}{\partial \theta}\left(\sin\theta \frac{\partial U}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2\theta} \frac{\partial^2 U}{\partial \lambda^2} = 0 \tag{2}$$

用分离变数法，设

$$U(r,\theta,\lambda) = R(r) \mathrm{Y}(\theta,\lambda) \tag{3}$$

代入(2)式，得

$$\frac{1}{R} \frac{1}{\partial r}\left(r^2 \frac{\partial R}{\partial r} \right) + \frac{1}{\mathrm{Y}\sin\theta} \frac{\partial}{\partial \theta}\left(\sin\theta \frac{\partial \mathrm{Y}}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\mathrm{Y}\sin^2\theta} \frac{\partial^2 \mathrm{Y}}{\partial \lambda^2} = 0$$

上述方程的第一项仅是 r 的函数，而后两项是(θ,λ)的函数，故有

$$\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 \frac{\partial R}{\partial r} \right) = \kappa \tag{4}$$

$$\frac{1}{\mathrm{Y}\sin\theta} \frac{\partial}{\partial \theta}\left(\sin\theta \frac{\partial \mathrm{Y}}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\mathrm{Y}\sin^2\theta} \frac{\partial^2 \mathrm{Y}}{\partial \lambda^2} = -\kappa \tag{5}$$

κ 是一个参数。(4)式的通解为

$$R = Ar^n + \frac{B}{r^{n+1}} \tag{6}$$

A，B 是两个任意常数，$n(n+1) = \kappa$。将 κ 代入(5)式，有

$$\frac{1}{\sin\theta} \frac{\partial}{\partial \theta}\left(\sin\theta \frac{\partial \mathrm{Y}}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin^2\theta} \frac{\partial^2 \mathrm{Y}}{\partial \lambda} + n(n+1)\mathrm{Y} = 0 \tag{7}$$

求解方程(7)，仍用分离变数法，设

$$\mathrm{Y} = \Theta(\theta) \Lambda(\lambda) \tag{8}$$

代入(7)式，有

$$\frac{\sin\theta}{\Theta} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\theta}\left(\sin\theta \frac{\mathrm{d}\Theta}{\mathrm{d}\theta} \right) + n(n+1)\sin^2\theta + \frac{1}{\Lambda} \frac{\mathrm{d}^2 \Lambda}{\mathrm{d}\lambda^2} = 0$$

上述方程的前二项是 θ 的函数，而第三项仅是 λ 的函数，于是有

$$\frac{\sin\theta}{\Theta} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\theta}\left(\sin\theta \frac{\mathrm{d}\Theta}{\mathrm{d}\theta} \right) + n(n+1)\sin^2\theta = L \tag{9}$$

$$\frac{1}{\Lambda}\frac{\mathrm{d}^2\Lambda}{\mathrm{d}\lambda^2}=-L \tag{10}$$

L 是一参数。令 $L=m^2$，则(10)式是简谐方程，其解为

$$\Lambda = C_m\cos m\lambda + D_m\sin m\lambda \tag{11}$$

其中 C_m,D_m 为任意常数。将 $L=m^2$ 代入(9)式，有

$$\frac{1}{\sin\theta}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\theta}\left(\sin\theta\frac{\mathrm{d}\Theta}{\mathrm{d}\theta}\right)+\left[n(n+1)-\frac{m^2}{\sin^2\theta}\right]\Theta=0 \tag{12}$$

上述方程是 Θ 的二阶常微分方程，它有两个独立的级数解，都和 n,m 有关。最重要的情况是 n,m 都是正整数或零，且 $n\geqslant m$，其中一个解为第一类连带勒让德函数 $\mathrm{P}_{nm}(\cos\theta)$，另一个解为第二类连带勒让德函数 $\mathrm{Q}_{nm}(\cos\theta)$，但较少应用。

由(8)式，得

$$\mathrm{Y}_{nm}=\mathrm{P}_{nm}(\cos\theta)(C_m\cos m\lambda+D_m\sin m\lambda) \tag{13}$$

$$\mathrm{Y}_n(\theta,\lambda)=\sum_{m=0}^{n}\left[(a_{nm}\cos m\lambda+b_{nm}\sin m\lambda)\mathrm{P}_{nm}(\cos\theta)\right] \tag{14}$$

称 $\mathrm{Y}_n(\theta,\lambda)$ 为面谐函数。

由(3)，(6)和(14)式，得拉普拉斯方程的解为

$$U(r,\theta,\lambda)=\sum_{n=0}^{\infty}\left(Ar^n+\frac{B}{r^{n-1}}\right)\sum_{m=0}^{n}\left[(a_{nm}\cos m\lambda+b_{nm}\sin m\lambda)\mathrm{P}_{nm}(\cos\theta)\right] \tag{15}$$

式中，A,B,a_{nm},b_{nm} 都是任意常数。上式是 U 最一般的解，各常数可以由边界条件来确定。

连带勒让德函数 $\mathrm{P}_{nm}(\cos\theta)=\sin^m\theta\dfrac{\mathrm{d}^m\mathrm{P}_n(\cos\theta)}{\mathrm{d}(\cos\theta)^m}$

式中，勒让德函数 $\mathrm{P}_n(\cos\theta)$ 为

$$\mathrm{P}_n(\cos\theta)=\sum_{r=0}^{\left[\frac{n}{2}\right]}(-1)^r\frac{(2n-2r)!}{2^n\cdot r!(n-r)!(n-2r)!}\cos^{n-2r}\theta$$

$r=0,1,2,\cdots,\left[\dfrac{n}{2}\right]$　$\left[\dfrac{n}{2}\right]$代表不大于 $\dfrac{n}{2}$ 的最大整数。

以下给出前八个勒让德函数

$\mathrm{P}_0(\cos\theta)=1$

$\mathrm{P}_1(\cos\theta)=\cos\theta$

$\mathrm{P}_2(\cos\theta)=\dfrac{1}{2}(3\cos^2\theta-1)$

$\mathrm{P}_3(\cos\theta)=\dfrac{1}{2}(5\cos^3\theta-3\cos\theta)$

$\mathrm{P}_4(\cos\theta)=\dfrac{1}{8}(35\cos^4\theta-30\cos^2\theta+3)$

$\mathrm{P}_5(\cos\theta)=\dfrac{1}{8}(63\cos^5\theta-70\cos^3\theta+15\cos\theta)$

$\mathrm{P}_6(\cos\theta)=\dfrac{1}{16}(231\cos^6\theta-315\cos^4\theta+105\cos^2\theta-5)$

$\mathrm{P}_7(\cos\theta)=\dfrac{1}{16}(429\cos^7\theta-693\cos^5\theta+315\cos^3\theta-35\cos\theta)$

以下给出几个较低次的连带勒让德函数

$$P_{11}(\cos\theta)=\sin\theta,$$

$$P_{21}(\cos\theta)=3\sin\theta\cos\theta$$

$$P_{22}(\cos\theta)=3\sin^2\theta,$$

$$P_{31}(\cos\theta)=\frac{3}{2}\sin\theta(5\cos^2\theta-1)$$

$$P_{32}(\cos\theta)=15\sin^2\theta\cos\theta,$$

$$P_{33}(\cos\theta)=15\sin^3\theta。$$

勒让德函数的正交性

$$\int_0^\pi P_{nm}(\cos\theta)P_{n'm}(\cos\theta)\mathrm{d}\cos\theta=\frac{(n+m)!}{(n-m)!}\cdot\frac{2}{2n+1}\delta_{nn'}$$

其中

$$\delta_{nn'}=\begin{cases}0, & n\neq n'\\ 1, & n=n'\end{cases}$$